19-20-2 高数 B2 模拟题 4

一、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1、一阶齐次线性微分方程 $y'-2xy=0$ 的通解为__________________________.

2、将 yoz 平面上的曲线 $\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$ 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为__________________________.

3、曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在点 $(1,1,1)$ 的切线的方向向量为__________________.

4、$\iint\limits_D dxdy=$__________________，其中 $D: 1\le x^2+y^2\le 4, x\ge 0, y\ge 0.$

5、将函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-3x}$ 展开成 x 的幂级数得______________________.

二、单项选择题（请把下列各题答案的序号填入括号内，每空 3 分，共 15 分）

1、一阶线性微分方程 $y'+P(x)y=Q(x)$ 的通解为(　　　).

$(A)\ e^{\int -P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C\right)$　　$(B)\ e^{\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C\right)$

$(C)\ e^{\int -P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int -P(x)dx}dx+C\right)$　　$(D)\ e^{\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int -P(x)dx}dx+C\right)$

2、已知直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$ 和平面 $mx+ny+z+1=0$ 垂直，则 (　　　).

$(A)\ m=-1, n=-4$;　$(B)\ m=1, n=-4$;　$(C)\ m=-1, n=4$;　$(D)\ m=4n-1$.

3、$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{xy}{2-\sqrt{4+xy}}=$(　　　).

$(A)\ -4$;　$(B)\ 4$;　$(C)\ \infty$;　$(D)\ 0$.

4、以曲面 $z=x^2+y^2$ 为顶，以 xoy 平面上的区域 $D=\left\{(x,y)\,\middle|\,x^2+y^2\le 1\right\}$ 为底，以 D 的边界曲线为准线，母线平行于 z 轴的曲顶柱体体积为(　　　).

$(A)\ \dfrac{\pi}{2}$;　$(B)\ \pi$;　$(C)\ \dfrac{3}{2}\pi$;　$(D)\ 2\pi$.

5、数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{\sqrt[3]{n}}$ (　　　).

(A) 发散　　(B) 收敛但是条件收敛

(C) 收敛而且是绝对收敛　　(D) 敛散性无法确定

三（9 分）、求过点 $P(0,2,5)$ 且与直线 $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\ x-y-z-1=0\end{cases}$ 平行的直线方程.

四（9分）、设有二元函数 $z=e^{\frac{y}{x}}$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 及全微分 $dz\big|_{(1,0)}$.

五（9分）、求 $f(x,y)=y^3-x^2+6x-12y+5$ 的极值.

.

六（9分）、计算二重积分 $\iint\limits_D xydxdy$，其中 D 是由直线 $y=2, y=x$ 及 $y=2x$ 所围成的闭区域.

七（9 分）、求曲面 $x^2+2y^2+3z^2=36$ 在点 $(1,2,3)$ 处的切平面方程及法线方程.

八、（10 分）设有幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^n n^2}x^n$. (1)求该幂级数的收敛半径; (2)指出该幂级数的收敛区间; (3)讨论该幂级数在收敛区间端点处的敛散性，并写出其收敛域.

九、（10 分）设有二阶非齐次线性微分方程 $y''-3y'+2y=2e^{3x}$. (1)求对应的齐次线性微分方程的通解；(2)求该方程的一个特解；(3)写出该方程的通解.

十（5 分）、设$z=f(u,v)$，其中$u=x^2-y^2,v=y^2-x^2$， f具有连续偏导数，证明

$$y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=0.$$