VIO lesson 2

Yin Wu

2021 年 12 月

目录

1 提升作业

作业内容：阅读论文《A continuous-time representation for visual-inertial fusion with application to rolling shutter cameras》并撰写总结。

1.1 介绍

本文介绍了一种利用卷帘相继 cmos 和 mems imus 等传感器进行 slam 和视觉惯性标定的方法。利用相机轨迹的连续时间模型，融合其他不同步的告诉传感器的信息，同时限制状态大小。对卷帘快门进行建模，并能在惯性测量中产生误差。

方法的核心是连续轨迹的表示。

（注释：卷帘快门相比全局快门的缺点：图片是一行一行产生的，对于高速运动物体会有扭曲）

方法的另一个重要应用是不同步的传感器内外参的最小二乘校准。

通过定义连续时间模型中所有传感器的姿态，可以联合估算所有传感器参数，包括一些对时间求导的参数，例如陀螺仪和加速度计。通过给定的传感器初值，我们可以得到非常准确的传感器参数。

1.2 推导

我们首先从 k-1 阶 B 次样条曲线开始推导，之后我们会使用 4 阶 B 次样条曲线。曲线的方程表达如下

$$\boldsymbol{p}(t) = \sum_{i=0}^{n} \boldsymbol{p}_i B_{i,k}(t) \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{p}(t)$ 是我们最终估计的连续运动轨迹，$\boldsymbol{p}_i$ 是轨迹当中的控制点，也是待优化的对象，$B_{i,k}(t)$ 是基函数，也是 B 次样条曲线。

根据 De Boor-Cox 公式，我们可以将 (1) 写为累加形式：

$$\boldsymbol{p}(t) = \boldsymbol{p}_0 \widetilde{B}_{0,k}(t) + \sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_{i-1}) \widetilde{B}_{i,k}(t) \tag{2}$$

其中 $\widetilde{B}_{i,k}(t) = \sum_{j=i}^{n} B_{j,k}(t)$。之后经过指数和对数映射，我们可以重写 (2) 来描述 SE3

$$\boldsymbol{T}_{w,s}(t) = exp(\widetilde{B}_{0,k}(t) log(T_{w,0}) \prod_{i=1}^{n} exp(\widetilde{B}_{i,k}(t)\Omega_i) \tag{3}$$

其中 $\Omega_i = log(\boldsymbol{T}_{w,i}^{-1}\boldsymbol{T}_{w,i})$ 是控制点之间的相对位姿，而 $\boldsymbol{T}_{w,s}(t)$ 是连续时间下的任一时刻的位姿，$\boldsymbol{T}_{w,i}$ 是离散的控制点的位姿。

我们现在得到了利用 k-1 阶 B 次样条曲线的轨迹表示，现在我们考虑四阶的情况，则有

$$\widetilde{B}(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix}, \dot{B}(u) = \frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{C}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2u \\ 3u^2 \end{pmatrix} \boxtimes \ddot{B}(u) = \frac{1}{\Delta t^2}\boldsymbol{C}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 6u \end{pmatrix}, \boldsymbol{C} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

之后我们将上述 k-1 阶轨迹方程重写为

$$T_{w,s}(u) = T_{w,i-1} \prod_{j-1}^{3} exp(\widetilde{B}(u)_j \Omega_{i+j}) \tag{5}$$

管局 $T_{w,s}(u)$ 导数的计算参考原论文。

得到轨迹方程后，我们需要将轨迹曲线应用到惯性视觉数据中来。

我们先考虑吧空间中 a, b 两帧图像坐标的转换

$$p_b = \mathbb{W}(p_a; T_{b,a}, \rho) = \pi\left([K_b|\mathbf{0}]T_{b,a}\left[K_a^{-1}\begin{pmatrix}p_a\\1\end{pmatrix}; \rho\right]\right) \tag{6}$$

其中 $\pi(P) = \frac{1}{P_2}[P_0, P_1]^T$ 为归一化平面上的坐标的投影方程，$K \in \mathbb{R}^{3x3}$ 为图像的内参。

利用推导出来的 B 样条曲线公式，我们可以生成连续的加速度计和陀螺仪测量模型

$$Gyro(u) = R_{w,s}^T(u) \cdot \dot{R}_{w,s}^u + bias \tag{7}$$

$$Accel(u) = R_{w,s}^T(u) \cdot (\ddot{s}_w(u) + g_w) + bias \tag{8}$$

其中 $\dot{R}_{w,s}^u$ 和 $\ddot{s}_w$ 可以通过 $\dot{T}_{w,s}$ 和 $\ddot{T}_{w,s}$ 的子矩阵得到。

最终优化的方程为

$$E(\theta) = \sum_{\hat{p}_m}\left(\hat{p}_m - \mathbb{W}(p_r; T_{c,s}T_{w,s}(u_m)^{-1}T_{w,s}(u_r)T_{s,c}, \rho)\right) + \sum_{\hat{\omega}_m}(\hat{\omega} - Gyro(u_m))^2_{\sum_\omega} + \sum_{\hat{a}_m}(\hat{a}_m - Accel()u_m)^2_{\sum_a} \tag{9}$$

其中 $\hat{P}_m$，$\hat{\omega}_m$，$\hat{a}_m$ 是采集到的数据。我们需要优化的是控制点 p_i

1.3 总结

文章提出了一种通过四次样条轨迹来拟合相机轨迹的方法。输入参数为 $\hat{P}_m$，$\hat{\omega}_m$，$\hat{a}_m$，通过优化控制点的位置来调整轨迹，从而达到最优。优化方程为输入点时间的轨迹误差、IMU 参数误差。