

高等数学 B2 模拟试题二

一、填空题（每空 3 分，共 15 分）：

- 1、将 xOy 面上的曲线 $x^2 = 3y$ 绕 y 轴旋转一周，所生成的旋转曲面的方程为_____.
- 2、设二元函数 $z = \sin(xy)$ ，则二阶偏导数 $z_{xx} =$ _____.
- 3、设区域 $D: x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0$ ，则由二重积分的性质得 $\iint_D 2d\sigma =$ _____.
- 4、函数 $f(x) = \frac{1}{2-x}$ 展开成关于 x 的幂级数是_____.
- 5、微分方程 $y'' - 2y' + 5y = 0$ 的通解是_____.

二、单项选择题（请把下列各题答案的序号填入括号内，每空 3 分，共 15 分）：

- 1、若 x 轴上的点 A 到两点 $M(1, 0, 2)$ 及 $N(2, 3, 0)$ 的距离相等，则 A 点的坐标为【 】.
(A) $(4, 0, 0)$; (B) $(3, 0, 0)$; (C) $(2, 0, 0)$; (D) $(1, 0, 0)$.
- 2、曲面 $x^2 + y^2 + z^2 - xyz = 5$ 在点 $(0, 1, 2)$ 处的切平面方程是【 】.
(A) $x + y + 2z - 5 = 0$; (B) $x - y - 2z - 5 = 0$; (C) $x - y - 2z + 5 = 0$; (D) $x + y + 2z + 5 = 0$.
- 3、将二次积分 $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$ 交换积分次序，正确的是【 】.
(A) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$; (B) $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$;
(C) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$; (D) $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.
- 4、如果幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 3，则该级数在下列区间内必收敛的是【 】.
(A) $(-3, 3]$; (B) $(-3, 3)$; (C) $[-3, 3)$; (D) $[-3, 3]$.
- 5、微分方程 $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$ 的特解形式是 $y^* =$ 【 】.
(A) e^{2x} ; (B) ae^{2x} ; (C) axe^{2x} ; (D) ax^2e^{2x} .

三（9 分）、设二元函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 - 3xy + z^3 = z$ 所确定，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及全微分 dz .

四（9 分）、求二元函数 $f(x, y) = y^3 + 3x^2(1 + y^2) - 3y$ 的极值.

五（9 分）、计算二重积分 $\iint_D (x + y) d\sigma$ ，其中积分区域 D 由 x 轴、 y 轴及 $x^2 + y^2 = 9$ 所围成的图形位于第一象限内的部分.

六 (9 分)、求曲线 $x=t^3$, $y=e^{2t}$, $z=\ln(1+t)$ 在对应于 $t=1$ 的点处的切线和法平面方程.

七 (9 分)、将函数 $f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+3)}$ 展开为关于 x 的幂级数, 并指出其收敛区间.

八 (10 分)、设有幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} x^n$, (1) 求其收敛半径; (2) 指出其收敛区间; (3) 讨论幂级数在收敛区间端点处的敛散性, 并确定其收敛域.

九 (10 分)、求一阶非齐次线性微分方程 $y' + 3y = e^{-3x}$ 的通解.

十 (5 分)、设 $z = xy + xF(u)$, 而 $u = \frac{x}{y}$, 其中 $F(u)$ 为可导函数, 证明: $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z + xy$.