数学基础

Letian Lin — yingziyu-Lin@outlook.com

2024 年 3 月 4 日

1 概率论

1.1 概率的定义

频率学派：一个事情发生的次数占总试验次数的比例
贝叶斯学派：概率是表达个人或主观信念的不确定性
一定是 $[0,1]$ 上的一个数

1.2 联合概率

事件 $X = x_i$ 和 $Y = y_i$ 同时发生的概率,记作 $P(X = x_i, Y = y_j) = \frac{n_{i,j}}{N}$
加和原则：$P(X = x_i) = \sum_{j=1}^{L} P(X = x_i, Y = Y_i)$

1.3 条件概率

在事件 $X = x_i$ 发生条件下，事件 $Y = y_j$ 发生的概率，记作 $P(X = x_i|Y = y_j) = \frac{n_{i,j}}{c_i}$
$p(X, Y) = p(Y|X) * p(X)$

1.4 贝叶斯定理

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

$P(B|A)$ 称作似然度（表达了对 a 的不同设置，观测到数据集有多大的可能性），$P(A|B)$ 叫做后验概率（观察到 B 后的概率），P(A) 为先验概率，是对 a 的猜测

b 是观察到的数据，a 是模型参数。

posterior=likeihood*prior

推导

$$P(Y|X) * P(X) = P(Y, X) = P(X, Y) = P(X|Y) * P(Y)$$

1.5 独立事件

两个事件互不影响,Y 事件不影响 X 事件 $p(X|Y) = p(X), p), p(Y|X) = p(Y), p(X, Y) = p(X)p(Y)$

1.6 概率密度/累计分布函数

$p(x)$ 概率密度函数 (PDF)
$P(x)$ 累计分布函数 (CDF)
性质：$p(x) \geq 0$

$$P(z) = \int$$

1.7 数学期望

定义 在概率分布 $p(x)$ 下 $f(x)$ 的均值

计算 $E(f) = \sum_x p(x)f(x)$

$$E(f) = \int p(x)f(x)$$

$$E(f) = \frac{1}{N}\sum_j^N = 1f(j)$$

1.8 协方差

一个变量偏离期望的时候，另一个变量也偏离期望的趋势

1.9 随机变量的分布

高斯分布

$$\mathcal{N}(x;\mu,\sigma^2)=\sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma^2}}exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2)$$

1.10 学派

频率学派 用可重复的事件来计量事情发生的可能性