一、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1、设函数 $y=\begin{cases}\dfrac{\sin(3x)}{x}, & x>0\\ x^2+a, & x\le 0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续，则 $a=$____________.

2、设 $y=2^x+x^2+e^2$，则 $dy\big|_{x=0}=$____________.

3、由参数方程 $\begin{cases}x=te^t\\ y=\ln(1+t)\end{cases}$ 所确定的函数的导数 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=0}=$____________.

4、$\left(\int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2}dt\right)'=$ ________________.

5、$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^6 x=$________________.

二、单项选择题（请把下列各题答案的序号填入括号内，每空 3 分，共 15 分）

1、当 $x\to 0$ 时，比 x 高阶的无穷小为【　　】.

(A) x^2；　(B) $\tan x$；　(C) $\sin 2x$；　(D) $\ln(1+x)$.

2、设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}, & x\ne 0\\ 1, & x=0\end{cases}$，则 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的【　　】.

(A) 连续点；　(B) 可去间断点；　(C) 跳跃间断点；　(D) 第二类间断点.

3、设函数 $y=f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0, f'(0)=1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)}{x}=$【　　】.

(A) 0；　(B) 1；　(C) 2；　(D) $\dfrac{1}{2}$.

4、设 $\dfrac{2}{3}\ln\cos 2x$ 是函数 $f(x)=k\tan 2x$ 的一个原函数，则 $k=$【　　】.

(A) $-\dfrac{2}{3}$；　(B) $\dfrac{2}{3}$；　(C) $-\dfrac{4}{3}$；　(D) $\dfrac{4}{3}$.

5、下列反常积分中,收敛的是【　　】.

(A) $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}dx$；　(B) $\int_0^1\dfrac{1}{x^3}dx$；　(C) $\int_0^1\dfrac{1}{\sqrt[10]{x^9}}dx$；　(D) $\int_0^1\dfrac{1}{\sqrt[9]{x^{10}}}dx$.

三、求下列函数的极限（每小题 6 分,共 12 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos 2x}$　　　2、$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x+3}$

四、求下列函数的导数（每小题 6 分,共 12 分）

1、已知 $y=\arcsin\dfrac{x^2}{2x+1}$, 求 y'.　　　　2、已知 $y=x^{\sin x}\left(x>0\right)$, 求 y'.

五、求曲线 $x^2+y^2-xy=1$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程和法线方程.（**本题 6 分**）

六、确定函数 $f(x)=x^3-3x^2-9x+14$ 单调区间与极值，凹凸区间与拐点.（**本题 8 分**）

七、做一个带盖的长方形盒子，其体积是 $72cm^3$，底面两边的比为 $1:2$，问各边的长是多少厘米时，才能使用料最省？（**本题 6 分**）

八、求下列 积分（每小题 6 分,共 12 分）

1、$\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{x}\cos^2\left(\sqrt{x}+1\right)}$　　　　2、$\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos\frac{x}{2}dx$

九、求由抛物线 $y=x^2$，直线 $x=2$ 与 x 轴所围成的平面图形的面积和该平面图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积.（**本题 8 分**）

十、证明题： 证明当 $x>0$ 时, $\dfrac{x}{1+x^2}<\arctan x$.（**本题 6 分**）