

NOIP2018 模拟赛题解

2018 年 3 月 13 日

1 考场安排

对于 30% 的数据：搜索枚举所有情况。

对于 100% 的数据：

比较容易想到的是贪心解法：优先考虑大班级坐大桌子即可。

另一种解法为网络最大流，从源点向每个班级连边，容量为班级人数，从每个教室向汇点连边，容量为教室人数，从每个班级向每个教室连边，容量为 1，使用任何最大流算法均可。

2 小 X 的数列

对于 20% 的数据，枚举情况判断即可；

对于 50% 的数据，（我也不知道怎么写）；

对于 100% 的数据：

首先考虑两端的数，如果这位 $b[i] = k$ ，那么这一位的期望是 $a_i \times \frac{1}{n} \times \frac{i-1}{n-1}$ ；

即两端的期望为 $a_i \times \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n-1} \frac{i}{n-1} = \frac{1}{2}a_i$ ；

再考虑中间的数，如果这位 $b[i] = k$ ，那么这一位的期望是 $a_i \times \frac{1}{n} \times \frac{i-1}{n-1} \times \frac{i-2}{n-2}$ ；

即中间的期望是 $a_i \times \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n-2} \frac{i(i+1)}{(n-1)(n-2)} = \frac{1}{3}a_i$ ；

提示： $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 。

即答案为 $\frac{1}{2} \times (a_1 + a_n) + \frac{1}{3} \times \sum_{i=2}^{n-1} a_i$ 。

3 警力覆盖

对于 30% 的数据，二进制枚举；

对于 100% 的数据，考虑树形 DP：

设 $f[u][0]$ 表示在 u 村庄建设警务站，其父亲和儿子是否建设警务站均可；

设 $f[u][1]$ 表示在 u 的父亲建设警务站，不在 u 和 u 的儿子建设警务站；

设 $f[u][2]$ 表示在 u 的一个儿子建设警务站，不在 u 和 u 的父亲建设警务站；

设 v 是 u 的一个儿子：

从叶节点向根转移，容易得出状态转移方程 $f[u][0] = \sum_v \min(f[v][0], f[v][1]), f[u][1] = \sum_v f[v][2]$ ；

考虑 $f[u][2]$ 和状态 $f[u][1]$ 的不同：

$f[u][2]$ 要求在 v 建设警务站， u 和 v 的儿子不建设；

$f[u][1]$ 要求在 v 的一个儿子建设警务站， u 和 v 的不建设；

故用 $f[u][1]$ 减去 v 的儿子建设警务站的情况（ $f[v][2]$ ），加上 v 建设警务站的情况（ $f[v][0]$ ）即可。