

# 相对论推导练习

这篇文章里是我设计的几个用于推导相对论的练习，它们只需要少量初中数学和物理基础。如果做出前三个，你就能推导出正确的相对论公式。这些练习已经通过了好几个文科生，理科生，还有一个医生的试验。他们都能在一小时之内独立推导和理解相对论。

## 基础练习

以下是三个最基础的练习，只需要最基础的数学（加减乘除）和物理常识（比如 速度=距离/时间），它们比通常的初中物理题都要容易些。下一节会有一些稍难的进阶练习。

### 练习 1



假设现在世界变了，光速只有  $1 \text{ m/s}$ （米/秒）。也就是说， $n$  米远的地方发生的事情（比如那里出现一只猫），要过  $n$  秒钟才能被你看见。现在有一只猫，它以  $0.5 \text{ m/s}$  的速度，匀速离你而去。你观测猫的速度，会看到猫速是多少呢？

说明：这个  $0.5 \text{ m/s}$  是猫自己感觉到的速度。由于现在光速很慢，而一切的观测都要靠光，所以你测出来的猫速和猫自己感觉的速度可能不一样。猫怎么知道自己的速度呢？它可以凭感觉，比如“吃了鱼罐头之后散步的速度”。如果你想精确一些，可以假设地上事先画好了距离刻度，猫可以通过看这些刻度得知与你的距离，它身上带着一只表，可以知道时间。你怎么观测猫的速度呢？你也是看这些地上的刻度，你手上也有一只表。这里我们忽略猫的眼睛离地面的距离，所以猫看刻度是瞬间完成的，而你看猫脚下的刻度可能需要时间。

（现在可以开始做练习 1。如果遇到困难，可以点击[这里](#)看提示 1。我会在一天后提供提示的链接。）

### 练习 2



跟练习 1 一样，光速还是只有  $1 \text{ m/s}$ ，但这次猫不是离你而去，而是以  $0.5 \text{ m/s}$  的速度朝你跑来。这次你测出来的猫速是多少呢？

思考：为什么猫离开你和接近你两种情况，你观测到的速度不一样呢？请设想一个日常生活中的情景（比如两个人约见面，发消息出现严重延迟），用它来理解这个事情。

### 练习 3

根据上面两个练习的思路，把具体的数字换成变量，推导出通用的公式。猫以  $v_a$  的速度离你而去，光速是  $c$ ，求你测出来的猫速 ( $v_s$ ) 与  $v_a$  的关系。结果应该是  $v_s = \dots$  这样的形式，右边的表达式里包含了  $v_a$ 。

变量的定义：

$v_a$ ：猫自己感觉到的速度

$v_s$ ：你观察到的猫的速度

$c$ ：光速

**验证公式：**把练习 1 和练习 2 的具体数字代入到练习 3 推导出来的公式里，看看是否符合之前算出来的结果？注意公式里的  $v_a$  表示“猫离开的速度”，如果猫朝你跑过来，可以用负数表示  $v_a$ 。

至此，你已经推导出了正确的「相对论速度变换公式」。

## 爱因斯坦的错误

如果你学过爱因斯坦的相对论公式，就会发现我们这里推导出来的公式，是和爱因斯坦的公式不一样的。爱因斯坦的相对论公式是基于错误的前提条件：相对光速不变。

如果相对光速并不是不变的，而是和牛顿力学的相对速度原则一致，会随着观察者的运动而改变，那么接近光速的物体应该产生什么样的现象？我们这里推导出来的公式就是用来解决这个问题的。有些聪明的物理专业人士可能已经发现了，我们推导出来的公式和「多普勒公式」一模一样。

如果用爱因斯坦的公式，无论猫往哪个方向跑，算出来的结果都是一样的。爱因斯坦的公式是错误的，而且他把问题严重的复杂化和神秘化了。本来是初中级别的物理问题，结果搞得几乎没人能懂。

前面的练习都在研究物体的速度。由于光速有限，而一切的物理观测都依赖于光（或其他电磁波），所以物体的性质（比如速度，时间，长度，能量，频率等），会随着运动发生“观测扭曲”。但这些“观测扭曲”只是因为光的延迟导致的主观错觉。物体的速度，时间，长度，能量，频率并不会发生实质的变化，只是观察者看着不一样而已。

相对论的意义就在于把观测到的数据“消除扭曲”，还原为实际的数据。这就像你刚戴上眼镜的时候看到物体都变小了，过段时间大脑理解了这个差异，就自动把图像调整回原来的大小了。就像网络延迟产生了视频卡顿，有人在半空中很久才掉下来，好像地球引力变小了一样，你得把它脑补还原回去。相对论只是一个“观测理论”，而不是一个“实质理论”。

不理解这一点，以为高速运动会导致物体的性质发生实质变化，比如“时间会走得慢一些”，“质量会变大”，就是各种误解的来源。不但外行有误解，甚至物理学家和爱因斯坦自己都在宣扬这些误解。多年以后，这些累积起来的误解让物理学发展成了一个近乎科幻的学科。

如果你想更进一步理解其他的物理性质会如何发生观测扭曲，可以继续做以下的练习。

## 进阶练习

下面是一些进阶的思考和扩展练习，它们也都只需要初中物理知识就能解答，但有些可能需要更多的思考，做不出来都可以跳过。

### 练习 4

光速还是只有 1 m/s。假设这只猫静止时，你看到它的长度（实际长度）是 1 米。请计算：

a) 当它以 0.5 m/s 的速度离开你的时候，你观测到它的长度是多少？

b) 当它以 0.5 m/s 的速度接近你的时候，你观测到它的长度是多少？

使用 (a) 和 (b) 得到的思路，推导出观测长度  $l_s$  与实际长度  $l_a$  之间的换算关系。请观察，这个换算关系和速度的换算公式之间是什么关系？

### 练习 5

请自己想办法推导：

1. 猫身上那只表的时间 (time) 换算公式
2. 猫的质量 (mass) 换算公式

3. 猫的动能 (kinetic energy) 换算公式
4. 猫的动量 (momentum) 换算公式
5. 猫的颜色 (光的频率) 换算公式

这些基本都能利用练习 3 得到的变换公式推导出来，都很简单。不过方法可能有点难想到，做不出来可以跳过。

## 练习 6

参考爱因斯坦的[狭义相对论公式](#)，是和我们推导出来的公式不一样的。对于以上练习，由他的公式得到的结果会有什么不同？你认为爱因斯坦的公式有什么问题吗？谁的公式是正确的？

可以试着读一下爱因斯坦的[原版相对论论文](#)，看看他依据的前提条件是什么？

## 练习 7

了解一下相对论的「[twin paradox](#)」悖论，它为什么会发生？如果使用我们这里推导出来的相对论公式，twin paradox 还会发生吗？

## 练习 8 (难)

这个练习有点难。参考爱因斯坦的  $E = mc^2$  论文 ([论文链接](#))，理解他推导「质能方程」 $E = mc^2$  的过程，他是通过相对论推导出  $E = mc^2$  的。你能看出他的推导过程有什么错误吗？使用我们推导出来的相对论公式，用类似的方式重新进行推导，正确的「质能方程」应该是什么样子？

练习就是这些，稍后我会提供其中一些的提示和解答。