

1. $\{\mathbb{Z}, +\}$

- ① 封闭性 $\forall a_1, a_2 \in \mathbb{Z}, a_1 + a_2 \in \mathbb{Z}$ 满足
- ② 结合律 $\forall a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{Z} (a_1 + a_2) + a_3 = a_1 + (a_2 + a_3)$ 满足
- ③ 么元 $\exists a_0 = 0$ 满足
- ④ 逆 $\forall a \in \mathbb{Z}, \exists (-a) \in \mathbb{Z}, a + (-a) = a_0 = 0$ 满足

$\Rightarrow \{\mathbb{Z}, +\}$ 是群

2. $\{\mathbb{N}, +\}$

- ① 封闭性. 满足.
- ② 结合性 满足.
- ③ 么元, $\exists a_0 = 0 \in \mathbb{N}, \forall a \in \mathbb{N}, 0 + a = a + 0 = a$ 满足
- ④ 逆: $-a \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ 不满足

\Rightarrow 不是群.

3. 阿贝尔群 (Abelian Group), 也称“交换群”或“可交换群”, 是满足“交换律”的群, 即 $a \cdot b = b \cdot a$.

[矩阵, 乘法] 不是 Abelian Group.

e.g. $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times o}$

$A \cdot B \in \mathbb{R}^{m \times o}$ 而 $B \cdot A$ 不成立.