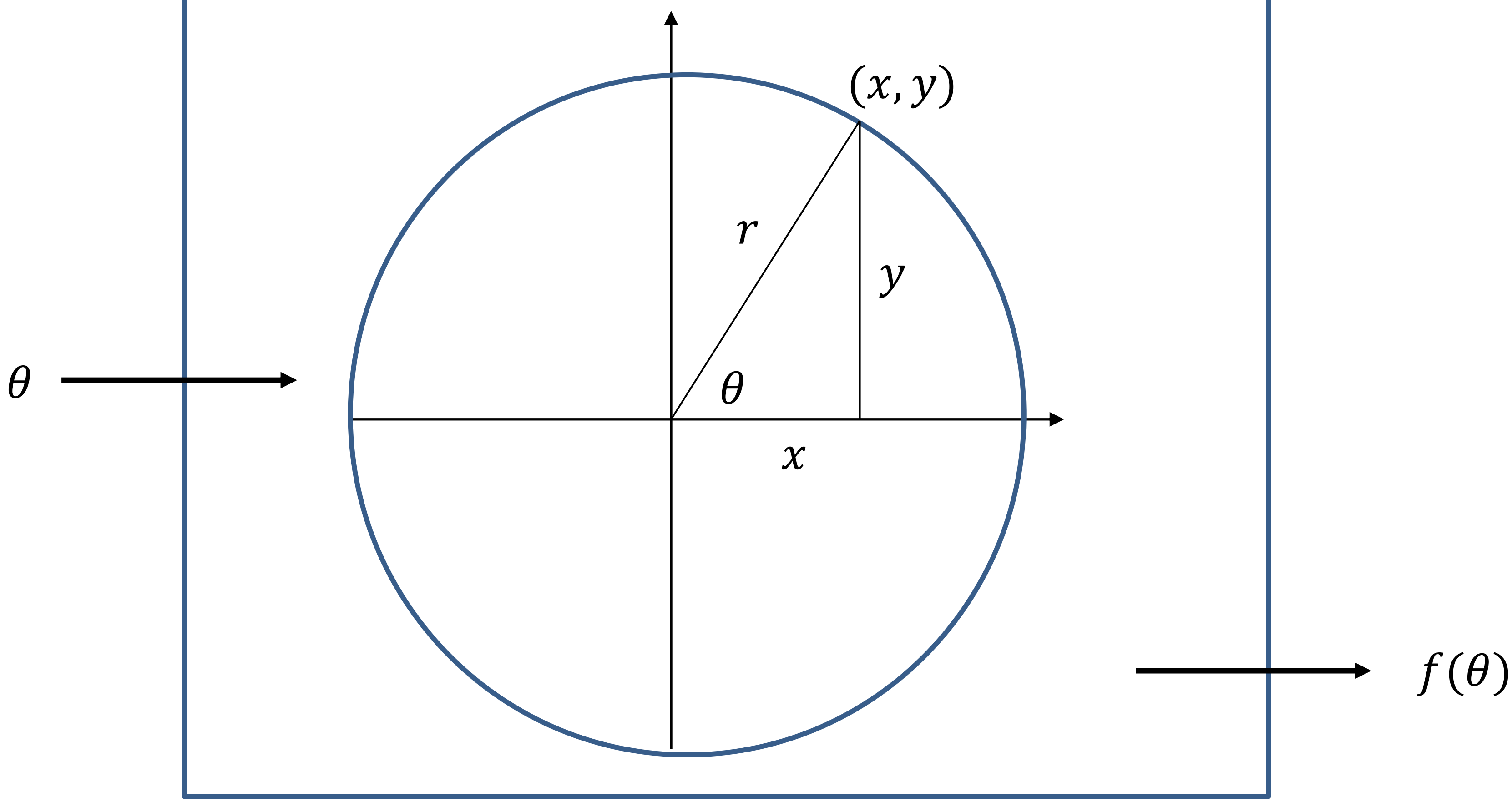
1.3 삼각함수의 성질

$$x^2 + y^2 = r^2$$



일반각의 삼각함수

- 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수

- 코시컨트함수, 시컨트함수, 코탄젠트함수(역수관계)

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

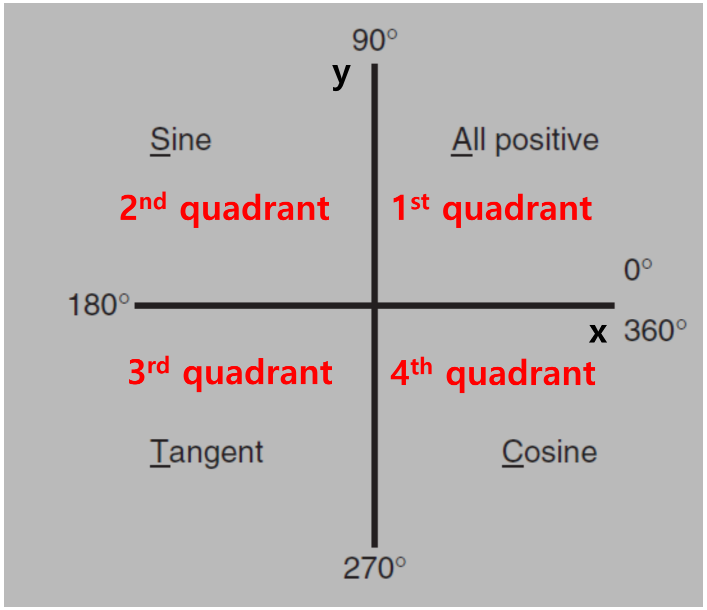
$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{r}{y}$$

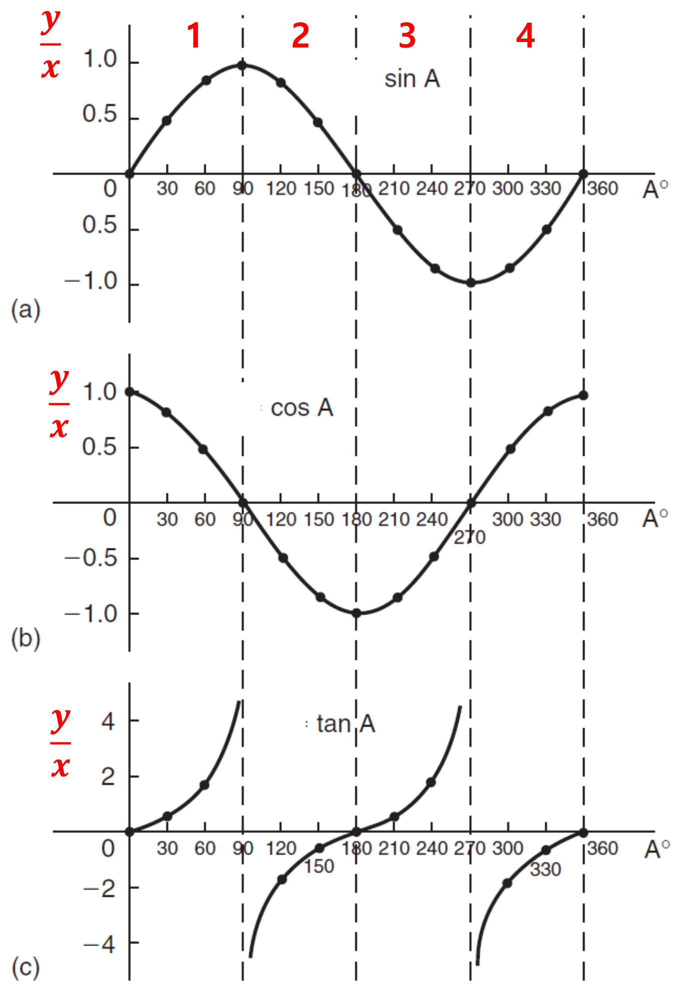
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{r}{x}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{x}{y}$$



$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

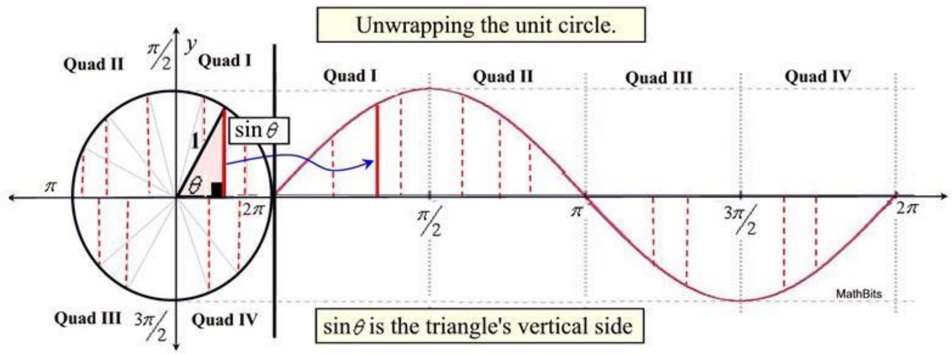


tangent는 주기가 2번

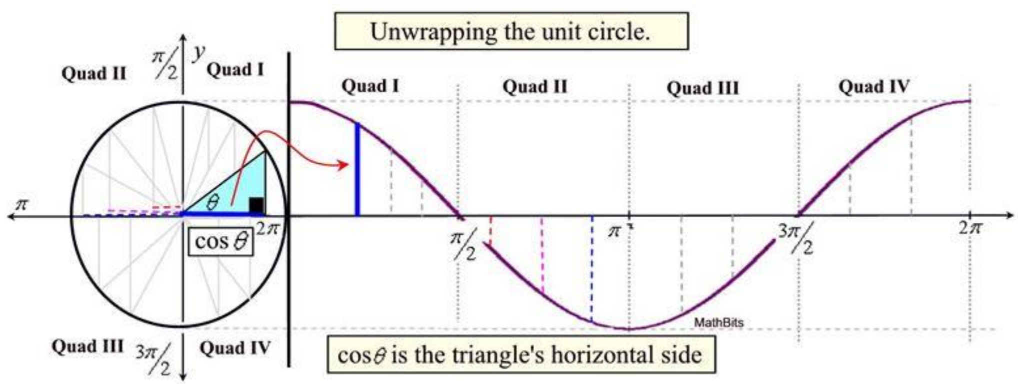
linear frequency, $f = \frac{1}{T}$ 주파수(진동수) : 단위시간 동안 수행한 진동의 수

angular frequency, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 각 주파수 = $\omega = 2\pi f \; (rad/\,s)$

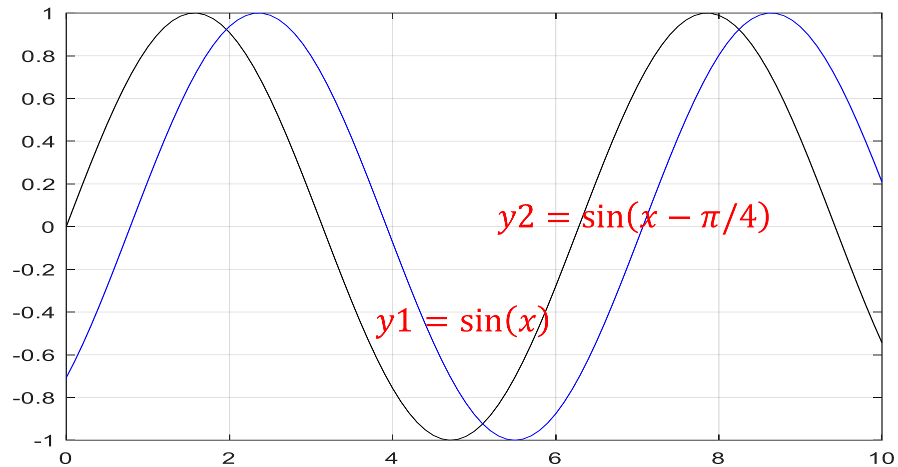
- 사인함수의 그래프



- 코사인함수의 그래프



☞ $y = A\sin(\omega t - \theta)$의 삼각함수 성질



(1) 최대값 : $|A|$

최소값 : $-|A|$

(2) 각주파수(각속도) : $\omega = 2\pi f$

(3) 주기 : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \left(= \dfrac{360^\circ}{\omega} \right)$

(4) 주파수 : $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi} \left(= \dfrac{\omega}{360^\circ} \right)$

(5) 초기위상 θ : $y = \sin\omega t$의 그래프를 ωt 축 방향으로 θ만큼 평행이동한

그래프

(1) 항등식

양변을 $\cos^2\theta$ 로 나눈다

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = sec^2\theta$$

양변을 $\sin^2\theta$ 로 나눈다

$$1 + \cot^2\theta = csc^2\theta$$

(2) 음각공식 $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ $\cos(-\theta) = \cos\theta$ $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

(3) 보각공식 $\sin(2\pi - \theta) = \sin\theta$ $\cos(2\pi - \theta) = -\cos\theta$ $\tan(2\pi - \theta) = -\tan\theta$

(4) 정리 2.18, 여각 공식

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta \qquad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$

덧셈 정리

(1) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ (단, 복호동순)

(2) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$ (단, 복호동순)

(3) $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$ (단, 복호동순)

배각공식

(1) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

(2) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= 2\cos^2\alpha - 1$

$= 1 - 2\sin^2\alpha$

(3) $\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

반각공식

(1) $\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

(2) $\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

(3) $\tan^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

곱을 합, 차로

(1) $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$

(2) $\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$

(3) $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$

(4) $\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$

합, 차를 곱으로

(1) $\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

(2) $\sin A - \sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

(3) $\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

(4) $\cos A - \cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

유용한 법칙

(1) 사인법칙

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

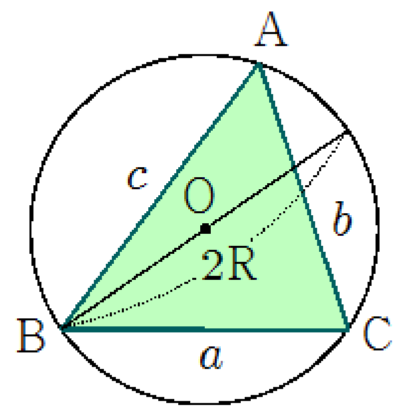


그림 2.15 사인법칙

(2) 코사인 제 1 법칙

$$\begin{cases} a = b\cos C + c\cos B \\ b = c\cos A + a\cos C \\ c = a\cos B + b\cos A \end{cases}$$

(3) 코사인 제 2 법칙

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{cases}$$

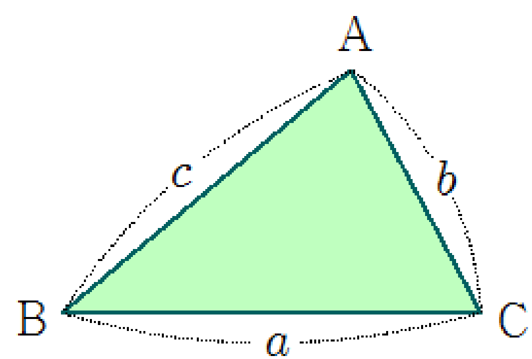


그림 2.16 코사인법칙

삼각형의 넓이

$$S = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{AB} \cdot \mathrm{CH} = \frac{1}{2} bc \sin \mathrm{A}$$

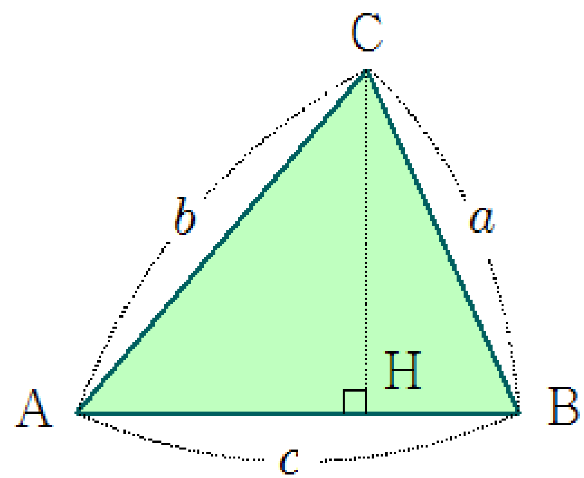


그림 2.17 삼각형 면적

헤론의 공식
(세 변을 아는 경우 : 삼각형 면적)

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad (\text{단, } 2s = a+b+c)$$