程序设计与算法(二)

郭 炜

递 归(一)

递归的基本概念

- 一个函数调用其自身，就是递归
- 求n!的递归函数

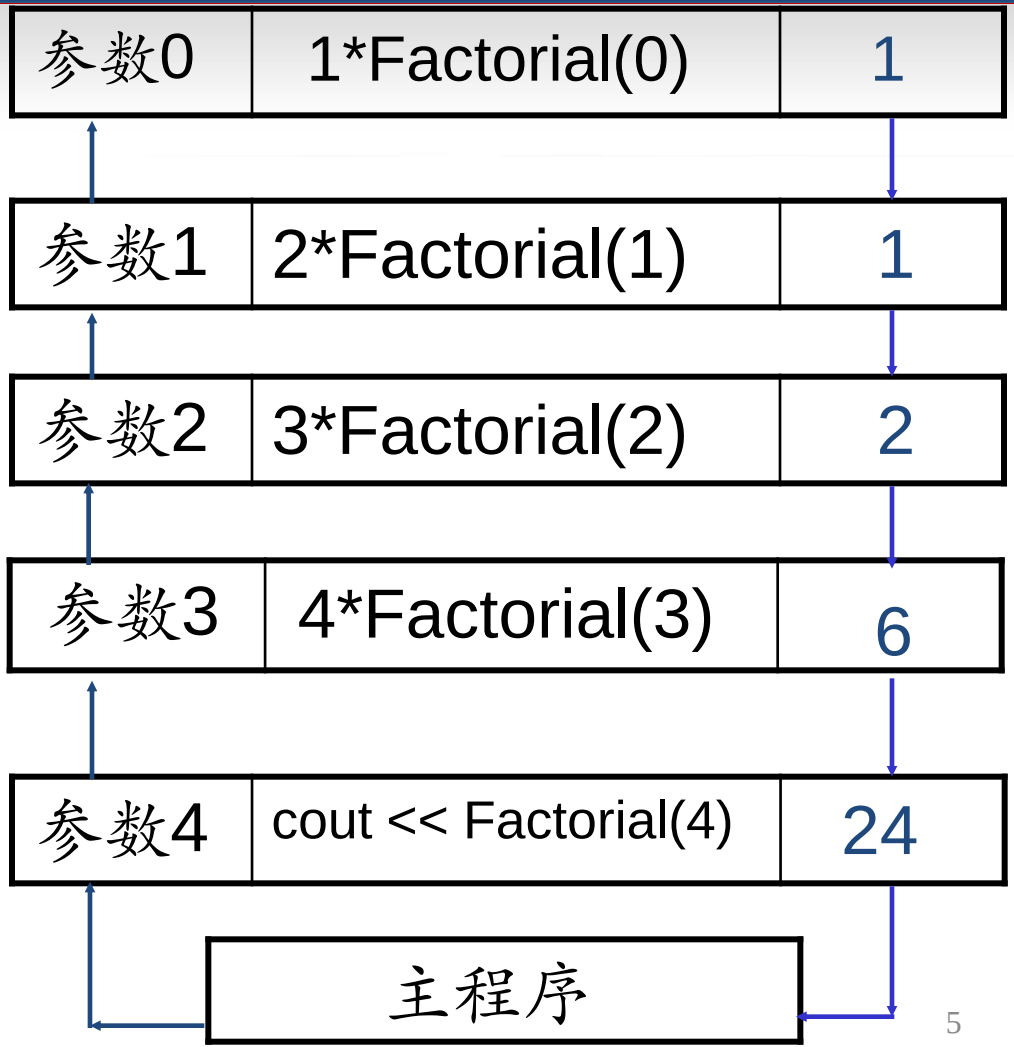
```
int Factorial(int n)
{

      if (n == 0)
          return 1;
      else
          return  n * Factorial(n - 1);
}
```

```
1. int Factorial(int n)
2. {
3.    if (n == 0)
4.        return 1;
5.    return  n * Factorial(n - 1);
}
```

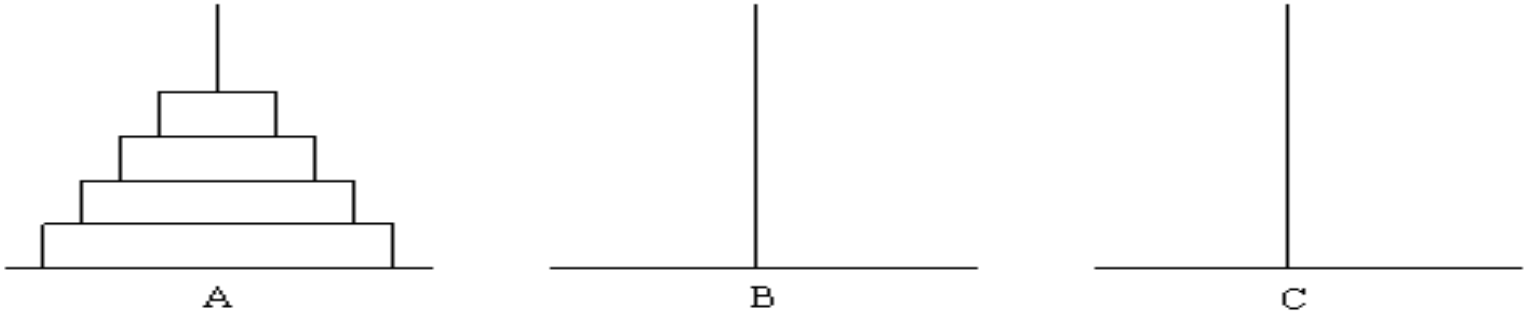
F(3)3->F(3)5->F(2)3->F(2)5->F(1)3->F(1)5-> F(0)3->F(0)4:返回1->
F(1)5:返回1*1->F(2)5:返回2*1-> F(3)5:返回3*2-> 函数执行结束

递归和普通函数调用一样是通过栈实现的



汉诺塔问题

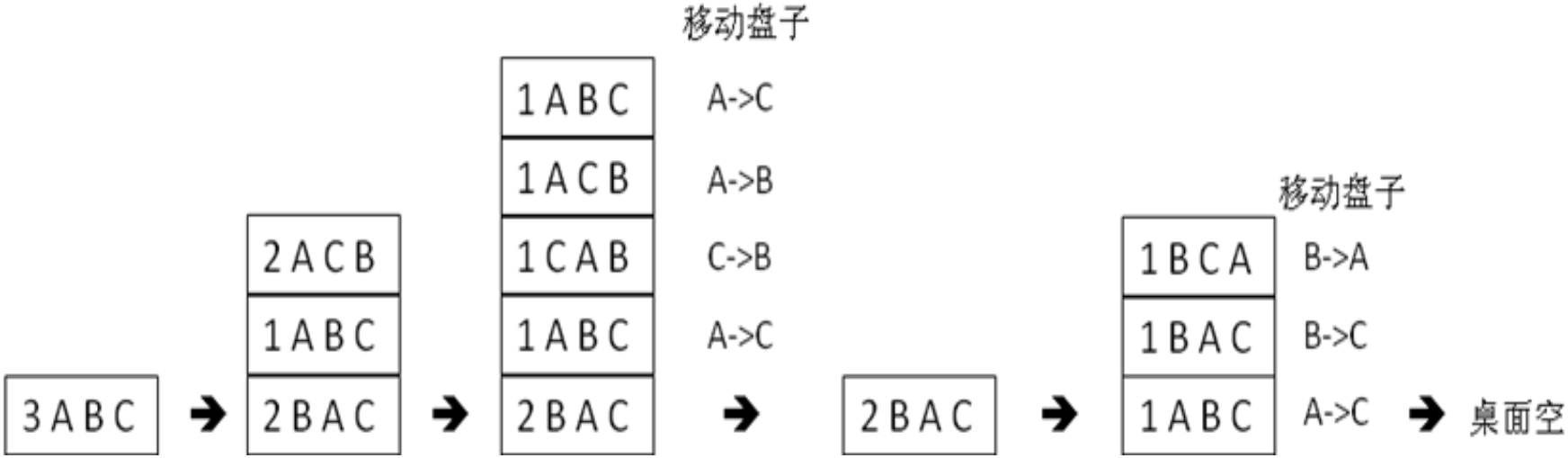
古代有一个梵塔，塔内有三个座A、B、C，A座上有64个盘子，盘子大小不等，大的在下，小的在上（如图）。有一个和尚想把这64个盘子从A座移到C座，但每次只能允许移动一个盘子，并且在移动过程中，3个座上的盘子始终保持大盘在下，小盘在上。在移动过程中可以利用B座，要求输出移动的步骤。



```
#include <iostream>
using namespace std;
void Hanoi(int n, char src,char mid,char dest)
//将src座上的n个盘子，以mid座为中转，移动到dest座
{
        if( n == 1) {   //只需移动一个盘子
                cout << src << "->" << dest << endl;
        //直接将盘子从src移动到dest即可
                return ;    //递归终止
        }
        Hanoi(n-1,src,dest,mid); //先将n-1个盘子从src移动到mid
        cout << src << "->" << dest << endl;
        //再将一个盘子从src移动到dest
        Hanoi(n-1,mid,src,dest); //最后将n-1个盘子从mid移动到dest
       return ;
}
```

```
int main()
{
	int n;
	cin >> n; //输入盘子数目
	Hanoi(n,'A','B','C');
	return 0;
}
```

汉诺塔问题手工解法(三个盘子）



递归的作用

1）替代多重循环

2）解决本来就是用递归形式定义的问题

3）将问题分解为规模更小的子问题进行求解

....

用递归替代多重循环

n皇后问题：输入整数n，要求n个国际象棋的皇后，摆在n*n的棋盘上，互相不能攻击，输出全部方案。

用递归替代多重循环

n皇后问题：输入整数n，要求n个国际象棋的皇后，摆在n*n的棋盘上，互相不能攻击，输出全部方案。

八皇后问题：八重循环。n皇后，n重循环？

用递归替代多重循环

n皇后问题：输入整数n，要求n个国际象棋的皇后，摆在n*n的棋盘上，互相不能攻击，输出全部方案。

八皇后问题：八重循环。n皇后，n重循环？

递归解决！

N皇后问题

输入一个正整数N，则程序输出N皇后问题的全部摆法。

输出结果里的每一行都代表一种摆法。行里的第i个数字如果是n，就代表第i行的皇后应该放在第n列。

皇后的行、列编号都是从1开始算。

样例输入：

4

样例输出：

2 4 1 3

3 1 4 2

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
int N;
int  queenPos[100];
//用来存放算好的皇后位置。最左上角是(0,0)
void NQueen( int k);
int main()
{
   cin >> N;
   NQueen(0); //从第0行开始摆皇后
   return 0;
}
```

```
void NQueen( int k) { //在0~k-1行皇后已经摆好的情况下，摆第k行及其后的皇后
   int i;
   if( k == N ) { // N 个皇后已经摆好
        for( i = 0; i < N;i ++ )
                cout << queenPos[i] + 1 << " ";
        cout << endl;
        return ;
   }
   for( i = 0;i < N;i ++ ) { //逐尝试第k个皇后的位置
        int j;
        for( j = 0; j < k; j ++ ) {
                //和已经摆好的 k 个皇后的位置比较，看是否冲突
                if( queenPos[j] == i ||
                        abs(queenPos[j] - i) == abs(k-j)) {
                        break; //冲突，则试下一个位置
                }
        }
```

```
        if( j == k ) { //当前选的位置 i 不冲突
                queenPos[k] = i; //将第k个皇后摆放在位置 i
                NQueen(k+1);
        }
    } //for( i = 0;i < N;i ++ )
}
```

用递归解决递归形式的问题

例题：逆波兰表达式

逆波兰表达式是一种把运算符前置的算术表达式，例如普通的表达式2 + 3的逆波兰表示法为+ 2 3。逆波兰表达式的优点是运算符之间不必有优先级关系，也不必用括号改变运算次序，例如(2 + 3) * 4的逆波兰表示法为* + 2 3 4。本题求解逆波兰表达式的值，其中运算符包括+ - * /四个。

输入

输入为一行，其中运算符和运算数之间都用空格分隔，运算数是浮点数

输出

输出为一行，表达式的值。

用递归解决递归形式的问题

样例输入

* + 11.0 12.0 + 24.0 35.0

样例输出

1357.000000

提示：(11.0+12.0)*(24.0+35.0)

用递归解决递归形式的问题

逆波兰表达式的定义：

1）一个数是一个逆波兰表达式，值为该数

2）"运算符　逆波兰表达式　逆波兰表达式"　是逆波兰表达式，值为两个逆波兰表达式的值运算的结果

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstdlib>
using namespace std;
double exp() {
    //读入一个逆波兰表达式，并计算其值
    char s[20];
    cin >> s;
    switch(s[0]) {
        case '+':  return exp()+exp();
        case '-':  return exp()-exp();
        case '*':  return exp()*exp();
        case '/':  return exp()/exp();
        default:   return atof(s);
        break;
    }
}
int main()
{
        printf("%lf",exp());
        return 0;
}
```