

Estructuras Aeroespaciales

Práctica 4

Alumnos: Pedro López Sancha, Yi Qiang Ji Zhang
Profesores: Daniel Yago, Juan Carlos Cante

Ingeniería en Tecnologías Aeroespaciales
Escuela Superior de Ingeniería Industrial, Aeroespacial y Audiovisual de Terrassa
Universitat Politècnica de Catalunya

29 de noviembre de 2020

Índice

1. Introducción	2
2. Definición del Problema	2
3. Apartado 1	2
3.1. Cálculo de las Secciones	3
3.2. Cálculo de los momentos de inercia	3
4. Apartado 2	4

1. Introducció

El objetivo de esta práctica 5 consiste en retomar el código de la práctica 4 y extrapolarlo a un caso bidimensional con 3 grados de libertad (u_x , u_y , y θ) y finalmente obtener los diagramas de esfuerzos asociados a cada elemento de la estructura.

2. Definició del Problema

La Figura 1 muestra una representación esquemática del tren de aterrizaje principal del ala izquierda un instante antes del aterrizaje, cuando la velocidad del avión es $V = 235$ km/h. La estructura está constituida por un material con un Módulo de Young $E = 200$ GPa y con las propiedades de la sección transversal que se muestran en la parte superior de la Figura 1.

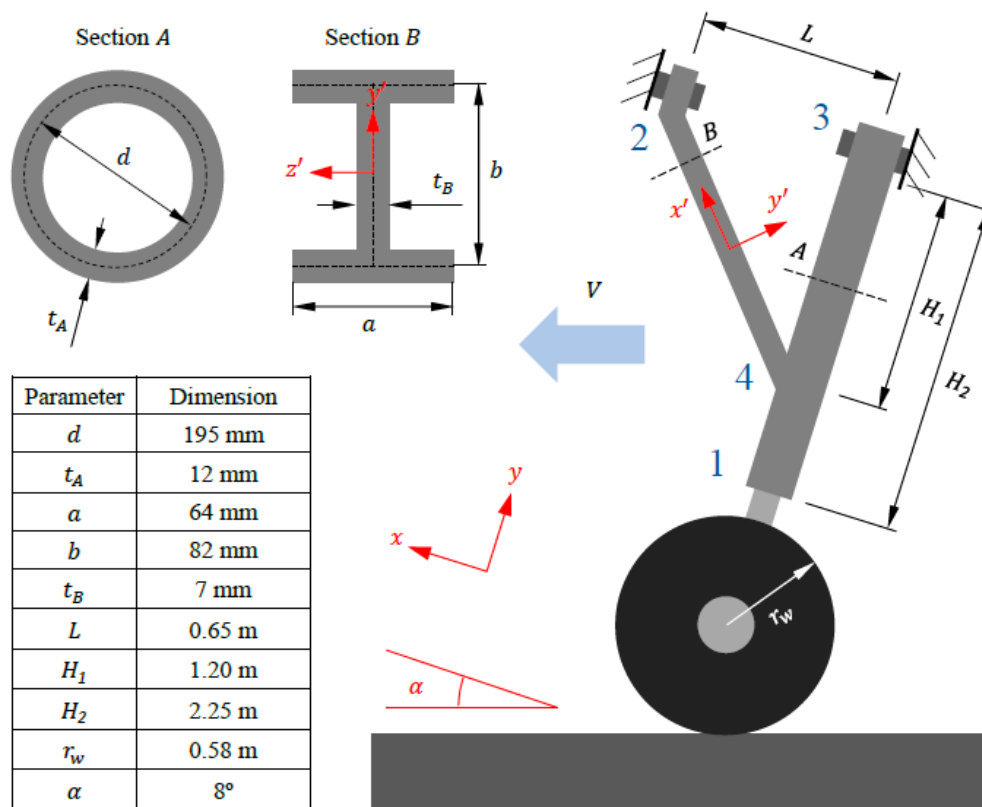


Figura 1 Representació esquemàtica del tren d'aterratge principal del ala esquerra i les àrees de secció transversal. Considereu que la distància entre el punt 1 i la pista és lo suficientment petita com per suposar que les càrreges es apliquen directament en el punt 1.

3. Apartado 1

Calcule las áreas de sección transversal, las inercias en la dirección \hat{z} y las fuerzas normal N_y y de fricción F , asumiendo un momento de inercia de masa de la rueda de $I_0 = 230$ kg m² y que tarda 0,75 s en alcanzar su máxima velocidad de giro. Considere un coeficiente de

fricción entre el neumático y la pista de $\mu = 0,32$

3.1. Cálculo de las Secciones

El tren de aterrizaje de la Figura 1 muestra que este está compuesto de dos secciones transversales diferentes. El elemento 1-3 pertenece a una estructura de sección transversal en forma tubular, mientras que la barra 2-4 que soporta lateralmente y se encuentra fijada en el punto 4 a la barra 1-3 tiene una sección en doble T.

En cuanto a las áreas de la sección circular y sección en doble T, se calcularán como diferencia de las secciones. En el primero, el área del anillo puede ser expresada como la diferencia entre la sección de la circunferencia exterior y la interior, quedando al final la sección de la parte coloreada. En el segundo caso, la sección del perfil delgado mostrado en el enunciado puede calcularse mediante la diferencia entre la superficie rectangular que contiene toda la sección de estudio menos la superficie de los dos rectángulos más pequeños, que son adyacentes a la garganta de la sección y tangentes al rectángulo grande.

Desarrollando las expresiones,

- Área de la sección transversal de la sección circular:

$$A_{\text{circ}} = \underbrace{\frac{\pi}{4} \cdot (d + t_A)^2}_{\text{Circunferencia exterior}} - \underbrace{\frac{\pi}{4} \cdot (d - t_A)^2}_{\text{Circunferencia interior}} \quad (1)$$

$$A_{\text{circ}} = 7,351 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

- Área de la sección transversal de la sección en doble T:

$$A_{\text{doble T}} = \underbrace{(b + t_B) \cdot a}_{\text{Rectángulo mayor}} - \underbrace{(b - t_B) \cdot (a - t_B)}_{\text{Rectángulos menores}} \quad (2)$$

$$A_{\text{doble T}} = 1,421 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

3.2. Cálculo de los momentos de inercia

El cálculo de la inercia del perfil delgado en doble T con respecto al eje \hat{z} puede calcularse mediante la diferencia entre la inercia de la sección rectangular que contiene toda la sección de estudio menos la inercia de los dos rectángulos internos más pequeños, que son adyacentes a la garganta de la sección y tangentes al rectángulo exterior. En otras palabras, la inercia pueda calcularse a partir de las contribuciones que añaden o extraen las otras formas geométricas. Sin embargo, este hecho es posible sólo si los ejes de cada contribución geométrica pasan todas por el eje del centro de masas, de manera que los ejes se superponen una encima de la otra.

En este caso, dado que el centro de masas del perfil delgado está a la misma altura que los centros de masas de cada rectángulo definido, el eje \hat{z} pasa por todos los centros y no será necesario aplicar el *Teorema de Steiner*.

- Momento de inercia de la sección transversal de la sección circular:

$$I_z^{\text{circ}} = \frac{\pi}{4} \left[\underbrace{\left(\frac{d + t_A}{2} \right)^2}_{\text{Circunferencia exterior}} - \underbrace{\left(\frac{d - t_A}{2} \right)^2}_{\text{Circunferencia interior}} \right] \quad (3)$$

$$I_z^{\text{circ}} = 3,507 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

- Momento de inercia de la sección transversal de la sección en doble T

$$I_z^{\text{Doble T}} = \left[\frac{1}{12} \cdot (b + t_B)^3 \cdot a \right] - \left[\frac{1}{12} \cdot (b - t_B)^3 \cdot (a - t_B) \right] \quad (4)$$

$$I_z^{\text{Doble T}} = 1,756 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

Con el objetivo de calcular las fuerzas normales N_y y de fricción F , se plantea la segunda ley de Newton de la dinámica en el centro de la rueda:

$$\sum \vec{M} = I_0 \cdot \vec{\alpha} \quad (5)$$

En este caso, la única fuerza que genera momento es la fuerza de fricción. Particularizando, la ecuación queda

$$F_f \cdot r_w = I_0 \cdot \alpha \quad (6)$$

$$(\mu \cdot N_y) \cdot r_w = I_0 \cdot \alpha \quad (7)$$

donde α es la norma de la aceleración angular de la rueda, que se define de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \approx \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{V/r_w}{\Delta t} \quad (8)$$

Sustituyendo estas relaciones en la ecuación 7 se obtienen la fuerza normal y la fuerza de fricción:

$$N_y = 185962,8 \text{ N}$$

$$F = \mu \cdot N_y = 59508,1 \text{ N}$$

4. Apartado 2

Implemente un código MATLAB para calcular numéricamente las distribuciones de desplazamiento, rotación, fuerza de corte y momento de flexión en la estructura para las condiciones en la Figura 1.

Siguiendo el método de computación de matriz de rigidez para elementos de viga, se procede a encontrar los desplazamientos, rotaciones y esfuerzos de corte y momentos de flexión que soporta la estructura.

Empleando el código de MATLAB los resultados para las fuerzas axiales y cortantes son los siguientes:

Elemento	F_x (N)	F_y (N)
1 (1-4)	-192434,9	-33047,9
2 (4-3)	-295704,9	21376,5
3 (2-4)	116725,9	1330,8

Tabla 1 Fuerzas axial (F_x) y cortante (F_y) para cada elemento.

Obsérvese que este problema se ha definido 3 elementos de barra. La fuerza del elemento de barra 1 sufre una compresión en dirección axial debido al signo negativo de la carga. De igual modo ocurre con el

elemento de barra 2. Sin embargo, el elemento de barra 3 sufre una tracción del mismo orden de magnitud que las otras barras. En cuanto al esfuerzo cortante de las vigas, el mayor esfuerzo de cortante se carga en el elemento de viga 1 mientras que la viga 3, de nuevo, trabaja poco en cortante, con un orden de magnitud de 2 veces inferior.

Paralelamente se obtiene también un estudio de los momentos en cada nodo, recogidos en la tabla 2. Este tratamiento indicará qué nodos son los que experimentan mayor momento flector. Generalmente, el esfuerzo que condiciona las estructuras es el momento flector, pues es una sollicitación típica en vigas, pilares y también en losas. Esto se debe a que estos elementos suelen deformarse predominantemente por flexión.

Elemento	Nodo	M_z (N m)
1 (1-4)	1	0,0
	4	34700,3
2 (4-3)	4	32908,2
	3	7256,4
3 (2-4)	2	24,1
	4	-1792,1

Tabla 2 Momento flector (M_z) en los nodos para cada elemento

El primer hecho que salta a la vista es el momento flector en el nodo 4. Los resultados indican que este nodo es el que mayor momento flector debe soportar. Esto es debido a que precisamente en el nodo 4 se unen todas las otras vigas. Por consiguiente, es necesario reforzar el entorno de ese punto mediante una resina capaz de soportar las cargas calculadas, asegurando así la integridad estructural con un coeficiente de seguridad adecuado.

Finalmente, el último punto a tener en cuenta en este problema bidimensional es no solamente los desplazamientos en las direcciones longitudinales de cada barra, sino que también debe considerarse la componente transversal. En la tabla 3 se presentan los desplazamientos de cada nodo en coordenadas globales.

En el análisis, los nodos 2 y 3 corresponden a empotramientos con la pared. Esto implica que sus tres grados de libertad están restringidos (desplazamiento en \hat{x} , desplazamiento en \hat{y} y el ángulo de rotación θ).

Nodo	u_x (mm)	u_y (mm)	θ (°)
1	-7,048	0,379	-6,032
4	-1,622	0,241	-3,435

Tabla 3 Desplazamiento en x (u_x), en y (u_y) y rotación (θ) para los nodos 1 y 4

En la tabla superior se incluyen los desplazamientos de los respectivos nodos 1 y 4. Ambos nodos presentan un comportamiento similar, desplazándose hacia el sentido de la fuerza de fricción, según los ejes de coordenadas globales en los que el eje \hat{x} tienen el sentido de la velocidad. Dado que la fuerza de

fricción es una fuerza cuyo sentido es contrario al desplazamiento, ambos nodos se desplazan en sentido $-\hat{x}$. Por otra parte, la fuerza normal actúa sobre el nodo 1 según la aproximación del enunciado, induce un desplazamiento positivo en \hat{y} a los dos nodos.

Mediante la función *plotBeam2D* se puede representar la estructura deformada, que se muestra en la siguiente figura:

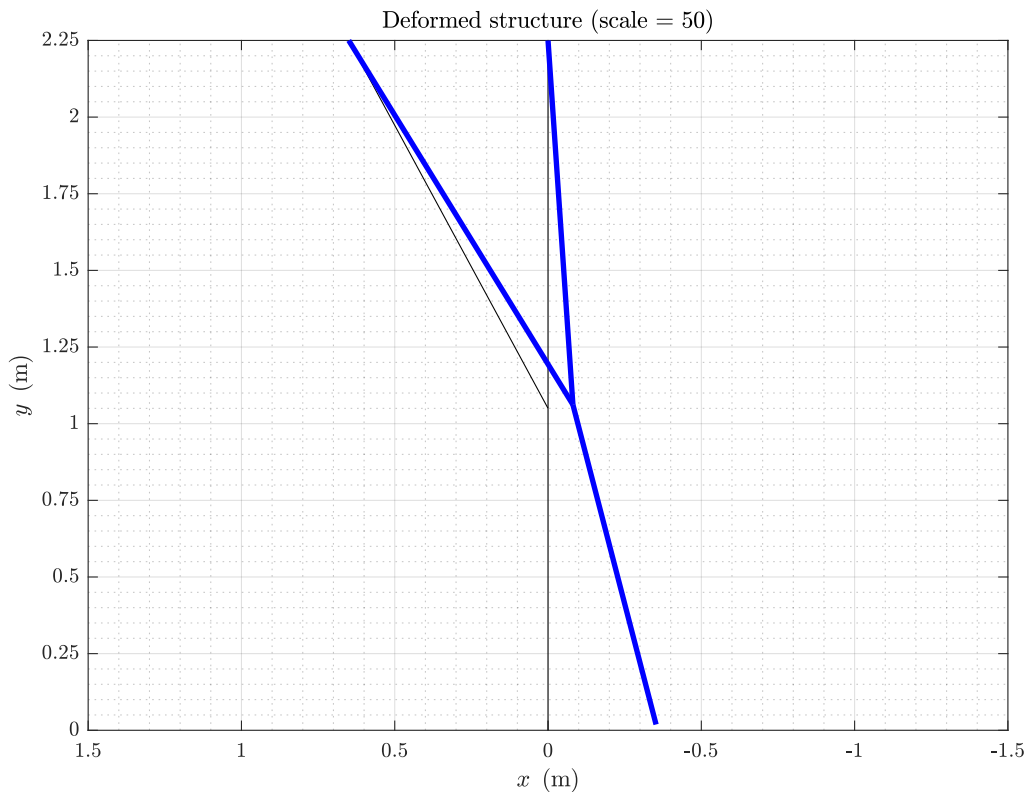


Figura 2 Estructura no deformada (negro) y deformada (azul), escala 50.

Las fuerzas axial, cortante y el momento de flector se han representado con la función *plotBeamIntForces*. Estas se recogen en la figura 3.

Como comentario de estos resultados, se representan los diagramas de esfuerzos asociados a cada viga (1 – 3) y la viga (2 – 4).

En el primer elemento, la la fuerza axial que recibe la barra axial es constante y de un valor de $-1,9 \cdot 10^5$ N aproximadamente. Su signo negativo indica que se trata de una compresión. Este resultado ya había sido previsto a partir del resultado de la tabla 1. Asimismo, se observa cómo el elemento de barra 4–3 en cambio trabaja a $-2,9 \cdot 10^5$ N, lo cual indica que la carga de compresión es mayor en este tramo. En cuanto al elemento 2–4, este experimenta una tracción de valor $1,16 \cdot 10^5$ N.

Se aprecia un salto en el diagrama del esfuerzo cortante para el elemento 1–3. Además, no solamente el esfuerzo cortante no es continuo a lo largo de este, sino que también cambia de sentido. Este hecho indica que en la sección del nodo 4 existe una fuerza puntual, produciendo una discontinuidad de salto como se muestra en el diagrama.

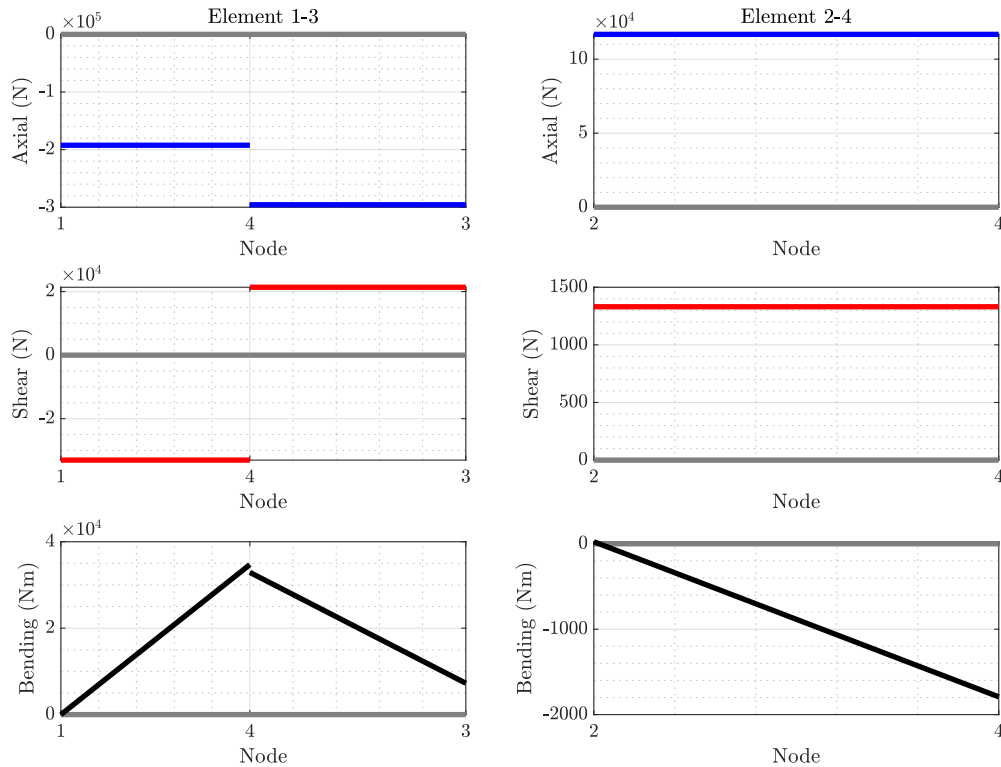


Figura 3 Fuerza axial, cortante y momento flector para los elementos 1-3 y 2-4.

Cabe recordar que el esfuerzo cortante se define como la derivada del momento flector cambiada de signo, esto es,

$$T_y = -\frac{dM_z}{dx} \quad (9)$$

Los resultados del diagrama reflejan esta definición. Donde el momento flector es lineal y positivo, el cortante muestra un valor constante negativo y viceversa. En el diagrama de momento flector del elemento 2-4, no existe ningún salto, lo que indica la ausencia de momentos libres externos aplicados en el nodo 4.

Una vez obtenidos los diagramas de esfuerzo de toda la estructura, el siguiente paso del análisis es determinar qué sección es la más solicitada. En efecto, la sección más solicitada es la situada en el nodo 4, pues el momento flector presenta un máximo.

Una vez encontrada la sección más solicitada, el siguiente punto de estudio es encontrar la fibra más solicitada mediante la ecuación de Navier-Bernoulli, tomando los puntos más alejados del eje neutro.