

二次变差
wikipedia

在数学中，二次变差（quadratic variation）用于分析随机过程，例如布朗运动和鞅。二次变差是变差的一种。

定义 [[编辑](#)]

设 X_t 是定义在**概率空间** $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ 上的实值随机过程，时间 t 取非负实数。其二次变差也是一个随机过程，记做 $[X]_t$ ，定义为

$$[X]_t = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n (X_{t_k} - X_{t_{k-1}})^2$$

其中 P 取遍区间 $[0, t]$ 所有的划分，范数 $\|P\|$ 等于 P 中最长的子区间的长度，极限使用依概率收敛来定义。

更一般地，两个过程 X 和 Y 的**协变差**（或称**互变差**）为

$$[X, Y]_t = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n (X_{t_k} - X_{t_{k-1}})(Y_{t_k} - Y_{t_{k-1}})$$

用**极化恒等式**可以把协变差用二次变差表示出来

$$[X, Y]_t = \frac{1}{2}([X + Y]_t - [X]_t - [Y]_t)$$