2.3 二階相干函數理論

二階相干函數（Second order correlation functions）結合 HB-T 光子相干技術可用於檢測發光源是否為單光子光源。其架構由 Hanbury-Brown 和 Twisse 提出，將於第三章中作介紹。

光子相干通常被用來量測發光體的數目。以二能階系統為例，二階相干函數表示法為 [36][37] :

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{\langle I(t)I(\tau+t)\rangle}{\langle I(t)\rangle^{2}}, \tag{2-9}$$

把兩偵測器量到的光子數由下列函數表示:

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{\langle n_1(t)n_2(t+\tau)\rangle}{\langle n_1(t)\rangle\langle n_2(t+\tau)\rangle}, \tag{2-10}$$

其中 n_i (t)表示偵測之光子數，將 n_i (t)以階梯算符 $\hat{a}$（Ladder operator）、厄米特共軛$\hat{a}^{+}$（Hermitian conjugate）代替：

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{\langle\hat{a}_1^{+}(t)\hat{a}_2^{+}(t+\tau)\hat{a}_2(t+\tau)\hat{a}_1(t)\rangle}{\langle\hat{a}_1^{+}(t)\hat{a}_1(t)\rangle\langle\hat{a}_2^{+}(t+\tau)\hat{a}_2(t+\tau)\rangle}, \tag{2-11}$$

$$=\underbrace{\frac{(N^2-N)}{N^2}}_{\tau=0}+\underbrace{\frac{1}{N}\frac{P_e(\tau)}{P_e(\infty)}}_{\tau\neq 0}\ ,\ \hat{n}=\hat{a}^{+}\hat{a}, \tag{2-12}$$

其中$P_e(\tau)$表示時間τ激發態的佔有率。

(2-12)式為 $\tau=0$ 時，$g^{(2)}(0)=\frac{(N^2-N)}{N^2}$；$\tau\neq 0$ 時，$g^{(2)}(\tau)=\frac{1}{N}\frac{P_e(\tau)}{P_e(\infty)}$。

而當τ=0，(2-11)可簡化為：

$$g^{(2)}(0)=\frac{\langle\hat{a}_1^{+}\hat{a}_2^{+}\hat{a}_2\hat{a}_1\rangle}{\langle\hat{a}_1^{+}\hat{a}_1\rangle\langle\hat{a}_2^{+}\hat{a}_2\rangle}, \tag{2-13}$$

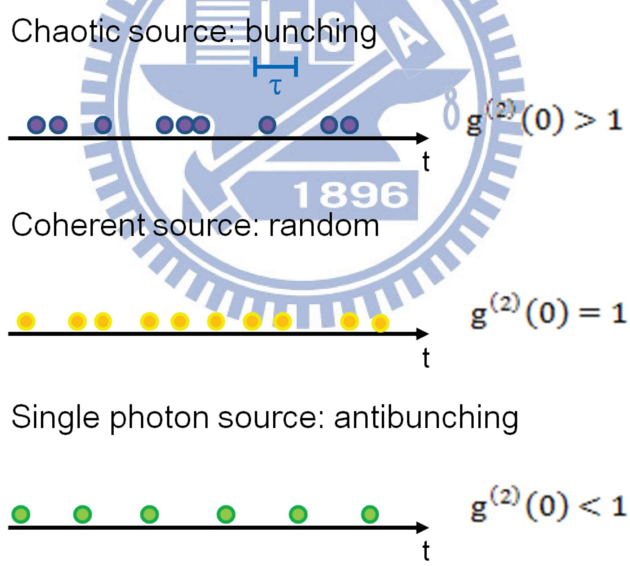
利用階梯算符可以表示成

$$g^{(2)}(0)=\frac{n(n-1)}{n\cdot n}=1-\frac{1}{N}. \tag{2-14}$$

其中 N 表示發出之光子態數量。

由式子可知，N=1 即所謂的單光子光源，此時的 $g^{(2)}(0)=0$。

簡而言之，當 $g^{(2)}(0)>1$ 時，集束（Bunching）現象代表光子具有高度的相干性；當 $g^{(2)}(0)=1$ 時，同調現象代表光子不具任何相干性，光源強度不因時間改變；當 $g^{(2)}(0)<1$ 時，代表光子光源被兩偵測器同時量到的機率極低，因此，反集束（Anti-bunching）現象可以辨識單光子源，如【圖 2-10】所示。

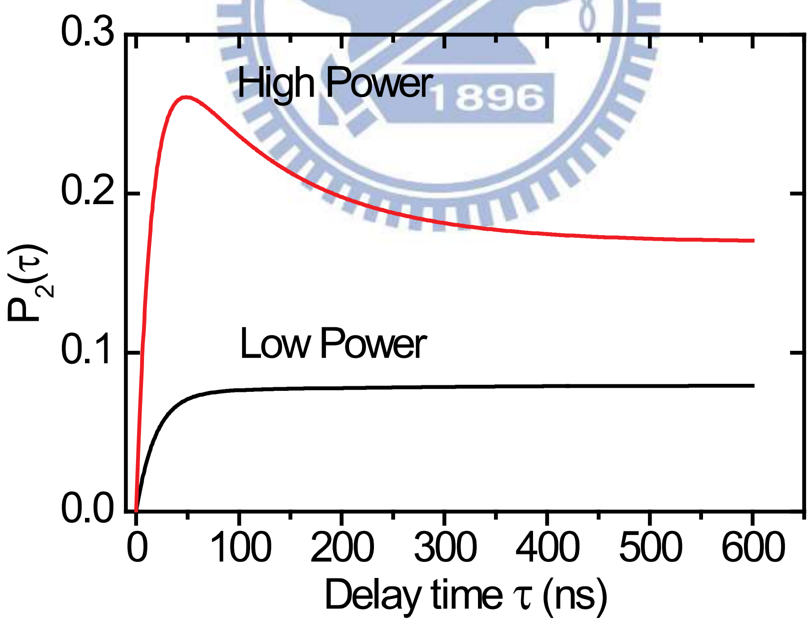


【圖 2-10】光子集束、同調、反集束現象比較。

將二階相干函數（2-12）式與 2.2.2 小節中，三能階系統動力學方程式（2-2）式結合：

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{p_2(\tau)}{p_2(\infty)}=1+C_2e^{-\frac{\tau}{\tau_2}}+C_3e^{-\frac{\tau}{\tau_3}}. \tag{2-15}$$

在三能階系統下，電子由激發態掉到基態的速率，基本上大於由激發態掉至亞穩態。換句話說，當以低激發功率激發電子使其躍遷至激發態時，電子較易直接復合回基態，因此亞穩態對系統所造成的影響甚小；當提高激發功率時，激發態的電子數數目眾多，使其無法及時復合回基態，故電子有機會跑至亞穩態，造成集束現象。【圖 2-11】為 $p_2(\tau)$ 在高激發和低激發功率時，電子占有率對時間的結果。由圖可知，在高功率激發態占有率尚未達到穩態時間時，會有電荷累積的現象，因此，$\dfrac{p_2(\tau)}{p_2(\infty)}$ 大於 1，為集束現象；低激發功率時，$\dfrac{p_2(\tau)}{p_2(\infty)}$ 小於 1，為反集束現象。



【圖 2-11】高激發和低激發功率時，電子占有率對時間的結果。