高等数学 B2 模拟试题一

一、填空题（每空 3 分，共 15 分）：

1、将 xOy 面上的曲线 $y^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转一周，所生成的旋转曲面的方程为________________.

2、设二元函数 $z = \arctan(xy)$，则二阶混合偏导数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ________________.

3、二次积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x,y)dx$ 交换积分次序后的结果为________________.

4、函数 $f(x) = \dfrac{1}{3+x}$ 展开成关于 x 的幂级数是________________.

5、二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' - 4y = 3xe^{-2x}$ 的特解形式可设为 $y^* =$ ________________.

二、单项选择题（请把下列各题答案的序号填入括号内，每空 3 分，共 15 分）：

1、平面 $3x + 2y + z - 2 = 0$ 与直线 $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$ 的交点坐标为【　　】.

(A) $(3, -3, 7)$；　(B) $(2, -1, 4)$；　(C) $(0, 3, -2)$；　(D) $(-1, 5, -5)$.

2、曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 在点 $(1, 2, -1)$ 处的法线方程是【　　】.

(A) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$；　(B) $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$；

(C) $x + 2y - z = 6$；　(D) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

3、设积分区域 $D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \le 1\}$，则二重积分 $\iint\limits_D \left(x^2 + y^2\right) dxdy =$【　　】.

(A) $-\pi$；　(B) $-\dfrac{\pi}{2}$；　(C) $\dfrac{\pi}{2}$；　(D) π.

4、下列级数中,绝对收敛的是【　　】.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \dfrac{n}{3n-1}$；　(B) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \dfrac{1}{n^2}$；

(C) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \dfrac{n}{\sqrt{n^2+1}}$；　(D) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \dfrac{1}{\ln(n+1)}$.

5、下列微分方程中，为二阶微分方程的是【　　】.

(A) $(y')^2 - 2x^3y^2 = 0$；　(B) $(y'')^3 + x^2y' - xy^2 = 0$；

(C) $4(y''')^2 + x(y')^2 - y^2 = 0$；　(D) $(x+y)^3dx - (x-y)^3dy = 0$.

三（9 分）、设二元函数 $z = z(x,y)$ 由方程 $x + y - z = e^{2z}$ 所确定，求偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 及全微分 dz.

四（9 分）、求二元函数 $f(x,\ y) = x^3 - 2x^2y^2 - 2y^2 - 3x$ 的极值.

五（9 分）、计算二重积分$\iint\limits_{D} x^2 y d\sigma$，其中积分区域$D$由$x=0$，$y=0$及$x^2+y^2=1$所围成的图形位于第一象限内的部分.

六（9 分）、求曲线$x=e^{2t}$，$y=\ln t$，$z=t^2$在对应于$t=1$的点处的切线和法平面方程.

七（9 分）、将函数$f(x)=\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$展开为关于$x$的幂级数，并指出其收敛区间.

八（10 分）、设有幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \dfrac{n}{2^n} x^n$，（1）求其收敛半径；（2）指出其收敛区间；（3）讨论幂级数在收敛区间端点处的敛散性，并确定其收敛域.

九（10 分）、设有常系数非齐次线性微分方程$y''-3y'+2y=4e^{2x}$. 求（1）求对应的常系数齐次线性微分方程$y''-3y'+2y=0$的通解；（2）求$y''-3y'+2y=4e^{2x}$的一个特解；（3）求$y''-3y'+2y=4e^{2x}$的通解.

十（5 分）、设$z=xy+yF(u)$，而$u=\dfrac{y}{x}$，其中$F(u)$为可导函数，证明：$x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z+xy$.