

一、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1、二阶齐次线性微分方程 $y'' - 2y' + y = 0$ 的通解为_____.

2、将 $yo z$ 平面上的曲线 $\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ 绕 y 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为_____.

3、设 $e^z - xyz = 0$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

4、 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy =$ _____, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

5、将函数 $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ 展开成 x 的幂级数得_____.

二、单项选择题（请把下列各题答案的序号填入括号内，每空 3 分，共 15 分）：

1、二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' + y' - 6y = 2xe^{-3x}$ 的特解形式为().

(A) $y^* = ae^{-3x}$;

(B) $y^* = (ax + b)e^{-3x}$;

(C) $y^* = x(ax + b)e^{-3x}$;

(D) $y^* = x^2(ax + b)e^{-3x}$.

2、直线 $L_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{1}$ 与直线 $L_2: \frac{x}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ 的夹角 $\theta =$ ().

(A) $-\frac{\pi}{4}$;

(B) $\frac{\pi}{4}$;

(C) $\frac{3\pi}{4}$;

(D) $\frac{5\pi}{4}$.

3、 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{9+xy}-3}{xy} =$ ().

(A) 0;

(B) 1;

(C) ∞ ;

(D) $\frac{1}{6}$.

4、平面 $z = x + y$ 含在圆柱体 $x^2 + y^2 = 1$ 内的部分的面积为().

(A) $\sqrt{3}$;

(B) π ;

(C) $\sqrt{3}\pi$;

(D) 2π .

5、数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{n}}$ ().

(A) 发散

(B) 收敛但是条件收敛

(C) 收敛而且是绝对收敛

(D) 敛散性无法确定

三 (9 分)、求过点 $P(1,2,1)$ 及直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ 的平面方程.

四 (9 分)、设有二元函数 $z = \ln \sqrt{1+x^2+y^2}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及全微分 dz .

五 (9 分)、求二元函数 $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$ 的极值.

六 (9 分)、计算二重积分 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, 其中积分区域 D 是由直线 $x = 2$, $y = x$ 及曲线 $y = \frac{1}{x}$ 所围成的区域.

七 (9 分)、求曲线 $x = 2t, y = \frac{1}{t} - 1, z = 2\sqrt{t}$ 在点 $(2, 0, 2)$ 处的切线和法平面方程.

八 (10 分)、设有幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{\sqrt{n}} x^n$. (1) 求该幂级数的收敛半径; (2) 指出其收敛区间;
(3) 讨论幂级数在收敛区间端点处的敛散性, 并确定其收敛域.

九 (10 分)、设有一阶非齐次线性微分方程 $\frac{dy}{dx} + 2xy = e^{-x^2}$. (1) 求对应的齐次线性微分方程的通解; (2) 求该方程的通解; (3) 求该方程满足初始条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解.

十 (5 分)、已知 $\alpha(x), \beta(x)$ 均是微分方程 $y'' + py' + qy = f(x)$ 的解, 证明 $\bar{y} = \frac{1}{3}\alpha(x) + \frac{2}{3}\beta(x)$ 也是该微分方程的解.