第一题：1～20 小题，每小题 1 分，共 20 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

设 $f(x)$ 是偶函数，$\varphi(x)$ 是奇函数，则下列函数（假设都有意义）中是奇函数的是（ ）

（A）$f[\varphi(x)]$ （B）$f[f(x)]$ （C）$\varphi[f(x)]$ （D）$\varphi[\varphi(x)]$

2、设 $f(x)=\arcsin x^2$，则 $f'(x)=$（ ）

（A）$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ （B）$\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$ （C）$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^4}}$ （D）$\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

3、设函数 $f(x)$ 的一个原函数为10^x，则 $f'(x)=$（ ）

（A）10^x （B）$10^x\cdot\ln 10$ （C）$10^x\cdot(\ln 10)^2$ （D）$10^x\cdot(\ln 10)^3$

4、不定积分$\int\sin x\cos xdx$ 不等于（ ）

（A）$\dfrac{1}{2}\sin^2 x+C$ （B）$\dfrac{1}{2}\sin^2 2x+C$

（C）$-\dfrac{1}{4}\cos 2x+C$ （D）$-\dfrac{1}{2}\cos^2 x+C$

5、$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^3+x\sin^2 x)\cos xdx=$（ ）

（A）0 （B）1 （C）-1 （D）$\dfrac{\pi}{2}$

6、已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则$\int_a^x f(t+a)dt=$（ ）

（A）$F(x)-F(a)$ （B）$F(t)-F(a)$

（C）$F(x+a)-F(x-a)$ （D）$F(x+a)-F(2a)$

7、已知 $F'(x)=f(x)$，则下述子式中一定正确的是（其中 C 为任意常数）（ ）

（A）$\int f(x)dx=F(x)+2C$ （B）$\int f(x)dx=F(x)$

（C）$\int F(x)dx = f(x)+C$　　（D）$\int F(x)dx = f(x)$

8、设 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，则 $f'(x)$ 等于（　　）

（A）$\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$　　（B）$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

（C）$\dfrac{1}{2(x+\sqrt{1+x^2})\sqrt{1+x^2}}$　　（D）$\dfrac{1}{2\sqrt{1+x^2}}$

9、$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=$（　　）

（A）1　（B）0　（C）∞　（D）不存在

10、$x\to 0^+$ 时，下列无穷小量中与 $\sqrt{x}$ 等价的是（　　）

（A）$1-e^{\sqrt{x}}$　（B）$\ln(1+\sqrt{x})$　（C）$\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$　（D）$1-\cos\sqrt{x}$

11、设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 是 n 阶方阵，则下列结论正确的是（　　）

（A）$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}\Leftrightarrow \boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$或$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$　　（B）$|\boldsymbol{A}|=0\Leftrightarrow \boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$

（C）$|\boldsymbol{AB}|=0\Leftrightarrow|\boldsymbol{A}|=0$或$|\boldsymbol{B}|=0$　　（D）$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}\Leftrightarrow|\boldsymbol{A}|=1$

12、$\begin{vmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ -1 & 2-a & a & 0 \\ 0 & -2 & 3-a & a \\ 0 & 0 & -3 & 4-a \end{vmatrix}=$（　　）

（A）22　（B）23　（C）24　（D）25

13、设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 均为n阶方阵，满足等式 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，则必有（　　）

（A）$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$ 或 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$　　（B）$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$

（C）$|\boldsymbol{A}|=0$ 或 $|\boldsymbol{B}|=0$　　（D）$|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{B}|=0$

14、设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 均为n阶矩阵$(n>1)$，m 是大于1的整数，则必有（　）

（A）$(\boldsymbol{AB})^T=\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{B}^T$　　（B）$(\boldsymbol{AB})^m=\boldsymbol{A}^m\boldsymbol{B}^m$

（C）$\left|AB^T\right|=\left|A^T\right|\left|B^T\right|$　　（D）$\left|A+B\right|=\left|A\right|+\left|B\right|$

15、$x=1$ 是 $D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & x & x^2\\ 1 & -2 & 4\end{vmatrix}=0$ 的（　　）

（A）充分必要条件　　（B）充分非必要条件

（C）必要非充分条件　　（D）既不充分也不必要条件

16、设 A,B 均为 n 阶可逆矩阵，则下列等式中必定成立的是（　　）

（A）$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$　　（B）$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

（C）$\left|A+B\right|=\left|A\right|+\left|B\right|$　　（D）$(AB)^*=B^*A^*$

17、设 A,B,C 是三个事件，与事件 A 互斥的事件是（　　）

（A）$\overline{A}B+A\overline{C}$　　（B）$\overline{A(B+C)}$　　（C）$\overline{ABC}$　　（D）$\overline{A+B+C}$

一袋中装有 4 只球，编号为 1，2，3，4，从袋中一次取出 2 只球，用 X 表示取出的 2 只球中最大号码数，则 $P\{X=4\}=$（　）

（A）0.4　　（B）0.5　　（C）0.6　　（D）0.7

19、假设事件 A,B 满足 $0<P(B)<1$，$P(A)>0$，且 $P(B|A)=1$，则（　　）

（A）$P(A|B)=1$　　（B）$P(\overline{A}|B)=0$

（C）$P(A|\overline{B})=0$　　（D）$P(\overline{A}|\overline{B})=0$

20、设随机变量 X 在 $[0,1]$ 上服从均匀分布，记事件 $A=\left\{0\le X\le\frac{1}{2}\right\}$，$B=\left\{\frac{1}{4}\le X\le\frac{3}{4}\right\}$，则（　　）

（A）A,B 互不相容　　（B）A,B 相互独立

（C）A 包含于 B　　（D）A 与 B 对立

第二题：21～60 小题，每小题 1.5 分，共 60 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

21、设 $a_1 = x(\cos\sqrt{x}-1), a_2 = \sqrt{x}\ln(1+\sqrt[3]{x}), a_3 = \sqrt[3]{x+1}-1$，当 $x \to 0^+$ 时，以上三个无穷小量按照从低阶到高阶的排序是（　　）

（A）a_1, a_2, a_3　（B）a_2, a_3, a_1　（C）a_2, a_1, a_3　（D）a_3, a_2, a_1

22、设函数 $f(x) = \dfrac{2^{\frac{1}{x}}-1}{2^{\frac{1}{x}}+1}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　）

（A）可去间断点　（B）跳跃间断点

（C）无穷间断点　（D）振荡间断点

23、设函数 $f(x)$ 可导，$f'(2)=3$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2-x)-f(2)}{3x} =$（　　）

（A）-1　（B）0　（C）1　（D）2

24、设 $f(x)$ 可导，则当 $\Delta x \to 0$ 时，$\Delta y - dy$ 是 Δx 的（　　）

（A）高阶无穷小　（B）等价无穷小

（C）同阶无穷小　（D）低阶无穷小

25、设函数 $f(x) = \int_{x^2}^{0} x\cos t^2 dt$，则 $f'(x) =$（　　）

（A）$-2x^2\cos x^4$　（B）$\int_{x^2}^{0}\cos t^2 dt - 2x^2\cos x^4$

（C）$\int_{0}^{x^2}\cos t^2 dt - 2x^2\cos x^4$　（D）$\int_{x^2}^{0}\cos t^2 dt$

26、$y=f(x)$ 是由方程 $x^2y^2+y=1(y>0)$ 确定的，则 $y=f(x)$ 的驻点为（　　）

（A）$x=0$　（B）$x=1$　（C）$x=0,1$　（D）不存在

27、设函数 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，在 $(0,a)$ 内二阶可导，且 $f(0)=0$，$f''(x)<0$，则 $\dfrac{f(x)}{x}$ 在 $(0,a]$ 上（　　）

（A）单调增加　（B）单调减少

（C）恒等于零　（D）非单调函数

28、设 $f(x) = x\sin x + \cos x$，下列命题中正确的是（　　）

（A）$f(0)$是极大值，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$是极小值　　（B）$f(0)$是极小值，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$是极大值

（C）$f(0)$是极大值，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$也是极大值　　（D）$f(0)$是极小值，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$也是极小值

29、$y=x^2$与$y=a\ln x$相切，则$a=$（　　）

（A）$4e$　　（B）$3e$　　（C）$2e$　　（D）e

30、设$d(x\ln x)=f(x)dx$，则$\int f(x)dx=$（　　）（其中C为任意常数）

（A）$x\ln x$　　（B）$1+\ln x$　　（C）$x\ln x+C$　　（D）x^2+C

31、$\int_1^5 \mathrm{e}^{\sqrt{2x-1}}\mathrm{d}x=$（　　）

（A）e^3　　（B）$2\mathrm{e}^3$　　（C）$3\mathrm{e}^3$　　（D）$4\mathrm{e}^3$。

32、设函数$f(x)$与$g(x)$在$[0,1]$上连续，且$f(x)\le g(x)$，那么对任意$c\in(0,1)$有（　　）

（A）$\int_{\frac{1}{2}}^{c} f(t)dt \ge \int_{\frac{1}{2}}^{c} g(t)dt$　　（B）$\int_{\frac{1}{2}}^{c} f(t)dt \le \int_{\frac{1}{2}}^{c} g(t)dt$

（C）$\int_{c}^{1} f(t)dt \ge \int_{c}^{1} g(t)dt$　　（D）$\int_{c}^{1} f(t)dt \le \int_{c}^{1} g(t)dt$

33、设$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln(\sin x)dx$，$J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln(\cos x)dx$，则$I$、$J$的大小关系是（　　）

（A）$I<J$　　（B）$I>J$　　（C）$I\le J$　　（D）$I\ge J$

34、已知$f(x,y)=e^{\sqrt{x^2+y^4}}$，则（　　）

（A）$f_x'(0,0)$，$f_y'(0,0)$都存在　　（B）$f_x'(0,0)$不存在，$f_y'(0,0)$存在

（C）$f_x'(0,0)$存在，$f_y'(0,0)$不存在　　（D）$f_x'(0,0)$，$f_y'(0,0)$都不存在

35、计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z^2dxdydz=$（　　），其中$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 1\}$。

（A）$\frac{4\pi}{15}$　　（B）$\frac{4\pi}{45}$　　（C）$\frac{\pi}{3}$　　（D）$\frac{2\pi}{3}$

36、设D是第二象限的一个有界闭区域，且$0<y<1$，记$I_1=\iint\limits_D yx^3d\sigma$，$I_2=\iint\limits_D y^2x^3d\sigma$，

$I_3=\iint\limits_D y^{\frac{1}{2}}x^3d\sigma$ 的大小顺序是（　　）

（A）$I_1\le I_2\le I_3$　　（B）$I_2\le I_1\le I_3$

（C）$I_3\le I_1\le I_2$　　（D）$I_3\le I_2\le I_1$

37、设曲线积分$\int_L[f(x)-e^x]\sin ydx-f(x)\cos ydy$ 与路径无关，其中$f(x)$具有一阶连续导数，且$f(0)=0$，则$f(x)$等于（　　）

（A）$\frac{1}{2}(e^{-x}-e^x)$　　（B）$\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$

（C）$\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})-1$　　（D）$1-\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$

38、函数$y=Cx+\frac{x^3}{6}$（其中C是任意的常数）对微分方程$\frac{d^2y}{dx^2}=x$而言（　　）

（A）是通解　　（B）是特解

（C）是解，但既非通解也非特解　　（D）不是解

39、微分方程$y''+2y'+2y=e^{-x}\sin x$的特解形式为（　　）

（A）$e^{-x}(a\cos x+b\sin x)$　　（B）$e^{-x}(a\cos x+bx\sin x)$

（C）$xe^{-x}(a\cos x+bx\sin x)$　　（D）$e^{-x}(ax\cos x+bx\sin x)$

40、$z_x'(x_0,y_0)=0$和$z_y'(x_0,y_0)=0$是函数$z=z(x,y)$在点(x_0,y_0)处取得极值的（　　）

（A）必要条件但非充分条件　　（B）充分条件但非必要条件

（C）必要条件　　（D）既非必要也非充分条件

41、设$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{P}_1=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\boldsymbol{P}_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$其中$\boldsymbol{A}$可逆，则$\boldsymbol{B}^{-1}$等于（　　）

（A）$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2$　　（B）$\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}_2$　　（C）$\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}^{-1}$　　（D）$\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{P}_1$

42、已知$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & t \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{P}$为3阶非零矩阵，且满足$\boldsymbol{PQ}=\boldsymbol{O}$，则（　　）

（A）当$t=6$时，$\boldsymbol{P}$的秩必为1　　（B）当$t=6$时，$\boldsymbol{P}$的秩必为2

（C）当$t\neq 6$时，$\boldsymbol{P}$的秩必为1　　（D）当$t\neq 6$时，$\boldsymbol{P}$的秩必为2

43、设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{bmatrix}$，且$r(\boldsymbol{A})=3$，则$k=$（　）

（A）3　　（B）-3　　（C）1　　（D）-1

44、n维向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s(3\leq s\leq n)$线性无关的充分必要条件是（　）

（A）存在一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_s$，使得$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_s\boldsymbol{\alpha}_s\neq\boldsymbol{0}$

（B）$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中任意两个向量都线性无关

（C）$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中存在一个向量，它不能用其余向量线性表出

（D）$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中任意一个向量都不能用其余向量线性表出

45、设$\boldsymbol{A}$为n阶方阵，且$|\boldsymbol{A}|=0$，则（　　）

（A）$\boldsymbol{A}$中必有两行（列）的元素对应成比例

（B）$\boldsymbol{A}$ 中任意一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

（C）$\boldsymbol{A}$ 中必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

（D）$\boldsymbol{A}$ 中至少有一行（列）的元素全为0

46、已知矩阵 $\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3,\boldsymbol{\gamma}_4],\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3,\boldsymbol{\gamma}_4]$ 为四阶方阵，其中 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3,\boldsymbol{\gamma}_4$ 均为四维列向量，且已知行列式 $|\boldsymbol{A}|=4,|\boldsymbol{B}|=1$，则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=$（　　）

（A）5　　（B）10　　（C）20　　（D）40

47、要使 $\boldsymbol{\xi}_1=\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{\xi}_2=\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}$ 都是线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的解，只要系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为（　　）

（A）$[-2\quad 1\quad 1]$　　（B）$\begin{bmatrix}2&0&-1\\0&1&1\end{bmatrix}$

（C）$\begin{bmatrix}-1&0&2\\0&1&-1\end{bmatrix}$　　（D）$\begin{bmatrix}0&1&-1\\4&-2&-2\\0&1&1\end{bmatrix}$

48、已知 $\boldsymbol{\beta}_1$，$\boldsymbol{\beta}_2$ 是 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的两个不同的解，$\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2$ 是相应齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系，k_1,k_2 是任意常数，则 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的通解是（　　）

（A）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2}{2}$　　（B）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2}{2}$

（C）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2}{2}$　　（D）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2}{2}$

49、设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶矩阵，且满足 $\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$，已知 $\boldsymbol{A}$ 的迹 $tr(\boldsymbol{A})=-2$，则 $|\boldsymbol{A}+3\boldsymbol{E}|$ 为（　　）

（A）6　　（B）9　　（C）3　　（D）0

50、$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&1&2\\0&2&a\\0&0&3\end{bmatrix}$ 和对角矩阵相似，则 a 等于（　　）

（A）2　　（B）1　　（C）-2　　（D）-1

51、设随机变量 $X\sim N(1,1)$，概率密度为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，则下列正确的是（　　）

（A）$P\{X \le 0\} = P\{X \ge 0\}$　　（B）$P\{X \le 1\} = P\{X \ge 1\}$

（C）$f(x) = f(-x), x \in \mathbf{R}$　　（D）$F(x) = 1 - F(-x), x \in \mathbf{R}$

52、设函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{x}{3}, & 0 \le x < 2 \\ 1, & x \ge 2 \end{cases}$，则 $F(x)$（　　）

（A）不是任何随机变量的分布函数　　（B）是某随机变量的分布函数

（C）是离散型随机变量的分布函数　　（D）是连续型随机变量的分布函数

53、设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则概率 $P\{X < \mu + \sigma^2\}$（　　）

（A）随 μ 的增大而增大，随 σ 的增大而减小

（B）随 μ 的增大而减小，随 σ 的增大而增大

（C）随 μ 的增大而增大，与 σ 无关

（D）与 μ 无关，随 σ 的增大而增大

54、设 X 是随机变量，$E(X) = \mu$，$D(X) = \sigma^2$，则对任意常数 C 必有（　　）

（A）$E(X-C)^2 = E(X) - C^2$　　（B）$E(X-C)^2 = E(X-\mu)^2$

（C）$E(X-C)^2 \le E(X-\mu)^2$　　（D）$E(X-C)^2 \ge E(X-\mu)^2$

55、设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y) = \begin{cases} ae^{-x}, 0 < y < x, \\ 0, \quad 其它, \end{cases}$ 则 a 为（　）

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

56、设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y) = \begin{cases} e^{-x}, 0 < y < x, \\ 0, \quad 其它, \end{cases}$ 则 $P\{Y < 1\}$ 为（　）

（A）e^{-1}　　（B）$2e^{-1}$　　（C）$1-e^{-1}$　　（D）$2-e^{-1}$

57、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，若 $E[(X-1)(X-2)] = 1$，则参数 $\lambda =$（　　）

（A）3　　（B）-1　　（C）1　　（D）2

58、设随机变量 X 服从 $(-1,1)$ 上的均匀分布，事件 $A=\{0<X<1\}$，$B=\left\{|X|<\frac{1}{4}\right\}$，则（　）

（A）$P(AB)=0$　　（B）$P(AB)=P(A)$

（C）$P(A)+P(B)=1$　　（D）$P(AB)=P(A)P(B)$

59、假设 X 为随机变量，则对任意实数 a，概率 $P\{X=a\}=0$ 的充要条件是（　）

（A）X 为离散型随机变量　　（B）X 为连续型随机变量

（C）X 的分布函数是连续函数　　（D）X 的概率密度是连续函数

60、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则 $P\{\max\{X,Y\}\le 1\}=$（　）

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{1}{6}$　　（C）$\frac{1}{9}$　　（D）$\frac{1}{12}$

第三题：61～70 小题，每小题 2 分，共 20 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

61、设 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x^3, & x\le 1\\ x^2, & x>1\end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的（　）

（A）左、右导数都存在　　（B）左导数存在，但右导数不存在

（C）左导数不存在，但右导数存在　　（D）左、右导数都不存在

62、设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，下列命题正确的是（　）

（A）若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=0$

（B）若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=1$

（C）若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)=0$

（D）若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(-x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)=0$

63、已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 的始点 $A(4,0,5)$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=2\sqrt{14}$，$\overrightarrow{AB}$ 的方向余弦为 $\cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{14}},\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{14}},\cos\gamma=-\frac{2}{\sqrt{14}}$，则 B 的坐标为（　　）

（A）$(10,-2,1)$　　（B）$(-10,-2,1)$

（C）$(10,2,1)$　　（D）$(10,-2,-1)$

64、已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n\sqrt{n}\tan\frac{1}{n^{\alpha}}$ 绝对收敛，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^{3-\alpha}}$ 条件收敛，则（　　）

（A）$0<\alpha\le\frac{1}{2}$　　（B）$1<\alpha<\frac{5}{2}$　　（C）$1<\alpha<3$　　（D）$\frac{5}{2}<\alpha<3$

65、函数 $f(x)=\begin{cases}\cos\frac{\pi x}{l}, & 0\le x<\frac{l}{2},\\ 0, & \frac{l}{2}\le x<l\end{cases}$ 展开成余弦级数时，应对 $f(x)$ 进行（　　）

（A）周期为 $2l$ 的延拓　　（B）偶延拓

（C）周期为 l 的延拓　　（D）奇延拓

66、下列关于线性相关性的说法正确的有（　　）个

① 如果 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性相关，则存在全不为零的常数 $k_1,k_2,\cdots,k_n$ 使得 $k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{\alpha}_n=\mathbf{0}$。

② 如果 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性无关，则对任意不全为零的常数 $k_1,k_2,\cdots,k_n$，都有 $k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{\alpha}_n\ne\mathbf{0}$。

③ 如果 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性无关，则由 $k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{\alpha}_n=\mathbf{0}$ 可以推出 $k_1=k_2=\cdots=k_n=0$。

④ 如果 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性相关，则对任意不全为零的常数 $k_1,k_2,\cdots,k_n$，都有

$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{\alpha}_n=\mathbf{0}$。

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

67、若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=ax_1^2+4x_2^2+ax_3^2+6x_1x_2+2x_2x_3$ 是正定的，则 a 的取值范围是（　　）

（A）$a>\frac{5}{2}$　　（B）$a<0$　　（C）$a>\frac{9}{4}$　　（D）$a<\frac{5}{2}$

68、设3阶实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $\lambda_1=-1,\lambda_2=\lambda_3=1$，对应于 λ_1 的特征向量为

$\boldsymbol{\xi}_1=[0,1,1]^T$，则矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为（　　）

（A）$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{bmatrix}$（B）$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&-1\\0&-1&0\end{bmatrix}$（C）$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{bmatrix}$（D）$\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&0&-1\\0&-1&0\end{bmatrix}$

69、设随机变量 X 的期望 $E(X)=0$，方差 $D(X)=1$，由切比雪夫不等式 $P\left\{\left|\frac{X}{n}\right|\geq 1\right\}\leq$

（　　）

（A）$\frac{1}{n^2}$　　（B）$\frac{1}{n}$　　（C）$\frac{2}{n^2}$　　（D）$\frac{2}{n}$

假设 $F(x)$ 为随机变量 X 的分布函数，在下列函数中，能够作为随机变量分布函数的有（　　）个

（1）$F(2x)$　（2）$\frac{F(x)+1}{2}$　（3）$F(x^2)$　（4）$F(x^3)$

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4