미적분의 기본정리 1.

$$\frac{d}{dx}\left(\int_a^x f(t)dt\right) = f(x)$$

(예제)

$$\frac{d}{dx}\left(\int_a^x (t^2-1)dt\right) = x^2-1$$

2 1

$$\frac{d}{dx}\left(\int_a^{2x} (t^2-1)dt\right) = ((2x)^2-1)(2x)' = 2(4x^2-1)$$

2 1 2

$$\frac{d}{dx}\left(\int_a^{\sin x} (t^2-1)dt\right) = ((\sin^2 x\ -1)(\sin x)' = \cos x\,(\sin^2 x-1)$$

2 1 2

(예제)

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{2x}^{3x}(t^2-1)dt\right) = \frac{d}{dx}\left(\int_{0}^{3x}(t^2-1)dt + \int_{2x}^{0}(t^2-1)dt\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\left(\int_{0}^{3x}(t^2-1)dt - \int_{0}^{2x}(t^2-1)dt\right)$$

$$= 3(9x^2-1) - 2(4x^2-1) = 19x^2 - 1$$

(예제)

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{2x}^{3x}(t^2-1)dt\right) = \frac{d}{dx}\left(\int_{0}^{3x}(t^2-1)dt + \int_{2x}^{0}(t^2-1)dt\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\left(\int_{0}^{3x}(t^2-1)dt - \int_{0}^{2x}(t^2-1)dt\right)$$

$$= 3(9x^2-1) - 2(4x^2-1) = 19x^2 - 1$$

미적분의 기본정리 2.

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

도함수를 이용

치환적분법

부분적분법

삼각치환법

삼각함수 적분법

유리함수 적분법

미분방정식의 해법

Laplace 변환

Laplace 역변환

Fourier 변환

Fourier 역변환

벡터해석

복소적분

정역학계, 동역학계

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$

p. 378

$$\int e^x\ \ dx = e^x + C$$

$$\int a^x\ \ dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x\ \ dx = -\cos\ x\ + C$$

$$\int \cos x\ \ dx = \sin x + C$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \ \tan x + C$$

$$\int \csc^2 x\,dx = \ -\cot\ x + C$$

$$\int \sec x \tan x\ \ dx = \sec x\ + C$$

$$\int \csc x\ \cot x\,dx = -\csc x\ + C$$

$$\int \tan x\ \ dx = \ln|\sec x| + C \quad = -\ln|\ \cos x\ | + C$$

$$\int \cot x\ \ dx = \ln|\sin x\ | + C$$

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2}\,dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

(예제)

(1) $\int x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})\,dx = \int (x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{4}{3}})\,dx$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2}+1} x^{\frac{3}{2}+1} + C_1 + \frac{1}{\frac{4}{3}+1} x^{\frac{4}{3}+1} + C_2 = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}} + C$$

(2) $\int \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right) dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x^2 + 2\ln|x| + C$

(3) $\int \sec x\,(\sec x + \tan x)\,dx = \int (\sec^2 x + \sec x \tan x)\,dx = \tan x + \sec x + C$

(4) $\int \frac{1}{4+p^2}\,dp = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{p}{2}\right) + C$

(5) $\int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}\,dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + C$

혼자 해보기

1. 다음을 정적분으로 나타내어라.

$$(1)\quad \lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}\sqrt{n+2i}\;n^{-\frac{3}{2}} \qquad (2)\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right)$$

2. 다음 등식이 성립함을 보여라.

$$(1)\quad 1\le\int_0^1\sqrt{1+x^3}\,dx\le\frac{5}{4} \qquad (2)\quad \int_1^3\sqrt{x^4+1}\,dx\ge\frac{26}{3}$$

3. 다음 극한값을 구하라.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x}{x-2}\int_2^x\frac{\sin t}{t}\,dt$$

4. 다음 함수의 도함수를 구하라.

$$(1)\ f(x) = \int_1^{e^x} \ln t\, dt \qquad (2) g(x) = \int_{\sqrt{2}}^{2x} \arctan t\, dt$$

5. 다음 함수 f의 증가 구간을 구하라. $f(x) = \int_0^x (1-t^2)e^{t^2}\, dt$

$f' > 0$

6. 다음 계산의 참, 거짓을 판별하여라. $\int_{-2}^{1} x^{-4}\, dx = \left[\frac{x^{-3}}{-3}\right]_{-2}^{1} = -\frac{3}{8}$