

文章编号 1005-0388(2009)02-0270-04

导体目标瞬态电磁散射的时空矩量法研究<sup>\*</sup>郭辉萍<sup>1</sup> 蔡文锋<sup>1</sup> 刘学观<sup>1</sup> 张向阳<sup>2</sup> 殷红成<sup>2</sup>

(1. 苏州大学电子信息学院, 江苏 苏州 215021;

2. 目标与环境电磁散射辐射国防科技重点实验室, 北京 100852)

**摘 要** 时域积分方程的矩量法是求解瞬态电磁散射的方法之一。研究了基于加权 Laguerre 函数和 RWG 基函数分别作为时间、空间基函数的时空矩量法, 给出了时域磁场积分方程时空矩量法的全部计算公式, 编制了相应串行和并行计算程序。计算结果表明: 该方法具有很好的时域稳定特性, 为宽带电磁散射分析提供了可能, 同时也指出了其应用的局限性, 为改进其方法提供了参考。

**关键词** 时空矩量法; 瞬态电磁散射; 并行计算; 导体目标

**中图分类号** TN011

**文献标志码** A

## Study on the temporal-spatial moment of method for transient EM scattering of conduct objects

GUO Hui-ping<sup>1</sup> CAI Wen-feng<sup>1</sup> LIU Xue-guan<sup>1</sup> ZHANG Xiang-yang<sup>2</sup> YIN Hong-cheng<sup>2</sup>

(1 School of Electronics and Information Engineering, Soochow University, Suzhou Jiangsu 215021, China;

2 National Electromagnetic Scattering Laboratory, Beijing 100854, China)

**Abstract** Using MOM to solve the time domain integral equation (TD-IE) is one of the important methods for transient EM scattering. The temporal-spatial moment method (TS-MOM) is studied in this paper, which uses weighted Laguerre function and RWG function as temporal basis function and spatial basis function respectively. The calculation formulas of TS-MOM about time domain magnetic field integrate equation are given in details. The serial and parallel calculation programs are obtained. The calculation results show that the TS-MOM has stable time domain results. This provides a new probability for wide band EM scattering analysis. The limits in application of this method are also pointed out.

**Key words** temporal-spatial moment of method; transient EM scattering; parallel calculation; conduct objects

## 引 言

矩量法自提出至今已有四十余年, 它是数值计算积分方程的有效方法之一, 特别适合散射和辐射问题的求解。求解时域积分方程以前主要采用时间步进法, 而该方法存在后期响应的不稳定, 尽管许多学者提出了许多改进方法, 但本质上只是推迟或减小了后期响应的不稳定<sup>[1]</sup>。相对频域矩量法的迅速

发展而言, 用矩量法求解时域积分方程是近年来的事<sup>[2~4]</sup>, 这是因为时域积分方程相对复杂, 其电磁场既是时间的函数, 又是空间的函数; 文献[2]提出用加权 Laguerre 函数作为时间全域基函数, 用 RWG 基函数作为导体表面空间基函数, 形成了时空矩量法, 该方法具有潜在稳定特性, 因此值得关注。美国 Syracuse 大学的 SARKAR T K 研究团队对此做了

\* 收稿日期: 2008-05-30.

基金项目: 国防科技重点实验室基金项目(51477020105JW 3001)

大量工作<sup>[2~5]</sup>。我们在此方面也开展了相关研究<sup>[6]</sup>。在他们的推导中, 采用了先空间上做内积后时间上做内积, 在矩阵元素计算时只能取单点近似处理, 影响主单元精度。本文主要做了两方面工作, 一是研究磁场积分方程的时空矩量法元素计算, 采用了先在时间域做内积再在空间域做内积的方法, 得到严格的元素计算公式, 在计算矩阵元素时对近单元用严格的多点高斯积分, 而远单元用单点近似处理, 二是将该算法并行化处理, 初步形成并行化的时空矩量法, 为低频宽带导体目标的电磁散射分析提供合适的计算平台。

### 1 时域磁场积分方程 (TD-MFIE) 的时空矩量法分析

考虑任意形状的三维导体目标如图 1 所示, 设入射到导体上平面波的电场和磁场分别为  $E^i(r, t)$ ,  $H^i(r, t)$ , 导体表面感应的电流和电荷分别为  $J(r, t)$ ,  $\rho(r, t)$ 。如果能求得导体表面等效电流 (电荷) 随时间的变化, 就能求得散射场  $E^s(r, t)$ ,  $H^s(r, t)$ 。导体表面等效电流 (电荷) 满足的时域磁场积分方程为

$$\frac{\Omega(r)}{4\pi} J(r', t) - n \times \frac{1}{4\pi} \int_S \nabla \times \frac{J(r', \tau)}{R} dS' = n \times H^i(r, t) \tag{1}$$

式中,  $n$  表示导体表面的法线方向;  $H^i$  表示入射场方向;  $S$  表示除去  $r=r'$  时  $R$  会等于零的奇异点的表面;  $\Omega(r)$  为表面所张的立体角。积分为主值积分。

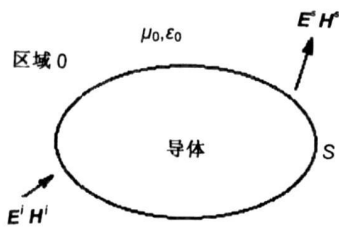


图 1 脉冲入射到任意三维导体目标

首先将表面电流按时空分离展开

$$J(r, t) = \sum_{n=1}^N J_n(t) f_n(r) \tag{2}$$

$f_n(r)$  为第  $n$  条公共边的三角矢量基函数 (RWG 函数)<sup>[7]</sup>, 而瞬时系数  $J_n(t)$  以加权 Laguerre 函数  $\varphi_j(st)$  为时间基函数作展开

$$J_n(t) = \sum_{j=0}^{\infty} J_{n,j} \varphi_j(st) \tag{3}$$

其中,  $J_{n,j}$  为展开系数, 为待求量。将上两式代入式

(1) 并考虑到恒等式

$$\nabla \times \frac{J(r', \tau)}{R} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} J(r', \tau) \times \frac{R}{R^2} \tag{4}$$

这里的  $R$  是  $r-r'$  的单位矢量得到。得到

$$\sum_{n=1}^N \sum_{j=0}^{\infty} \left\{ \frac{\Omega(r)}{4\pi} J_{n,j} \varphi_j(st) f_n(r) - n \times \int_{S_n} \left[ \left( \frac{1}{2} J_{n,j} + \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} \right) \cdot \varphi_j(s\tau) f_n(r') \times \frac{sR}{4\pi cR} \right] dS'_n - n \times \int_{S_n} \left[ J_{n,j} \varphi_j(s\tau) f_n(r') \times \frac{R}{4\pi R^2} \right] dS'_n \right\} = n \times H^i(r, t) \tag{5}$$

两边以  $\varphi_i(st)$  为权函数在时间域上作内积, 即进行时域矩量法, 可以得到与时间无关的方程, 再以  $f_m(r)$  为权函数在空间域上作内积, 即进行空域矩量法, 最后得到:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{j=0}^i \left\{ \frac{J_{n,j}}{c} \hat{\varphi}_j C_{mn}^H - \frac{s}{c} \left( \frac{1}{2} J_{n,j} + \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} \right) b_{mnij}^H - J_{n,j} a_{mnij}^H \right\} = Q_m^H \tag{6}$$

( $i=0, 1, 2, \dots, M$ )

其中, 各系数可表达为:

$$C_{mn}^H = \frac{\Omega(r_m)}{4\pi} \int_{S_m} f_m(r) \cdot f_n(r') dS_m$$
$$a_{mnij}^H = \int_{S_m} \int_{S_n} f_m(r) \cdot n \times \frac{f_n(r') \times R}{4\pi R^2} I_{ij} \left( \frac{sR}{c} \right) dS'_n dS_m$$
$$b_{mnij}^H = \int_{S_m} \int_{S_n} f_m(r) \cdot n \times \frac{f_n(r') \times R}{4\pi R} I_{ij} \left( \frac{sR}{c} \right) dS'_n dS_m$$
$$Q_{mi}^H = \int_{S_m} f_m(r) \cdot V_i^H(r) dS_m$$
$$V_i^H(r) = \int_0^{\infty} E^i(r, t) \varphi_i(st) d(st)$$
$$I_{ij}(s\tau) = \begin{cases} \varphi_{i-j}(s\tau) - \varphi_{i-j-1}(s\tau) & j < i \\ e^{-s\tau/2} & j = i \\ 0 & j > i \end{cases}$$

经整理可以得到以下线性方程

$$\sum_{n=1}^N \left[ C_{mn}^H - a_{mn00}^H - \frac{s}{2c} b_{mn00}^H \right] J_{n,i} = \Omega_{mi}^H + \sum_{n=1}^N \sum_{j=0}^{i-1} \left[ \left( \frac{s}{2c} b_{mn00}^H + a_{mnij}^H + \frac{s}{2c} b_{mnij}^H \right) J_{n,j} + \frac{s}{c} \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} b_{mnij}^H \right] \tag{7}$$

我们采用了先时间域上做内积再在空间域做内积的方法, 得到了时空矩量法的相应线性方程, 以及严格的矩阵元素计算公式。在实际计算矩阵元素时

对近单元用严格的多点高斯积分,而远单元用单点近似处理,解此方程就可以得到表面电流的待求系数。最后可得到目标瞬态散射场计算公式为

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}, t + r/c) = -\frac{\eta_b}{4\pi r c} \sum_{n=1}^N \sum_{j=0}^M \left[ \left( \frac{J_{n,j}}{2} + \sum_{k=0}^{j-1} J_{n,k} \right) \cdot \int_{S_n} \varphi_j[s(t + (\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r})/c)] \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') dS'_n \right] \quad (8)$$

式中,  $\eta_b$  为空气中波阻抗。

至此我们得到了目标瞬态散射场计算的全部公式。

2 计算结果与讨论

首先根据上述公式编制了相应的串程序,为了提高计算效率我们还将其并行化处理,并行化程序在计算时间、计算规模等方面具有明显的优势。

设入射场为高斯脉冲,即

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp\left[-\frac{4(\alpha - \alpha_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2}{T}\right] \quad (9)$$

式中,  $T = 2.516\text{lm}$ ,  $\alpha_0 = 6\text{lm}$ 。计算得到时间尺度因子  $s = 2.85 \times 10^9$ , Laguerre 函数计算阶数  $M = 50$ 。图 2 是半径为 0.5 m 的导体球的瞬态散射电场的本文串行计算结果和频域计算后用 IDFT 得到的结果。

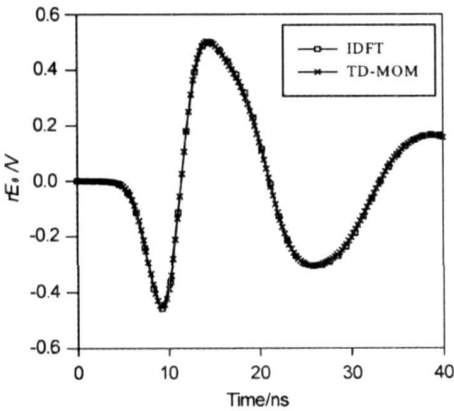


图 2 半径为 0.5 m 导体球的瞬态散射电场

图 3 是长度为 2.76 m 半径为 0.216 m 的导体柱,长度方向沿 +z 轴放置,入射方向  $\mathbf{k} = -\mathbf{x}$ ,入射电场  $E_0 = -\mathbf{z}$ ,本文时空矩量法并程序计算结果与频域计算后用 IDFT 得到的结果比较。

从计算结果可以看出,无论是串行结果还是并行结果与频域计算后用 IDFT 得到的结果十分一致,从而验证了程序的正确性。

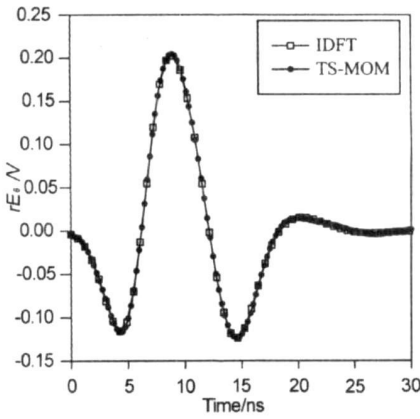


图 3 导体圆柱的瞬态散射电场

3 结 论

本文采用了先时间域上做内积再在空间域做内积的方法实现了用时空矩量法求解时域磁场积分方程,与文献上先空间域上做内积再在时间域做内积的方法相比,其矩阵元素的计算公式更加严谨。计算结果表明,本文的方法是可行的、时间稳定的。但在计算中时间尺度因子  $s$  和 Laguerre 函数阶数  $M$  的选取对计算结果的影响很大,这对该算法的广泛适应性有一定的影响。另一方面,如何减少内存、减少计算量以满足大目标的计算也值得进一步研究。

参考文献

[1] SMITH P D. Instabilities in time marching methods for scattering: cause and rectification [ J ]. Electromag, 1990, 10(4): 439-451.

[2] JUNG B H, SARKAR T K, et al. Time domain electric-field integral equation with central finite difference[ J ]. Microwave Opt. Technol. Lett., 2001, 31(6): 429-435.

[3] CHUNG Y S, LEE Y J, et al. A stable solution of time domain electric field integral equation using weighted Laguerre polynomials[ J ]. Microwave Opt. Technol. Lett., 2007, 49(11): 2789-2793.

[4] CHUNG Y S, SARKAR T K, BAEK H J, et al. Solution of time domain electric field integral equation using the Laguerre polynomials [ J ]. IEEE Trans Antennas Propag., 2004, 52(9): 2319-2328.

[5] JUNG B H, SARKAR T K, CHUNG Y S, et al. Time domain combined field integral equation using weighted Laguerre polynomials as temporal basis functions[ J ]. Int. J. Numer. Model., 2004, 17(3): 251-268.

(下转第 279 页)

- Radio Science, 2008, 23(5): 932-936. (in Chinese)
- [11] SUN X Y, NIE Z P. Vector finite element analysis of multicomponent induction response in anisotropic formations [J]. Progress In Electromagnetics Research, 2008, 81(1): 21-39.
- [12] ILIC M M, NOTAROS B M. High order hierarchical curved hexahedral vector finite elements for electromagnetic modeling [J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 2003, 51(3): 1026-1033
- [13] LEE H O, TEIXEIRA F L. Cylindrical FDTD analysis of LWD tools through anisotropic dipping-layered earth media [J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 2007, 45(2): 383-388.
- [14] HOWARD A Q, CHEW W C. Electromagnetic borehole fields in a layered dipping bed environment with invasion [J]. Geophysics, 1992, 57(3): 451-465.



**孙向阳** (1979—), 男, 湖南人, 电子科技大学电子工程学院博士生, 电磁场与微波技术专业, 主要从事计算电磁学及电磁感应测井理论方面的研究。



**聂在平** (1946—), 男, 四川人, 教授, 博士生导师, 电子科技大学副校长, 中国电子学会会士, IEEE 高级会员。先后获国家科技进步二等奖一项, 省、部级科技进步一、二、三等奖共五项, 在国内外发表学术论文 350 余篇, 主要研究方向包括: 计算电磁学、电磁散射与逆散射、非均匀介质中的场与波、新一代移动通信中的多天线技术等。



**李爱勇** (1978—), 男, 四川人, 成都电子科技大学电子工程学院电磁场与微波技术专业毕业, 硕士学位, 现就职于中国海洋油田服务股份有限公司技术中心机电设备研究所, 工程师, 从事电法感应测井和电磁波传播测井技术理论方法和仪器硬件研发。

(上接第 272 页)

- [6] CAI W F, LIU X G, GUO H P. Weighted laguerre polynomials and its applications in transient RCS analysis [C] //Proc. of 2007 4th international symposium on electromagnetic compatibility. 2007: 421-423.
- [7] RAO S M, WILTON D R, GLISSON A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape [J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1982, 30(3): 409-418.



**郭辉萍** (1964—), 女, 山东人, 苏州大学电子信息学院副教授, 主要从事电磁理论及应用、微波与天线技术等教学、科研工作。



**蔡文锋** (1978—), 男, 山东人, 苏州大学电子信息学院讲师, 硕士, 主要从事电磁工程、电磁数值计算、无线通信教学、科研工作。



**刘学观** (1965—), 男, 江苏人, 苏州大学电子信息学院教授, 博士, 主要从事电磁散射、电磁兼容、射频与微波工程及无线通信教学、科研工作。