

# 逆变换采样实现伪随机数

## 重量w的概率函数

已知重量  $w$  的权重为  $1/w$ ，则重量 $w$ 的概率为：

$$sum_f = \sum_{t=1}^{+\infty} 1/t$$

```
1 sum_{f}=\sum_{t=1}^{+\infty} 1/t
```

$sum_f$  表示权重的总和， $t$  表示重量，很显然，随着 $t$ 增加，这是一个无限单增的离散函数。  
题目限制了最大重量为100KG

$$f(w) = \sum_1^{+\infty} \frac{\frac{1}{w}}{sum_f} (1)$$

```
1 {f(w)} = \sum_{1}^{+\infty} \frac{\frac{1}{w}}{sum_{f}} \left (
```

$f(w)$  表示重量 $w$ 随机出现的概率。

## 重量 $w$ 的累积分布函数

重量 $w$ 的累积分布函数，其实就是上边(1)式的前缀和。

$$F(x) = \sum_{w=1}^x f(w) \quad (2)$$

$$1 \quad F(x) = \sum_{w=1}^x f(w) \quad (2)$$

当  $x \rightarrow +\infty$  时， $F(x)$  趋近于 1。题目限制最大重量为 100KG，所以有  $F(100) = 1$

因此我们可以随机一个概率在  $(0,1]$  之间，从而反推出落在这个概率区间中  $x$  的值，即为随机生成的重量。

有几个需要注意的地方：

- 想要通过这种方式随机生成重量 $w$ ，上边(2)式的反函数也需要是一个函数，即对每一个因变量 $y$ ，应当只有一个自变量 $x$ 与其对应，然而对于  $[0,1]$  之间的概率，是浮点数，不便计算与查找。因此在计算时，通过一个 **scale\_factor** 参数，将概率映射到了整数空间中。
- 我们可以通过计算  $f(w)$  前缀和的方式，计算出精度范围内的所有  $w$  的累加和  $F(w)$ ，然后通过二分查找的方式，从这些累加和中超出对应随机生成的概率对应的  $w$ ，即为我们所想要的随机生成的随机重量。

- 这个随机重量是整数值，我们还需要将这些值，减去一个  $[0, 0.99]$  的随机值，表示直接的重量。
- 仅限于当最大重量为100kg时适用