

# Recherche Opérationnelle :

## TD de modélisation de problèmes en PL et PLNE

Sandra U. Ngueveu, Corentin Boennec, Aloïs Duguet, Arthur Claviere  
ngueveu@laas.fr

2021

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Modélisation en PL ou PLNE</b>	<b>2</b>
1.1	Des voitures . . . . .	2
1.2	Gestion de personnel . . . . .	2
1.3	En bourse . . . . .	2
1.4	En optimisation pour l'e-commerce . . . . .	3
<b>2</b>	<b>BONUS : des composants</b>	<b>4</b>

Les énoncés des exercices de ce document vous serviront pour l'unique séance de TD, mais également pour la 1ère séance de TP. N'oubliez donc pas de ramener ce sujet lors du TP !
---

# 1 Modélisation en PL ou PLNE

Modéliser et résoudre les problèmes ci-après à l'aide de programmes linéaires, programmes linéaires en nombres entiers, ou programmes linéaires en nombres mixtes.

## 1.1 Des voitures

Dans une usine, une équipe d'ouvriers assemble deux modèles de voitures : le modèle L ("luxe"), à raison de 100 voitures en 6 heures, et le modèle S ("standard"), à raison de 100 voitures en 5 heures.

- Chaque semaine, l'équipe fournit au maximum 60 heures de travail.
- Toutes les voitures sont ensuite garées sur un parking qui est vidé chaque week-end, et dont la surface fait  $15000m^2$ . Une voiture L occupe  $10m^2$ , tandis qu'une voiture S occupe  $20m^2$ .
- De plus, il ne faut pas assembler plus de 800 voitures L par semaine, car la demande est limitée. En revanche, la demande en voitures S est tellement élevée qu'elle peut être considérée comme illimitée.
- Enfin, la marge (différence entre le prix de vente et le coût de production) vaut 10000€ pour une voiture L et 9000€ pour une voiture S.

L'usine souhaite savoir comment répartir le travail entre les deux modèles de voitures pour que la marge totale soit la plus grande possible.

Après avoir précisé un cas de figure où ce problème se modélise par PL et un cas de figure où ce problème se modélise par PLNE, proposer des modèles associés.

## 1.2 Gestion de personnel

$N$  personnes peuvent réaliser  $N$  travaux. Chaque personne doit être affectée à un travail et un seul. Chaque travail n'occupe qu'une seule personne. Toutes les personnes et tous les travaux doivent être affectés. Les personnes ont a priori, des compétences différentes pour la réalisation des travaux. Ceci se traduit par des coûts de formation  $c(i, j)$  plus ou moins importants associés au couple personne  $i$  - travail  $j$ . On souhaite trouver l'affectation minimisant le coût total de formation. Etablissez un PLNE pour cela.

## 1.3 En bourse

La société de construction DELTA a réalisé d'importants bénéfices au cours de 3 dernières années et envisage de placer une partie de ses gains en bourse. Pour sa première tentative,

elle est prête à investir à hauteur de 5 millions d'€. Les marchés étant particulièrement volatiles en ce moment, le conseiller financier suggère de ne pas mettre plus de 25% de la somme investie dans un même produit financier et de ne pas dépasser un risque global de 2.0\*. De plus, il serait intéressant d'investir au moins 30% dans les métaux précieux, qui sont en général rentables et au moins 45% dans les crédits commerciaux et obligations, en général fiables. Dans ces conditions, écrire un modèle de PL dont une solution serait une stratégie d'investissement qui maximise les intérêts de DELTA.

Produits financiers	Taux d'intérêt	coef de risque
Crédits commerciaux	7%	1.7
Obligations de sociétés	10%	1.2
Stocks d'Or	19%	3.7
Stocks de Platine	12%	2.4
Titres hypothécaires	8%	2.0
Prêts de construction	14%	2.9

\*comment calculer son risque global : ex. 10M€ en or et 15M€ en platine  $\Rightarrow \frac{3.7*10+2.4*15}{10+15}$

## 1.4 En optimisation pour l'e-commerce

Parmi les problématiques d'optimisation émergeant en e-commerce, se trouvent l'affectation de commandes de clients aux magasins ou entrepôts, compte-tenu des coûts associés à la livraison des colis, à la préparation des commandes et à la gestion des différents stocks. Nous nous intéresserons particulièrement au problème d'affectation de commandes et livraisons pour différents magasins d'une même enseigne ou franchise. Nous nous plaçons donc dans la peau du gestionnaire de l'ensemble des magasins, qui doit minimiser le coût total tout en satisfaisant les demandes des clients.

### 1.4.1 Cas particulier 1 : affectation des commandes

Les tableaux (a), (b) et (c) représentent à titre d'exemple des demandes en fluide émanant de différentes commandes et les coûts unitaires associés selon les entrepôts d'origine. Chaque entrepôt dispose d'un volume de stock limité. Modéliser à l'aide d'un programme linéaire.

	F1	F2
D1	2	0
D2	1	3

(a) Fluides demandés par commande

	F1	F2
M1	2.5	1
M2	1	2
M3	2	1

(b) Stocks de fluides par magasin

	F1	F2
M1	1	1
M2	2	3
M3	3	2

(c) Coûts unitaires par entrepôt

### 1.4.2 Cas particulier 2 : affectation et expédition des commandes

A présent on souhaite prendre en compte les coûts d'expédition des colis des magasins aux clients. Chaque magasin expédie, vers chaque client qu'il dessert, un unique colis contenant tous les produits fournis par ce magasin à ce client. Le tableau (d) donne un exemple de coût d'expédition de ces colis. Modifier la formulation précédente pour ajouter les coûts d'expédition des colis.

	M1	M2	M3
D1	1	0	0
D2	0	2	1

(d) Coûts d'expédition d'un colis entre chaque paire (demande, magasin)

## 2 BONUS : des composants

Une machine outil doit positionner  $N$  composants sur une plaque. Chaque position ne doit être rencontrée qu'une et une seule fois par la machine qui doit revenir à son point de départ pour recommencer l'usinage sur la carte suivante. La distance  $l(i, j)$  entre toutes paires de position  $(i, j)$  est connue. De manière à optimiser la productivité de la machine, on souhaite que chaque carte soit traitée en temps minimum, donc de trouver la séquence de positionnement des composants ayant la plus petite longueur globale. On souhaite résoudre ce problème par un solveur standard d'optimisation linéaire en variables mixtes :

Deux voies pourront être envisagées pour établir une partie des contraintes :

- (a) En garantissant la connexité (la machine devra passer de tout sous-ensemble de positions à tout autre sous-ensemble).
- (b) En éliminant la possibilité de construire des « sous-tours » (circuits parasites).

Donner les modèles associés à ces deux approches, ainsi que le nombre de variables binaires, de variables continues et de contraintes qu'ils engendrent en fonction de  $N$ .