

课程名称： 高等数学 B1 (A 卷) 专业年级：

填写人： 2017—2018 学年第 1 学期

参考答案及得分要点	评分标准(得分)
<p>一、 1. <u>3</u> ; 2. <u>$\ln 2dx$</u> ; 3. <u>dx</u></p> <p>4. $\frac{e^{-x}}{2\sqrt{x}}$; 5. $\frac{5\pi}{16}$</p> <p>二、 1. A 2. B 3. C 4. C 5. C</p> <p>三、 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2 \sin 2x}$</p> <p style="text-align: center;">$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{4 \cos 2x}$</p> <p style="text-align: center;">$= \frac{1}{2}$</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$</p> <p style="text-align: center;">$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}\right]^2$</p> <p style="text-align: center;">$= e^2$</p> <p>四、 1. $y' = 2x \arctan x + 1$</p> <p style="text-align: center;">$y'' = 2 \arctan x + \frac{2x}{1+x^2}$</p> <p>2. $\ln y = \sin x \ln x$</p> <p style="text-align: center;">$\frac{1}{y} y' = \cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}$</p> <p style="text-align: center;">$y' = x^{\sin x} \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$</p> <p>五、 $2x + 2yy' - y - xy' = 0$</p>	<p>2 分</p> <p>4 分</p> <p>6 分</p> <p>2 分</p> <p>4 分</p> <p>6 分</p> <p>3 分</p> <p>6 分</p> <p>1 分</p> <p>5 分</p> <p>6 分</p> <p>2 分</p> <p>3 分</p>

$y' = \frac{y-2x}{2y-x}$	4 分
$k = y'_{(1,0)} = 2$	
切线方程: $y = 2(x-1)$ 法线方程: $y = -\frac{1}{2}(x-1)$	6 分
六、 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$	1 分
$f''(x) = 6x - 6$, 令 $f''(x) = 0$, 得 $x = 1$	3 分
$x \in (-\infty, 1)$ 时, $f''(x) < 0$, \therefore 凸区间: $(-\infty, 1]$	5 分
$x \in (1, +\infty)$ 时, $f''(x) > 0$, \therefore 凹区间: $[1, +\infty)$	7 分
拐点: $(1, 3)$	8 分
七、由题意可设三边分别为: $x, 2x, \frac{36}{x^2}$	1 分
$s = 4\left(x^2 + \frac{54}{x}\right), (0 < x < 72)$	2 分
$s' = \frac{8(x^3 - 27)}{x^2}$, 令 $s' = 0 \Rightarrow x = 3$	5 分
\therefore 三边分别为: $3cm, 4cm, 6cm$ 时, 表面积最小。	6 分
八、 1. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \cos^2(\sqrt{x}+1)} = 2 \int \sec^2(\sqrt{x}+1) d(\sqrt{x}+1)$	4 分
$= 2 \tan^2(\sqrt{x}+1) + C$	6 分
2. $\int_0^\pi x \cos \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi x d \sin \frac{x}{2}$	2 分
$= 2 \left(x \sin \frac{x}{2} \Big _0^\pi - \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx \right)$	4 分
$= 2\pi - 4$	6 分
九、 $A = \int_0^2 dA = \int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3}$	4 分

$$V = \int_0^2 dv = \pi \int_0^2 x^4 dx = \frac{32\pi}{5}$$

8 分

十、 证： 设 $f(x) = \arctan x - \frac{x}{1+x^2}$

1 分

$$f'(x) = \frac{2x^2}{(1+x^2)^2}$$

2 分

当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$, 又 $\because f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续, $\therefore f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 单调上升

4 分

$$\therefore \text{当 } x > 0 \text{ 时, } f(x) > f(0) = 0 \Rightarrow \arctan x - \frac{x}{1+x^2} > 0$$

6 分

$$\Rightarrow \arctan x > \frac{x}{1+x^2}, \text{ 得证。}$$

