

## 基于局部线性嵌入(LLE)非线性降维的多流形学习

马 瑞, 王家璇, 宋亦旭

(清华大学 计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

**摘 要:** 为了研究多人脸多表情数据集的多流形学习问题, 提出了一种基于局部线性嵌入(LLE)算法的多流形学习方法。对于分布在不同流形上的高维数据, 该方法在降维的同时首先对数据集进行非监督的聚类, 然后分析每一类数据的低维流形的本质维数以及流形空间的构成, 聚类及流形空间的确定是通过 LLE 降维的结果进行分析而完成的, 计算复杂度小。在 Cohn-Kanade 人脸表情数据库上的表情识别实验表明, 该方法在多人脸多表情流形的学习中优于基本的 LLE 算法, 表情的识别率提高了 20%~40%。

**关键词:** 人脸表情识别; 局部线性嵌入(LLE); 流形

中图分类号: TP 301

文献标识码: A

文章编号: 1000-0054(2008)04-0582-04

### Multi-manifold learning using locally linear embedding (LLE) nonlinear dimensionality reduction

MA Rui, WANG Jiaxin, Song Yixu

(State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems,  
Department of Computer Science and Technology,  
Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** A variant of the locally linear embedding (LLE) technique is used to learn multiple low-dimensional facial expression manifolds formed by multiple subjects with multiple expressions. The algorithm first separates the multivariate expression data distributed on several disjoint manifolds into different groups and then analyzes the intrinsic dimensionality and the low-dimensional manifold representation for each group of data. The simultaneous data grouping and the intrinsic dimension detection are both automatic, with reasonable computational loads. Recognition tests using the Cohn-Kanade facial expression database show that the algorithm is superior to the original LLE in terms of the multi-manifold subspace learning, increasing the expression recognition rate from 20% to 40%.

**Key words:** facial expression recognition; locally linear embedding (LLE); manifold

述方式, 利于观察数据的分布。Seung 等于 2000 年在 Science 杂志上发表的文章指出, 人脸数据集构成了嵌入在高维图像空间中的流形, 具有较低的本质维数<sup>[1]</sup>。直接对分布在高维空间中的数据进行分析是比较困难的。学习数据集集合分布的流形有助于发现高维数据集分布的内在规律性及数据可视化。各种流形学习算法的目的就是寻找一个能够保持高维观察数据局部几何特性的低维简洁表示<sup>[2-5]</sup>。

局部线性嵌入 (locally linear embedding, LLE) 是一种通过局部线性关系的联合来揭示全局非线性结构的非线性降维方法<sup>[2]</sup>, 它是在保持数据的邻域关系下, 计算高维输入数据在低维空间中的嵌入流形。Roweis 等将 LLE 应用到由特定人不同姿态和光照情况下的人脸图像构成的数据集上, 学习到二维嵌入流形的坐标具有明显的物理含义, 如人脸的姿态的连续变化以及表情类型和程度的变化<sup>[2]</sup>。Chang 等人利用 LLE 对高维人脸表情图像进行降维, 证明了人脸表情数据集在低维空间中具有流形的分布, 相似的表情分布在相近的区域, 基本的表情集合从中性表情向外延展成曲线<sup>[6]</sup>。Chang 等的工作对低维表情流形的学习具有重要意义, 但存在以下问题: 1) 只采用人脸 58 个特征点的坐标作为人脸特征, 增加了预处理过程, 同时由于摒弃了灰度信息, 会丢失一些具有分辨能力的图像特征; 2) 对每个人的图像数据单独进行降维, 不能同时有效处理多人的数据。

基本的 LLE 算法在连续的数据集上能够计算出较好的低维流形, 但真实的数据集可能具有多个不连续的子集, 且每个子集的低维流形亦不相同。那么直接采用 LLE 算法不能够准确有效地计算出每

数据降维是高维数据(如人脸图像)分析中重要而有效的方法之一, 目的是寻求更加简洁的数据描

收稿日期: 2007-01-31

作者简介: 马瑞(1979—), 女(汉), 陕西, 博士研究生。

通讯联系人: 王家璇, 教授, E-mail: wxj@mail.tsinghua.edu.cn

个数据集的低维流形空间。Polito 和 Perona 中给出了 LLE 算法中如何在降维的同时对数据进行非监督的聚类<sup>[7]</sup>。但是 Polito 等并没有给出确定每一类流形空间的方法,针对这个问题,本文提出了分散数据集的多流形确定方法。

本文工作与以往不同的是对多人多表情的数据集进行非监督聚类 and 降维。在 Cohn-Kanade 人脸表情数据集<sup>[8]</sup>上进行的表情流形学习和表情识别实验,验证了本文提出的多流形学习方法对学习分散流形的有效性。

## 1 分组数据的多流形学习

### 1.1 基于 LLE 算法的数据降维与聚类

LLE 降维中要求解一个稀疏矩阵  $M$ <sup>[2]</sup>, Polito 等给出了通过分析  $M$  矩阵特征向量进行聚类的方法,简单表述为:根据  $M$  矩阵的 0 特征值对应的特征向量,从其中只具有 0、1 分量的特征向量的个数  $m$  便可确定聚类的个数<sup>[7]</sup>。Polito 指出流形的本质维数可以由 0 特征值的个数来确定,本文通过设定一个极小的正数  $\epsilon$  来确定 0 特征值。

图 1 所示的表情图像数据采集自 Cohn-Kanade 表情数据库<sup>[8]</sup>,包括 6 个表情序列,两个女性各 3 种表情,样本数 87,原始图像空间是 3 000 维,采用



图 1 Cohn-Kanade 部分人脸表情图像

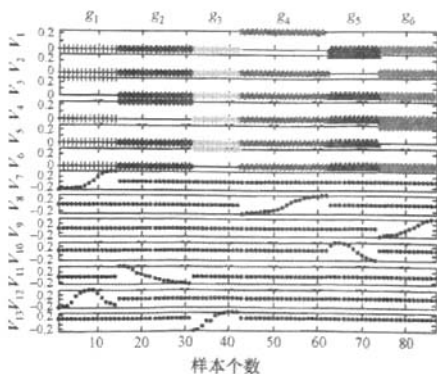


图 2 根据特征向量  $V$  进行非监督聚类

LLE 非线性降维。图 2 是 LLE 降维后矩阵  $M$  的特征向量(每一行),这里列出了前 13 个 0 特征根对应的特征向量,图中的每一列代表一个样本降维后在每个特征向量上的取值。根据文<sup>[7]</sup>,由前 6 个特征向量  $V_1, \dots, V_6$  的分量值可以得出数据分为 6 组  $g_1, \dots, g_6$  (见图中标识,不同的样本符号表示不同的类别),该分类结果和实际的样本类别标识完全一致,即 6 个表情序列被正确地分开。

### 1.2 流形空间的确定

由于将所有数据在一个统一的空间中表示时,某些组数据在某些维度上是没有变化的,引起了数据表示上的冗余;同时也不利于观察数据变化的趋势和规律,以及流形的形状。针对这一问题,我们提出分组 LLE 算法学习分散数据集的多个流形,即确定构成流形空间的坐标。

假设数据被分为  $m$  个组  $g_1, g_2, \dots, g_m$ 。矩阵  $M$  一共有  $z$  个零特征值  $\lambda_1, \dots, \lambda_z$ , 和其对应的  $z$  个特征向量为  $V_1, V_2, \dots, V_z (m < z)$ 。

如果最小的  $m$  个 0 特征值  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$  对应的是全“1”的特征向量  $V_1, \dots, V_m$ , 它们只包含了数据的分组信息。那么其余的  $z-m$  个特征值  $\lambda_{m+1}, \dots, \lambda_z$  分属于每组数据,其对应的特征向量  $V_{m+1}, \dots, V_z$  构成了每组数据的低维嵌入空间。

考察某个特征向量  $V_j, j=m+1, \dots, d$  的值,如果  $V_j$  的值在组  $g_k$  上非零,那么特征值  $\lambda_j$  属于组  $g_k, k=1, \dots, m$ ; 否则,  $g_k$  数据集在该维上没有变化,不能刻画数据集的分布,不能构成该数据集低维流形的坐标系。

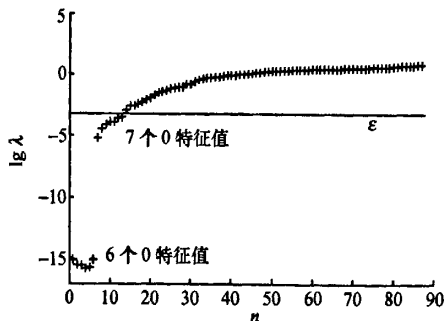


图 3 确定 0 特征值的个数

仍以图 1 的表情图像数据集为例,常数  $\epsilon$  确定了矩阵  $M$  的零特征值个数  $z=13$  (图 3)。由图 2 中的特征向量可以得出数据分为 6 组,前 6 个最小的特征值分别对应每一组全“1”的特征向量。按特征值从小到大的顺序,依次考察其对应的特征向量在每一组数据上的值。对于  $g_1$  组的数据,仅在  $V_7$  和  $V_{12}$

特征向量上取“非零”值,因此  $g_1$  组数据的 2D 流形在  $[V_7, V_{12}]$  张成的子空间中表现时,能够观察  $g_1$  组数据的分布,而其他组的数据则聚为一个点(图 4)。通过这样的分析,可以得到其他分组的数据的低维流形空间坐标系。

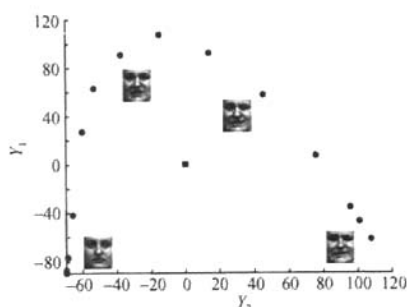


图 4  $g_1$  组的二维流形

## 2 人脸表情识别实验

### 2.1 实验数据

在著名的 Cohn-Kanade 人脸表情数据库<sup>[8]</sup>上进行表情识别实验,验证本文方法对多人多表情数据集处理的有效性。该数据库包括了介于 18 到 30 岁,亚洲、非洲和美洲等种族的男性和女性的表情图像样本。每个人有若干表情序列,从无表情开始到表情的峰值。要识别 Ekman 定义的 6 种基本表情<sup>[9]</sup>,即害怕、惊讶、生气、厌恶、悲伤和高兴。测试数据集包括 4 个人一共 24 个表情图像序列,共有 445 幅灰度图像。采用手工标注两个眼睛中心点的方法从原始图像裁减出统一大小的人脸图像区域,并进行采样,获得  $60 \times 50$  的人脸表情图像样本。图像的特征即图像像素的灰度特征,原始数据的维数是 3 000 维。

### 2.2 分组 LLE 与基本 LLE 降维的识别实验

本节比较了基于分组 LLE 降维和 K 近邻分类器,以及基于基本 LLE 降维和 K 近邻分类器这 2 种方法在不同的样本标注比例下的识别性能,标注样本分别占总体样本的 25%、50% 和 75% (图 5)。实验表明,在相同的样本标注比例和相同的降维维数下,基于分组 LLE 降维的方法比基于基本 LLE 降维方法的识别率高 20%~40%。随着标注样本的比例增加,2 种方案的识别率都有所提高,提高了 10%~40%。在 50% 已标注样本情况下,如果将所有样本降到 3 维空间中进行识别,基本 LLE 仅有 54.3% 的识别率,而分组 LLE 有 87.5% 的识别率。

在 6 维的空间中进行识别,分组 LLE 可以达到 94.2% 的识别率,然而要达到相同的识别率,基本 LLE 需要在 35 维空间中进行识别。

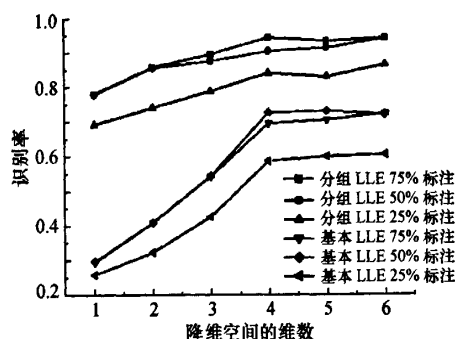


图 5 识别率随低维空间维数  $d$  的变化

识别率的提高可归纳为以下几点原因。

1) 分组 LLE 能够有效地对数据集进行非监督的分组并且发现每组数据单独的低维流形空间。这样的流形空间能够简洁并有效地刻画数据的真实分布,不含有冗余的维度。而基本 LLE 降维算法降维后仍含有冗余表示(在一个统一的低维空间里表示,而每组数据的流形可能具有更低的维数),因此在相同的降维维数下,它所包含的分类信息相对较少(前若干个特征向量只刻画了数据分组的情况,而没有组内的分类信息)。因此,在相同的样本标注比例和相同的降维维数下,基于分组 LLE 的识别率较之基于基本 LLE 的方法有显著提高。

2) LLE 算法是一种保持局部几何关系的非监督降维方法,在进行流形学习时,是将已标注的训练和未标注的测试样本一起进行降维,在高维样本空间中相邻的样本在降维后仍然距离较近。在识别时采用的 K-近邻分类器只考虑流形空间中测试样本已标注的近邻样本。基本 LLE 降维后得到一个统一的流形空间,测试样本的已标注近邻可能会包含其他组的样本,从而造成错误的分类结果;而分组 LLE 降维后得到多个流形子空间,在每个子空间中单独采用 K-近邻分类器,则避免产生其他组的近邻样本,从而提高了识别率。

图 6 分析数据分组对识别率的影响。考虑人脸图像的 2 种显著差异:不同人之间的灰度差异以及相同人的不同表情差异,在 LLE 降维分析中,影响分组结果的参数主要是近邻个数  $K$ 。实验表明不同的  $K$  值只是影响了分组结果的“粒度”,选择较小的  $K$  值,则能够将不同人的样本进行分组,并将特定人的若干不同表情加以细分;如果  $K$  增大,则只能

将不同人加以区分。不同的分组结果对最终的识别率没有太大的影响。

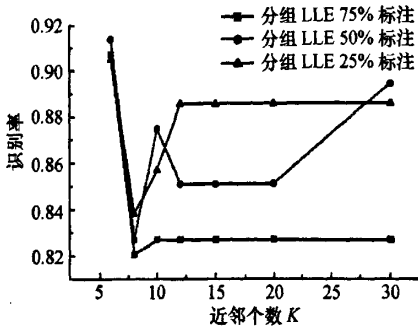


图6 LLE近邻数 $K$ 对分组流形学习方法识别率的影响

### 2.3 分组LLE降维与支持向量机分类的对比实验

本节首先比较了不同的样本标注比例下,基于分组LLE的降维与 $K$ 近邻分类器,以及基于基本LLE降维和线性、非线性支持向量机SVM分类器在人脸表情识别上的性能(图7)。标注样本的比例从17%~83%。实验表明,在已标注样本比例较大的情况下,4种方法有近似的分类性能。在标注样本比例减小的情况下,线性SVM和基于RBF核的SVM分类器性能下降,基于多项式核的SVM分类器与基于分组LLE降维的方法仍能保持90%以上的识别率,当标注样本比例减小到20%以下,分组LLE降维方法仍然有85.88%的识别率。

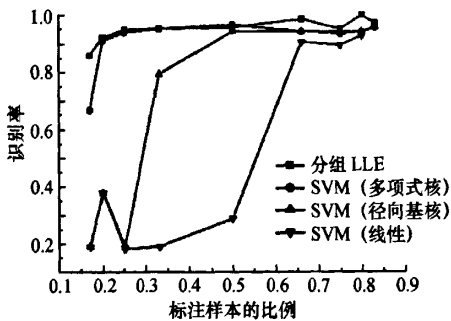


图7 不同识别方法在不同的样本标注比例下的分类性能

其次比较了以上不同分类方法在不同维数下的分类性能(图8)。对特征值进行分析得出数据的本质维数为40。实验表明,当数据维数取小于40维时,线性和非线性的SVM分类器在采用基本LLE降维后的识别率都较低,而本文方法仍能得到80%以上的正确识别率,说明本文方法能够正确地对原始数据进行聚类,并且对提高识别率有积极的影响。而当降维维数增加时,如增加到100维以上,采用多项式核和径向基RBF核的非线性的SVM分类器

则显示出优势,有较高的识别率。

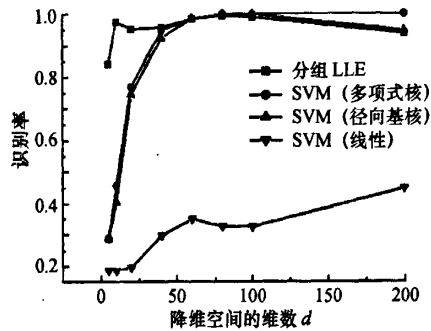


图8 不同识别方法在不同的降维维数 $d$ 下的分类性能

### 3 总结

本文探讨了局部线性嵌入算法在多人脸多表情数据集上的应用,提出了分组LLE算法进行非监督聚类和低维流形的学习。在人脸表情数据集上的表情识别实验说明了本文的方法能够对“多人多表情”的数据集进行正确有效地非监督聚类和每一类低维表情流形的学习。与最近邻分类器和SVM分类器的比较实验表明,分组后的数据能够有效地提高表情识别率。另外,LLE算法中的参数 $K$ 的不同取值会影响分组的“粒度”,但是对表情识别的结果没有显著的影响。

### 参考文献 (References)

- [1] Seung H, Lee D. The manifold ways of perception [J]. *Science*, 2000, **290**(5500): 2268-2269.
- [2] Roweis S, Saul L. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. *Science*, 2000, **290**(5500): 2323-2326.
- [3] Tenenbaum J, Silva V, Langford J. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction [J]. *Science*, 2000, **290**(5500): 2319-2323.
- [4] Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation [J]. *Neural Computation*, 2003, **15**(6): 1373-1396.
- [5] He X, Niyogi P. Locality preserving projections [C] // *Advances in Neural Information Processing Systems*. Vancouver, Canada, 2003: 153-160.
- [6] Chang Y, Hu C, Turk M. Manifold of facial expression [C] // *Proc IEEE International Workshop on Analysis and Modeling of Faces and Gestures*, Nice, France, 2003: 28-35.
- [7] Polito M, Perona P. Grouping and dimensionality reduction by locally linear embedding [C] // *NIPS*, Vancouver, British Columbia, Canada, 2001: 1255-1262.
- [8] Kanade T, Cohn J, Tian Y. Comprehensive database for facial expression analysis [C] // *IEEE Proc the Fourth International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition*. Grenoble, France, 2000: 46-53.
- [9] Ekman P. *Emotion in the Human Face* [M]. New York: Cambridge University Press, 1982.

# 基于局部线性嵌入 (LLE) 非线性降维的多流形学习

作者: [马瑞](#), [王家璇](#), [宋亦旭](#), [MA Rui](#), [WANG Jiaxin](#), [Song Yixu](#)  
作者单位: [清华大学, 计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室, 北京, 100084](#)  
刊名: [清华大学学报 \(自然科学版\)](#) [ISTIC](#) [EI](#) [PKU](#)  
英文刊名: [JOURNAL OF TSINGHUA UNIVERSITY \(SCIENCE AND TECHNOLOGY\)](#)  
年, 卷(期): 2008, 48 (4)  
被引用次数: 7次

## 参考文献(9条)

- 1.[Seung H](#);[Lee D](#) [The manifold ways of perception](#)[外文期刊] 2000(5500)
- 2.[Roweis S](#);[Saul L](#) [Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding](#)[外文期刊] 2000(5500)
- 3.[Tenenbaum J](#);[Silva V](#);[Langford J](#) [A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction](#) [外文期刊] 2000(5500)
- 4.[Belkin M](#);[Niyogi P](#) [Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation](#)[外文期刊] 2003(06)
- 5.[He X](#);[Niyogi P](#) [Locality preserving projections](#) 2003
- 6.[Chang Y](#);[Hu C](#);[Turk M](#) [Manifold of facial expression](#) 2003
- 7.[Polito M](#);[Perona P](#) [Grouping and dimensionality reduction by locally linear embedding](#) 2001
- 8.[Kanade T](#);[Cohn J](#);[Tian Y](#) [Comprehensive database for facial expression analysis](#) 2000
- 9.[Ekman P](#) [Emotion in the Human Face](#) 1982

## 本文读者也读过(2条)

1. [王和勇](#), [郑杰](#), [姚正安](#), [李磊](#), [Wang Heyong](#), [Zheng Jie](#), [Yao Zheng'an](#), [Li Lei](#) [基于聚类和改进距离的LLE方法在数据降维中的应用](#)[期刊论文]-[计算机研究与发展](#)2006, 43(8)
2. [肖健](#) [局部线性嵌入的流形学习算法研究与应用](#)[学位论文]2005

## 引证文献(7条)

1. [黄东](#) [扩大局部邻域的疏散嵌入算法](#)[期刊论文]-[计算机工程与应用](#) 2012(11)
2. [应自炉](#), [李景文](#), [张有为](#) [基于表情加权距离SLLE的人脸表情识别](#)[期刊论文]-[模式识别与人工智能](#) 2010(2)
3. [孙斌](#), [薛广鑫](#), [陈军](#), [蒋能飞](#) [基于局部线性嵌入和云神经网络的转子故障诊断方法](#)[期刊论文]-[振动与冲击](#) 2012(23)
4. [尚晓清](#), [宋宜美](#) [一种基于扩散映射的非线性降维算法](#)[期刊论文]-[西安电子科技大学学报 \(自然科学版\)](#) 2010(1)
5. [邵超](#), [张慧娟](#) [应用于不完整流形的ISOMAP算法](#)[期刊论文]-[计算机应用](#) 2012(7)
6. [勾红云](#), [周勇](#), [朱长成](#), [周红兵](#) [半监督LLE人脸识别算法](#)[期刊论文]-[计算机工程与设计](#) 2011(8)
7. [杨丹](#), [李博](#), [赵红](#) [鲁棒视觉词汇本的自适应构造与自然场景分类应用](#)[期刊论文]-[电子与信息学报](#) 2010(9)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_qhdxxb200804034.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_qhdxxb200804034.aspx)