
PROPULSIÓ

ESTUDI PARAMÈTRIC D'UN MOTOR TURBOFAN

Alumnes: CRISTIAN ASENSIO GARCÍA, PEDRO LÓPEZ SANCHÀ,
SANTIAGO VILLARROYA CALAVIA, YI QIANG JI ZHANG

Professor: JOSEP ORIOL LIZANDRA DALMASES

Enginyeria en Tecnologies Aeroespacials
Escola Superior d'Enginyeries Industrial, Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa
Universitat Politècnica de Catalunya

21 de maig de 2020

Índex

1	Definició del problema	3
2	Introducció	4
3	Hipòtesis preliminars	5
4	Procediment de càlcul	6
4.1	Inlet extern: (0) - (1)	6
4.2	Inlet intern: (1) - (2)	7
4.3	Flux Primari	7
4.3.1	Compressor de baixa: (2) - (2.5)	7
4.3.2	Compressor d'alta: (2.5) - (3)	7
4.3.3	Cambrà de combustió: (3) - (4)	8
4.3.4	Turbina de baixa: (4) - (4.5)	9
4.3.5	Turbina d'alta: (4.5) - (5)	10
4.3.6	Outlet: (5) - (9)	10
4.4	Flux Secundari	11
4.4.1	Fan: (1) - (1.3)	11
4.4.2	Outlet secundari (1.3) - (1.9)	12
4.5	Equació de L'empenta del Turbofan	12
5	Estimació de paràmetres del motor	14
6	Anàlisi de la sensibilitat dels paràmetres estudiats	15
6.1	Variació de la relació de derivació α	15
6.2	Variació de la relació de pressions del fan π_f	16
6.3	Variació de la relació de compressió de baixa pressió π_{LPC}	16
6.4	Variació de la relació de compressió a alta pressió π_{HPC}	17
7	Optimització dels paràmetres de compressió del motor	19
7.1	Anàlisi i estudi dels paràmetres α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC}	19
7.2	Elecció dels valors	20
8	Anàlisi del motor amb toveres adaptades	22
9	Eficiència propulsiva i velocitat de sortida dels gasos	24
10	Anàlisi posteriors	26
10.1	Cas Motor Turbojet	26

10.2 Noves tecnologies	28
11 Codi MATLAB	30

1 Definició del problema

Es considera un *two-spool* turbofan amb toveres convergents, com es mostra a la figura 1, operant en condicions de creuer a $M_0 = 0.85$ i 11000 m.

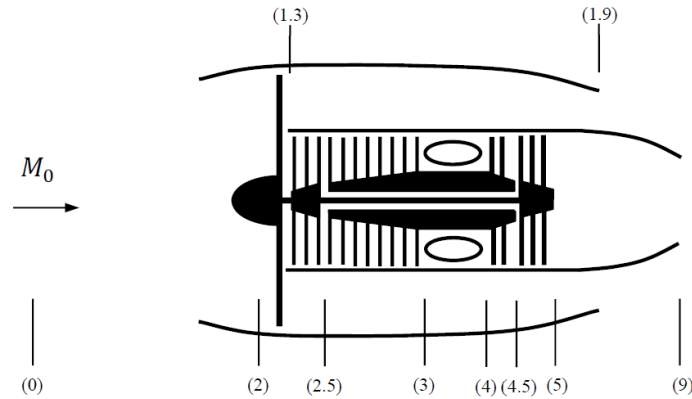


Figura 1 Caption

Es consideraran les següents eficiències i rendiments:

π_d	η_f	η_{LPC}	η_{HPC}	π_b	η_b	η_{HPT}	η_{LPT}	η_{mH}	η_{mL}	π_{np}	π_{ns}
0.98	0.89	0.88	0.86	0.96	0.99	0.91	0.92	0.993	0.997	0.99	0.99

Taula 1 Eficiències i rendiments

Assumint una temperatura del inlet de la turbina $T_{t4} = 1450$ K i les propietats de l'aire i el combustible $\gamma_c = 1.4$, $\gamma_t = 1.3$, $R_g = 287$ J/(kg · K), $h = 43$ MJ/kg.

1. Cerqueu un conjunt de paràmetres α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} que donin valors raonablement bons de tant per l'empenta específica $\frac{F}{\dot{m}}$ com per l'impuls específic I_{sp} .
2. Analitza i traça la sensibilitat de $\frac{F}{\dot{m}}$ i I_{sp} petites variacions de cadascuna.
3. Segons els resultats de la pregunta 2), seleccioneu un nou conjunt de valors per a α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} i calcula el guany de $\frac{F}{\dot{m}}$ i I_{sp} .
4. Calculeu el guany de I_{sp} que s'obtingria si cap de les toveres (o els dos) són modificats per tal d'aconseguir que els dos fluxos d'escapament coincideixin amb la pressió ambiental.
5. Si tots els paràmetres es mantenen constants, excepte la relació de pressió del fan π_f , la qual és una variable lliure en un rang determinat, calcula l'eficiència propulsiva η_p , la velocitats d'escapament de cada flux u_9 i u_{19} en funció de π_f , considerant ambdues toveres adaptades la pressió ambiental, de la mateixa forma que la pregunta 4).

2 Introducció

Al llarg de la història la evolució dels vols motoritzat amb tripulació humana ha requerit cada vegada més i millors mètodes per la generació de forces externes propulsores capaces de generar prou empenta per que el vehicle disposi de la velocitat i la inèrcia necessària per poder volar. Amb aquesta intenció van néixer la família de motors turbo-jet, grup de motor capaç de generar grans forces d'empenta i que han anat evolucionant gràcies a les constants modificacions que permetien millorar les seves prestacions. No obstant, aquests tipus de motors no resultaven ser del tot eficients i no va ser fins l'aparició dels motors de tipus turbo-fan quan realment es va dur a terme el gran pas cap a la sostenibilitat i la rendibilitat. Amb l'objectiu de poder volar a més alçada, amb més autonomia i d'una manera que permetés reduir al màxim el consum de combustible es va dissenyar una família de motors, capaç de produir valors summament grans d'empenta sense la necessitat de grans quantitats de combustible.

En aquest treball que es presenta a continuació, ens disposem a realitzar un estudi paramètric dels motors turbo-fan, com afecten a les seves prestacions la variació dels diferents paràmetres de compressió que permeten caracteritzar-los i en quina manera ho fan. Així mateix es pretén presentar una idea general sobre el funcionament d'aquests motors i com de rentables resulten, ja que com a conseqüència són els tipus de motors utilitzats en la immensa majoria dels avions comercials d'avui dia.

3 Hipòtesis preliminars

El primer pas per a resolució és el plantejament de les hipòtesis necessàries per poder aplicar les relacions i equacions posteriors, fruit d'aquestes hipòtesis. Per cada etapa, s'assumiran les següents hipòtesis:

- Flux unidimensional (1D).
- Flux quasi-estacionari ($d\phi/dt = 0$ per a tota propietat ϕ).
- Gas perfecte i caloríficament perfecte amb constant $R_g = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ en tot el motor.
- Relació de calors específics és $\gamma_c = 1.4$ per la zona “freda” (zona prèvia a la cambra de combustió) i per tot el flux secundari, i $\gamma_t = 1.3$ per la zona calenta (zona posterior a la cambra de combustió).
- Les eficiències de components com l'inlet, cambra de combustió o toveres es consideren com dades conegudes, proporcionades pels respectius fabricants de dits components.
- En l'estudi del turbofan el flux es dividirà en dos: el flux primari que recorre totes les etapes de compressió i expansió que conformen la part interna del motor i flux secundari, que recorre el motor a través del seu tram extern i només patirà els efectes del fan i la tovera secundària. El paràmetre π_{LPC} denotara conjuntament l'augment de pressió provocat pel fan i pel compressor de baixa pressió sobre el flux primari.

$$\pi_{LPC} = \frac{P_{t25}}{P_{t2}} \quad (3.1)$$

- Tant el procés de captació d'aire que té lloc a l'inlet, com el procés d'expulsar la mescla de gasos i aire resultant de la combustió a través de la tovera, es consideren processos virtualment isentròpics. Aquest fet, com es demostra posteriorment, farà que la temperatura d'estancament es mantingui constant en tot el tram.
- Es considera la cambra de combustió virtualment adiabàtica, de tal manera que aquesta no presenta pèrdues de calor durant el procés de combustió.

4 Procediment de càlcul

4.1 Inlet extern: (0) - (1)

L'inlet extern es pot considerar un tub de corrent amb un contorn limitat per les línies de corrent. Generalment, l'àrea de captura A_0 i l'àrea física d'entrada al motor no coincideixen, i.e., $A_0 \neq A_1$. En aquesta etapa, el el cabal màssic de l'aire es manté constant:

$$\dot{m} = \text{const} \quad (4.1)$$

$$\rho_0 u_0 A_0 = \rho_1 u_1 A_1 \quad (4.2)$$

$$\rho_0 u_0 A_0 = \rho_1 u_1 A_1 \quad (4.3)$$

Com $A_0 \neq A_1$, aleshores $\rho_0 u_0 \neq \rho_1 u_1$.

El Primer Principi de la Termodinàmica per a Sistemes Oberts és

$$\frac{dE_{vc}}{dt} + \sum_s \left[\dot{m}_s \left(h_s + \frac{u_s^2}{2} + gz_s \right) \right] - \sum_e \left[\dot{m}_e \left(h_e + \frac{u_e^2}{2} + gz_e \right) \right] = \dot{Q} + \dot{W}_a + \dot{W}_{vc} \quad (4.4)$$

on s representa les sortides del sistema, e representa les entrades, \dot{W}_a és el treball axial i \dot{W}_{vc} és el treball d'expansió o compressió sobre el volum de control. Atès que només hi ha una entrada i una sortida al volum de control, $\dot{m}_s = \dot{m}_e$. El volum de control no s'expansiona ni comprimeix, llavors $\dot{W}_{vc} = 0$. Introduint aquestes simplificacions, les hipòtesis prèvies i particularitzant per l'inlet extern, l'equació (4.4) queda:

$$\dot{m} \left[\left(h_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) - \left(h_0 + \frac{u_0^2}{2} \right) \right] = \dot{Q} + \dot{W} \quad (4.5)$$

on s'ha fet $\dot{W}_a = \dot{W}$. No hi ha treball axial, $\dot{W} = 0$, i es considera que l'aire es un mal conductor de la calor, $\dot{Q} = 0$.

$$\dot{m} (h_{t0} - h_{t1}) = 0 \quad (4.6)$$

El subíndex t es refereix a les condicions d'estancament. El flux màssic és no nul, $\dot{m} \neq 0$, consegüentment:

$$h_{t0} = h_{t1} \quad (4.7)$$

Per definició, l'entalpia d'estancament és:

$$h_t = h + \frac{u^2}{2} = c_p T + \frac{1}{2} u^2 = c_p \underbrace{\left(T + \frac{1}{2c_p} u^2 \right)}_{\text{Temperatura d'estancament } T_t} \quad (4.8)$$

Això implica que l'entalpia d'estancament entre la zona (0) i la zona (1) es manté invariant, amb la qual cosa, es dedueix que la temperatures d'estancament roman constant.

$$T_{t0} = T_{t1} \quad (4.9)$$

Tanmateix, això no significa que la temperatura absoluta es mantingui constant. En absència d'ones de xoc, el procés de (0) a (1) es pot considerar virtualment isentròpic. De manera que es poden aplicar les relacions isentròpiques de la pressió.

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.10)$$

$$\frac{P_t}{P} = \left(\frac{T_t}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (4.11)$$

Finalment, les equacions per l'inlet extern queden:

$$T_{t1} = T_{t0} \quad (4.12)$$

$$\frac{P_{t0}}{P_0} = \left(\frac{T_{t0}}{T_0} \right)^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}} \quad (4.13)$$

$$P_{t1} = P_{t0} \quad (4.14)$$

4.2 Inlet intern: (1) - (2)

En aquesta etapa hi ha una pared sòlida que frena el fluid. La pared sòlida en contacte amb el fluid genera una capa límit. Essencialment, tampoc existeix intercanvi de calor, de manera que el procés es considera virtualment adiabàtic.

$$T_{t2} = T_{t1} \quad (4.15)$$

Tanmateix, tot i que les temperatures d'estancament siguin les mateixes, l'efecte de la viscositat produeix un petit decrement en les pressions. La viscositat del fluid produeix una dissipació energètica. El procés ja no és isentròpic, per tant es redueix la pressió d'estancament. Això es representa amb la relació de pressions π_d :

$$P_{t2} = \pi_d P_{t1} \quad (4.16)$$

4.3 Flux Primari

4.3.1 Compressor de baixa: (2) - (2.5)

Com es tracta d'un turbofan de dos eixos, s'han d'estudiar separatament el compressor de baixa i el compressor d'alta, que estan connectats a una turbina de baixa i una turbina d'alta, respectivament.

El flux passa primer pel compressor de baixa pressió, el qual eleva la pressió de manera virtualment adiabàtica. En aquest tram, en incrementar la pressió també s'incrementa la temperatura. Es defineixen la relació de pressions d'estancament del compressor de baixa

$$\pi_{LPC} = \frac{P_{t25}}{P_{t2}} \quad (4.17)$$

i la relació de temperatures d'estancament:

$$\tau_{LPC} = \frac{T_{t25}}{T_{t2}} \quad (4.18)$$

Aquests dos paràmetres es relacionen amb el rendiment isentròpic:

$$\eta_{LPC} = \frac{(T_{t25})_{isen} - T_{t2}}{T_{t25} - T_{t2}} = \frac{(\pi_{LPC})^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1}{\tau_{LPC} - 1} \quad (4.19)$$

La potència de compressió doncs, es calcula de la següent forma:

$$\dot{W}_{LPC} = \dot{m}_{cpc} (T_{t25} - T_{t2}) = \dot{m}_{cpc} T_{t2} (\tau_{LPC} - 1) \quad (4.20)$$

4.3.2 Compressor d'alta: (25) - (3)

Anàlogament, es procedeix de la mateixa forma pel compressor d'alta, que està connectat amb la turbina d'alta pressió. De nou, el compressor eleva la pressió del flux de forma virtualment adiabàtica. En aquest tram, la relacions de pressions d'estancament s'expressa com:

$$\pi_{HPC} = \frac{P_{t3}}{P_{t25}} \quad (4.21)$$

I la relació de temperatures d'estancament:

$$\tau_{HPC} = \frac{T_{t3}}{T_{t25}} \quad (4.22)$$

Aquests dos paràmetres estan relacionats novament mitjançant el rendiment isentròpic:

$$\eta_{HPC} = \frac{(T_{t3})_{isen} - T_{t25}}{T_{t3} - T_{t25}} = \frac{(\pi_{LPC})^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1}{\tau_{LPC} - 1} \quad (4.23)$$

La potència de compressió queda:

$$\dot{W}_{LPC} = \dot{m}c_{pc}(T_{t3} - T_{t25}) = \dot{m}c_{pc}T_{t2}\tau_{LPC}(\tau_{HPC} - 1) \quad (4.24)$$

4.3.3 Cambra de combustió: (3) - (4)

La cambra de combustió presenta el següent esquema:

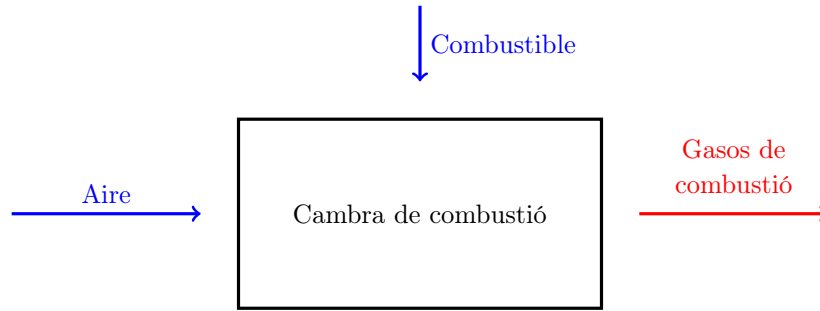


Figura 2 Esquema d'aplicació del 1er Principi de la Termodinàmica per sistemes oberts

Aplicant de nou el primer principi de la termodinàmica per sistemes oberts, expressat a l'equació (4.4), i simplificant, s'obté:

$$-\dot{m}_{air}(h_t)_{air} - \dot{m}_{fuel}(h_t)_{fuel}\eta_b + \dot{m}_{gas}(h_t)_{gas}(\dot{m}_{air} + \dot{m}_{fuel}) = \dot{W}_{axial} + \dot{Q} \quad (4.25)$$

No existeix treball axial $\dot{W} = 0$ i la cambra de combustió es suposa virtualment adiabàtica $\dot{Q} \approx 0$ a una temperatura adiabàtica de combustió, és a dir, la que es duu a terme sense intercanvi calorífic amb l'exterior. Per definició d'entalpia:

$$h = c_p T \quad (4.26)$$

Substituint el resultat en l'expressió anterior s'arriba:

$$-\dot{m}_{air}(h_t)_{air}c_{pc}T_{t3} - \dot{m}_{fuel}(h_f)\eta_b + (\dot{m}_{air} + \dot{m}_{fuel})c_{pt}T_{t4} = 0 \quad (4.27)$$

on

$$c_{pc} = \frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1} R_g \quad (4.28)$$

$$c_{pt} = \frac{\gamma_t}{\gamma_t - 1} R_g \quad (4.29)$$

Cal remarcar que $c_{pt} > c_{pc}$ ja que els gasos resultants són més calents que abans de la combustió. El terme η_b és el rendiment de combustió i l'entalpia de combustió és $h_f \approx 43 \cdot 10^6$ J/kg. Dividint l'expressió anterior entre \dot{m}_{air} :

$$-c_{pc}T_{t3} - \frac{\dot{m}_{fuel}}{\dot{m}_{air}}h_f\eta_b + \left(1 + \frac{\dot{m}_{fuel}}{\dot{m}_{air}}\right)c_{pt}T_{t4} = 0 \quad (4.30)$$

Es defineix la relació $f = \dot{m}_{\text{fuel}}/\dot{m}_{\text{air}}$ com la fracció de combustible. Per consegüent,

$$f = \frac{c_{pt}T_{t4} - c_{pc}T_{t3}}{\eta_b h_f - c_{pt}T_{t4}} \quad (4.31)$$

A més, es defineixen els següents paràmetres:

- Relació de pressions d'estancament:

$$\pi_b = \frac{P_{t4}}{P_{t3}} \quad (4.32)$$

- Relació de temperatura d'estancament de sortida vers la temperatura ambient:

$$\theta_t = \frac{T_{t4}}{T_0} \quad (4.33)$$

4.3.4 Turbina de baixa: (4) - (4.5)

La turbina de baixa pressió, també se suposa idealment isentròpica. D'aquesta forma, durant aquesta etapa la relació de pressions d'estancament és:

$$\pi_{LPT} = \frac{P_{t5}}{P_{t45}} \quad (4.34)$$

I la relació de temperatures d'estancament:

$$\eta_{LPT} = \frac{T_{t5}}{T_{t45}} \quad (4.35)$$

El rendiment màxim és el de la turbina isentròpica. Així, es defineix el rendiment isentròpic η_{LPT} com:

$$\eta_{LPT} = \frac{T_{t45} - T_{t5}}{T_{t45} - T_{t5isen}} = \frac{1 - \tau_{LPT}}{1 - (\pi_{LPT})^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}}} \quad (4.36)$$

L'energia generada per la turbina de baixa alimenta el compressor de baixa. La potència d'expansió de la turbina queda:

$$\left| \dot{W}_{LPT} \right| = \dot{m}_{45} c_{pt} (T_{t45} - T_{t5}) = \dot{m}_{45} c_{pt} T_{t4} \tau_{HPT} (1 - \tau_{LPT}) \quad (4.37)$$

4.3.4.1 Balanç de potències LPC–LPT

La turbina de baixa potència envia el seu treball mecànic al compressor de baixa potència. Tanmateix, existeixen unes pèrdues de fricció a l'eix de baixa pressió. Aquestes són expressades mitjançant una eficiència mecànica $\eta_{m,LP}$. A més, part de la potència de l'eix s'utilitza per moure sistemes auxiliars (generadors, sistemes d'oli, etc.).

$$\dot{W}_{LPC} + \dot{W}_{\text{aux}} = \eta_{m,LP} \left| \dot{W}_{LPT} \right|$$

Tanmateix, només es considerarà \dot{W}_{LPC} en aquest anàlisi. El cabal màssic del LPT serà igual al cabal màssic del LPC més el cabal de combustible injectat. Per un turbofan de dos eixos:

$$\underbrace{\dot{m} c_{pc} T_{t0} (\tau_{LPC} - 1)}_{\text{Compensió flux primari}} + \underbrace{\alpha \dot{m} c_{pc} T_{t0} (\tau_f - 1)}_{\text{Compensió flux secundari}} = \underbrace{\eta_{mL} \dot{m} (1 + f) c_{pt} T_{t4} \tau_{HPT} (1 - \tau_{LPT})}_{\text{Poder d'expansió LPT}} \quad (4.38)$$

4.3.5 Turbina d'alta: (4.5) - (5)

Procedint de forma anàloga, la turbina d'alta pressió, també se suposa idealment isentròpica. La relació de pressions d'estancament és:

$$\pi_{HPT} = \frac{P_{t45}}{P_{t4}} \quad (4.39)$$

I la relació de temperatures d'estancament:

$$\eta_{HPT} = \frac{T_{t45}}{T_{t4}} \quad (4.40)$$

Com el rendiment màxim es tracta de la turbina isentròpica, es defineix el rendiment isentròpic η_{LPT} :

$$\eta_{HPT} = \frac{T_{t4} - T_{t45}}{T_{t4} - T_{t45\text{isen}}} = \frac{1 - \tau_{HPT}}{1 - (\pi_{HPT})^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}}} \quad (4.41)$$

L'energia generada per la turbina de baixa alimenta el compressor de baixa, la potència d'expansió de la turbina d'alta queda:

$$\left| \dot{W}_{HPT} \right| = \dot{m}_4 c_{pt} (T_{t4} - T_{t45}) = \dot{m}_4 c_{pt} T_{t4} (1 - \tau_{HPT}) \quad (4.42)$$

4.3.5.1 Balanç de potències HPC-HPT

La turbina de baixa potència envia el seu treball mecànic al compressor de baixa potència. Tanmateix, existeixen unes pèrdues de fricció a les fronteres de l'eix de baixa pressió. Aquestes són expressades mitjançant una eficiència mecànica η_m , HP i generen un treball addicional per moure sistemes auxiliars (generadors, sistemes d'oli, etc.).

$$\dot{W}_{HPC} + \dot{W}_{\text{aux}} = \eta_{m,HP} \left| \dot{W}_{HPT} \right| \quad (4.43)$$

Tanmateix, només es considerarà \dot{W}_{HPC} en l'anàlisi. El cabal màssic del HPT serà igual al cabal màssic del HPC més el cabal de combustible injectat:

$$\underbrace{\dot{m} c_{pc} T_{t2} (\tau_{HPC} - 1)}_{\text{Poder de compressió HPC}} = \underbrace{\eta_{m,HP} \dot{m} (1 + f) c_{pt} T_{t4} (1 - \tau_{HPT})}_{\text{Poder de compressió HPT}} \quad (4.44)$$

4.3.6 Outlet: (5) - (9)

Finalment s'arriba a la última etapa del motor a reacció del flux primari. En aquesta etapa s'analitza el flux de sortida de la tovera i es determina si la tovera està adaptada o xocada. Segons la mecànica de fluids compressibles, els gasos de sortida de la turbina seran com a molt a $M = 1$.

Realitzant un balanç d'energies:

$$\dot{W}_{\text{axial}} + \dot{Q} = (\dot{m}_{\text{air}} + \dot{m}_f) c_{pt} (T_{t9} - T_{t5}) \quad (4.45)$$

De nou, es considera que la tovera és virtualment adiabàtica $\dot{Q} \approx 0$ i no existeix treball axial $\dot{W} = 0$. De forma que es dedueix que la relació d'estancament del punt (5) i (9) és la mateixa:

$$T_{t5} = T_{t9} \quad (4.46)$$

No obstant, P_{t9} és lleugerament més petit que P_{t5} degut a l'efecte de la viscositat i capa límit. Aquesta pèrdua de pressió es té en compte en el paràmetre π_n :

$$P_{t9} = P_{t5} \pi_n \quad (4.47)$$

Amb l'objectiu de determinar si la tovera està adaptada o bloquejada, com a hipòtesis inicial de partida es considerarà que els gasos de sortida es descarreguen a pressió ambient:

$$P_9 = P_0$$

A continuació s'utilitza una cadena de productes de relacions de pressió per obtenir la relació de pressió isentròpica en la sortida del flux secundari i la pressió d'entrada del motor.

$$\frac{P_{t9}}{P_9} = \frac{P_{t0}}{P_0} \frac{P_{t2}}{P_{t0}} \frac{P_{t25}}{P_{t2}} \frac{P_{t3}}{P_{t25}} \frac{P_{t4}}{P_{t3}} \frac{P_{t45}}{P_{t4}} \frac{P_{t5}}{P_{t45}} \frac{P_{t9}}{P_{t5}} = \delta_0 \pi_d \pi_{LPC} \pi_{HPC} \pi_b \pi_{HPT} \pi_{LPT} \pi_n \quad (4.48)$$

Usant la relació superior per calcular el número de Mach a la sortida del flux primari:

$$M_{19} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_t - 1} \left[\left(\frac{P_{t9}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}} - 1 \right]} \quad (4.49)$$

Segons el valor de M_9 es pot calcular la relació de pressions $\frac{P_{19}}{P_0}$:

- Si resulta un valor de $M_9 < 1$, es pren la hipòtesis de tovera adaptada, és a dir, $P_9 = P_0$ en què els gasos expulsats tenen una expansió completa fins a la pressió ambient. Per tant s'utilitza la següent equació:

$$\frac{P_9}{P_0} = 1 \quad (4.50)$$

- Si resulta un valor de $M_9 \geq 1$, llavors la hipòtesis de tovera bloquejada i, per tant, la hipòtesi inicial no és certa. En altres paraules, els gasos expulsats pateixen una expansió però no arriben fins a la pressió ambient. Per tant, en aquest cas s'imposa $M_9 = 1$ i s'utilitza la següent equació:

$$\frac{P_9}{P_0} = \frac{P_{t9}}{P_0} \left(\frac{2}{\gamma_t + 1} \right)^{\frac{\gamma_t}{\gamma_t - 1}} \quad (4.51)$$

Un cop calculades les relacions de pressions, es procedeix a calcular la temperatura T_{t9} , aplicant de nou el primer principi de la termodinàmica:

$$T_{t9} = T_{t5} \quad (4.52)$$

Seguidament es calcula la temperatura dinàmica a la sortida del flux secundari:

$$T_9 = \frac{T_{t9}}{1 + \frac{\gamma_t - 1}{2} M_9^2} \quad (4.53)$$

Finalment, la velocitat dels gasos a la sortida del flux primari és:

$$u_9 = M_9 \sqrt{\gamma_c R_g T_9} \quad (4.54)$$

4.4 Flux Secundari

4.4.1 Fan: (1) - (1.3)

Procedint de forma anàloga que en el flux primari, el fan també se suposa idealment isentròpic, per tant, durant aquesta etapa, la relació de pressions d'estancament és:

$$\pi_f = \frac{P_{t13}}{P_{t2}} \quad (4.55)$$

I la relació de temperatures d'estancament:

$$\tau_f = \frac{T_{t13}}{T_{t2}} \quad (4.56)$$

Aquest dos paràmetres estan relacionats mitjançant el rendiment isentròpic:

$$\eta_f = \frac{(\pi_f)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1}{\tau_f - 1} \quad (4.57)$$

4.4.2 Outlet secundari (1.3) - (1.9)

A continuació s'utilitza una cadena de productes per obtenir la relació de pressió isentròpica en la sortida del flux secundari i la pressió de entrada del motor:

$$\frac{P_{t19}}{P_0} = \frac{P_{t0}}{P_0} \frac{P_{t2}}{P_{t0}} \frac{P_{t13}}{P_{t2}} \frac{P_{t19}}{P_{t13}} = \delta_0 \pi_d \pi_f \pi_{ns} \quad (4.58)$$

Aquesta relació s'utilitzarà per calcular el número de Mach a la sortida del flux secundari:

$$M_{19} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_c - 1} \left[\left(\frac{P_{t19}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1 \right]} \quad (4.59)$$

Segons el càlcul anterior, a partir del valor de M_{19} es pot calcular la relació de pressions P_{19}/P_0 :

- Si resulta un valor de $M_{19} < 1$, es prendrà la hipòtesi de tovera adaptada, és a dir, els gasos expulsats s'expansionen completament fins la pressió ambient. L'equació serà:

$$\frac{P_{19}}{P_0} = 1 \quad (4.60)$$

- Si resulta un valor de $M_{19} \geq 1$, es prendrà la hipòtesis de tovera bloquejada, és a dir, els gasos expulsats pateixen una expansió però no arriben fins la pressió ambient. Per tant, en aquest cas s'imposa $M_{19} = 1$ i l'equació a utilitzar és la següent:

$$\frac{P_{19}}{P_0} = \frac{P_{t19}}{P_0} \left(\frac{2}{\gamma_c + 1} \right)^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}} \quad (4.61)$$

Un cop calculades les relacions de pressions, es procedeix a calcular les relacions de temperatures utilitzant també una cadena de productes per calcular la temperatura isentròpica a la sortida del flux secundari T_{t19} , sabent que $T_{t2} = T_{t0}$:

$$T_{t19} = T_0 \frac{T_{t0}}{T_0} \frac{T_{t2}}{T_{t0}} \frac{T_{t13}}{T_{t2}} = T_{t0} \theta_0 \tau_f \quad (4.62)$$

Seguidament la temperatura dinàmica a la sortida del flux secundari es calcula com:

$$T_{19} = \frac{T_{t19}}{1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_{19}^2} \quad (4.63)$$

I la velocitat dels gasos a la sortida del flux secundari:

$$u_{19} = M_{19} \sqrt{\gamma_c R T_{19}} \quad (4.64)$$

4.5 Equació de L'empenta del Turbofan

Com es pot comprovar, l'empenta generada per un turbofan ve donada per dues contribucions:

$$F = F_{\text{primari}} + F_{\text{secundari}} = \begin{cases} F_{\text{primari}} &= \dot{m}(1 + f)u_9 - \dot{m}u_0 + (P_9 - P_0)A_9 \\ F_{\text{secundari}} &= \alpha \dot{m}(u_{19} - u_0) + (P_{19} - P_0)A_{19} \end{cases}$$

Desenvolupant:

$$\frac{F}{\dot{m}} = (1 + f)u_9 - M_0 a_0 + \left(1 - \frac{P_0}{P_9}\right) \frac{P_9 A_9}{\dot{m}} + \alpha(u_{19} - M_0 a_0) + \left(1 - \frac{P_0}{P_{19}}\right) \frac{P_{19} A_{19}}{\dot{m}} \quad (4.65)$$

Pel flux primari,

$$\frac{A_9 P_9}{\dot{m}} = \frac{(1 + f) A_9 \rho_9 R T_9}{\rho_9 u_9 A_9} = \frac{(1 + f) R T_9}{u_9} \quad (4.66)$$

on

$$u_9 = M_9 \sqrt{\gamma_t R T_9}$$

$$f = \frac{c_{pt} T_{t4} - c_{pc} T_{t3}}{\eta_b h - c_{pt} T_{t4}}$$

Pel flux secundari,

$$\frac{A_{19} P_{19}}{\dot{m}} = \alpha \frac{R T_{19}}{u_{19}} \quad (4.67)$$

on

$$u_{19} = M_{19} \sqrt{\gamma_c R T_{19}} \quad (4.68)$$

5 Estimació de paràmetres del motor

El primer objectiu en el desenvolupament d'aquest projecte d'anàlisi d'un motor turbofan, és estimar el conjunt de paràmetres α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} que permeten definir completament el funcionament d'aquest motor. No obstant la tria dels valors d'aquests paràmetres no pot realitzar-se sense seguir algun criteri. Es tindrà en compte que pels valors triats, els resultats de l'empenta específica $\frac{F}{\dot{m}}$ i de l'impuls específic I_{sp} siguin valors raonablement bons i acceptables pels motors turbofan actuals.

Així mateix s'ha elaborat un codi en MATLAB, adjunt en aquest informe, a partir del qual es poden obtenir els resultats de $\frac{F}{\dot{m}}$ i I_{sp} en funció d'uns paràmetres d'entrada escollits.

Després d'avaluar els resultats obtinguts amb aquest codi per a diferents valors de α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} , es conclou que una tria de paràmetres raonable en una primera estimació és la següent:

α	π_f	π_{LPC}	π_{HPC}
8	1.5	4	8.5

Taula 2 Paràmetres estimats

Això resulta en una relació de compressió total pel flux primari de $\pi_c = 34$. Aquest rati de compressió acceptable dins del rang en el que acostumen a trobar-se els valors dels motors turbofan actuals, d'entre 30 i 45, aproximadament. D'igual mode, amb l'objectiu d'intentar tractar el problema de la forma més realista possible, el valor de la relació de derivació α també s'ha triat seguint aquest mateix criteri de similitud amb els motor dissenyats actualment [3].

D'aquesta manera, realitzant un estudi a partir de les equacions del turbo-fan, deduïdes i mostrades a la secció 4, s'obtenen les següents contribucions per a l'empenta i l'impuls específic dels fluxos primari i secundari, així com el total:

Contribució	F/\dot{m} (m/s)	I_{sp} (s)
Flux primari	469.16	1878.89
Flux secundari	784.69	3142.52
Total	1253.85	5021.41

Taula 3 Empenyiment específic (F/\dot{m}) i impuls específic (I_{sp}) pels paràmetres estimats

6 Anàlisi de la sensibilitat dels paràmetres estudiats

Una vegada s'han trobat els paràmetres α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} que donen valors raonablement bons per l'empenta específica F/\dot{m} així com per l'impuls específic I_{sp} , es pot realitzar un anàlisi de sensibilitat i estudiar l'efecte de cada paràmetre sobre F/\dot{m} i I_{sp} .

Cada paràmetre es fa variar dins d'un rang de valors acceptables, mantenint els altres tres paràmetres constants en els valors trobats a la secció 5, per tal d'observar l'evolució de l'empenyiment específic i de l'impuls específic front aquestes variacions.

El procediment a l'hora d'obtenir els resultats és el mateix a l'hora d'analitzar la influència de cada paràmetre. Tal com s'ha detallat anteriorment, per tal d'obtenir els resultats de l'apartat 1, així com de solucionar el motor sencer s'ha elaborat un codi que proporciona els valors de $\frac{F}{\dot{m}}$ i I_{sp} per a valors determinats de α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} .

Per a cada paràmetre, es genera un vector d'un cert rang que es pretén estudiar, i es mantenen constants els altres tres paràmetres que no seran objecte d'estudi. El codi de resolució s'executa de forma cíclica sobre el vector del paràmetre que està variant, obtenint-se així diferents resultats en cada iteració. Finalment s'emmagatzemen en altres vectors els valors de F/\dot{m} i I_{sp} obtinguts i es representen gràficament.

6.1 Variació de la relació de derivació α

Clarament s'observa que ambdues representacions gràfiques, mostrades a les figures 3 i 4, resulten ser similars. Això és degut a que el valor de l'empenyiment específic i de l'impuls específic estan relacionats mitjançant la constant de l'acceleració gravitatòria i de la fracció massica de combustible f . Si només es varia la relació de derivació, es pot observar que el valor de f romandrà constant, independentment del valor de α .

Pel que respecta a les conclusions de l'estudi del paràmetre α , s'aprecia que a mesura que augmenta el seu valor, el motor es capaç de donar un major empenyiment i impuls específic, fins arribar a un màxim a l'entorn del punt $\alpha = 12.5$, a partir del qual comencen a disminuir de forma bastant significativa.

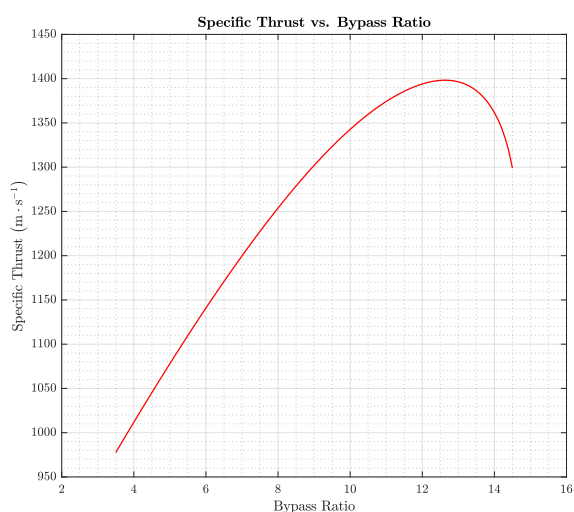


Figura 3 Variació de l'empenta específica (F/\dot{m}) amb la relació de derivació (α)

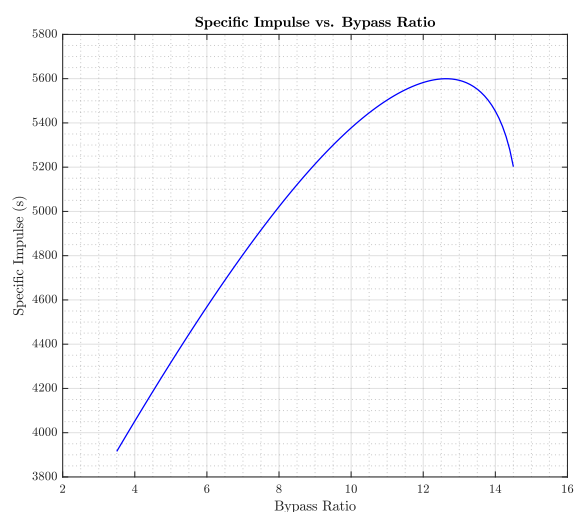


Figura 4 Variació de l'impuls específic (I_{sp}) amb la relació de derivació (α)

Pels valors nominals dels altres tres paràmetres amb què es treballa, en augmentar la relació de derivació, el cabal massic d'aire passant pel flux secundari és molt superior al del flux primari, generant

així un empenyiment i impuls específics addicionals. Això es cert fins el punt en què α és excessivament gran, provocant que la velocitat de sortida dels gasos a la tovera primària i, en conseqüència la contribució a l'empenyiment d'aquesta, es vegi notablement reduïda, fent que la suma d'ambdues contribucions no sigui suficientment gran com per continuar augmentant F/\dot{m} i I_{sp} .

6.2 Variació de la relació de pressions del fan π_f

D'igual manera que en el cas d'estudi anterior, les variacions en el paràmetre π_f no varia la relació entre l'empenyiment específic i l'impuls específic, fent que els respectius valors siguin proporcionals. Això té lloc degut a que l'única variable que pot alterar-ho, la fracció massica de combustible f , roman independent respecte a les variacions del paràmetre objecte d'aquest segon estudi.

Tal i com es mostra al gràfic, la compressió que exerceix el fan sobre el flux secundari està limitada a un rang de valors molt menor que la resta de paràmetres. Si aquesta relació fos massa gran, la potencia requerida per comprimir un gran cabal d'aire gran com el del flux secundari seria molt superior que la potència proporcionada per la turbina a través de l'eix de baixa pressió. En una primera prova es va observar que si es donava aquest fet els valors que s'obtenien uns

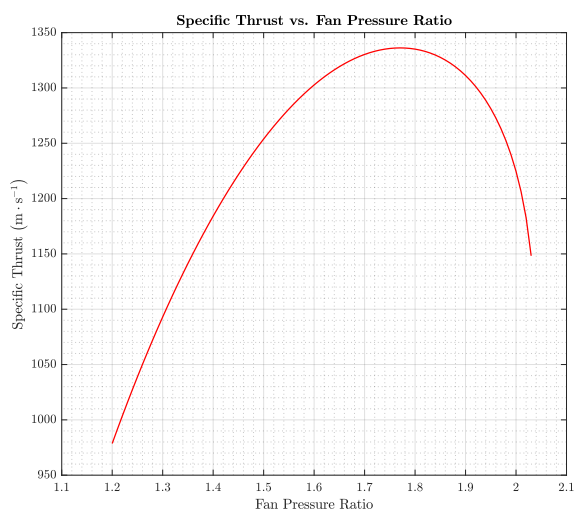


Figura 5 Variació de l'empenta específica (F/\dot{m}) amb la relació de pressions del fan (π_f)

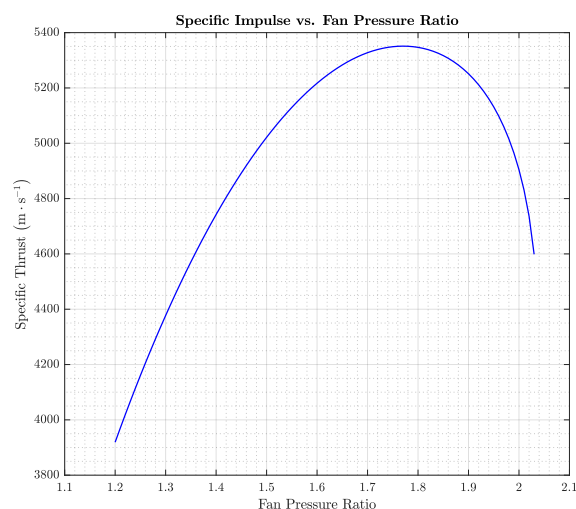


Figura 6 Variació de l'impuls específic (I_{sp}) amb la relació de pressions del fan (π_f)

Pel que respecta a l'evolució dels valors de F/\dot{m} i I_{sp} , aquests presenten una tendència creixent a mesura que augmenta el valor de π_f . Tenint en consideració que el màxim d'aquestes relacions està totalment lligada al valor nominal triat per la relació de derivació α , clarament s'observa que per a valors superiors a aquest màxim, en un entorn de $\pi_f = 1.77$, tant l'empenyiment com l'impuls específic presenten una caiguda abrupta, fent que no sigui adequat treballar amb aquests ratios de compressió del fan.

6.3 Variació de la relació de compressió de baixa pressió π_{LPC}

En aquest tercer cas d'anàlisi de la sensibilitat, les gràfiques obtingudes per empenyiment i impuls específic presenten notables diferències entre elles. La primera mostra una tendència majoritàriament decreixent en tot el domini d'estudi, mentre que la segona denota valors creixents en el sentit d'augment del paràmetre d'estudi π_{LPC} . Això té la seva justificació en l'evolució del paràmetre f respecte a les variacions de la relació de pressions del compressor de baixa potència. El fet d'augmentar excessivament les pressions abans l'entrada a la cambra de combustió, té com a conseqüència la necessitat d'una menor quantitat de combustible per poder dur a terme la combustió. A mida que la compressió és major a causa

de l'augment de π_{LPC} , l'aire també augmentarà la seva temperatura d'estancament, la qual cosa permetrà reduir la fracció màssica de combustible necessària per la combustió. Si f disminueix com a conseqüència de l'augment de π_{LPC} , l'impuls específic disminuirà, atès que aquest és inversament proporcional al factor f .

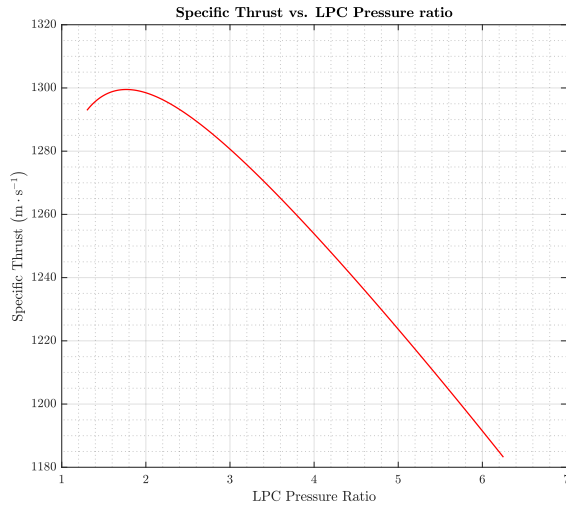


Figura 7 Variació de l'empenta específica (F/\dot{m}) amb la relació de pressions del *Low Pressure Compressor* (π_{LPC})

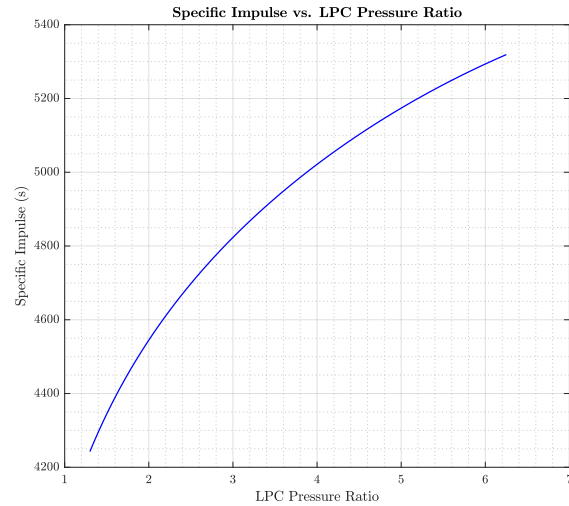


Figura 8 Variació de l'impuls específic (I_{sp}) amb la relació de pressions del *Low Pressure Compressor* (π_{LPC})

6.4 Variació de la relació de compressió a alta pressió π_{HPC}

En aquest últim cas d'estudi, el comportament de les gràfiques és novament diferent. Al contrari que els anteriors paràmetres, convé avaluar el paràmetre π_{HPC} en un rang de valors molt més grans, atès que el compressor d'alta pressió es el component que porta a terme la major part de la compressió del gas en aquests tipus de motors.

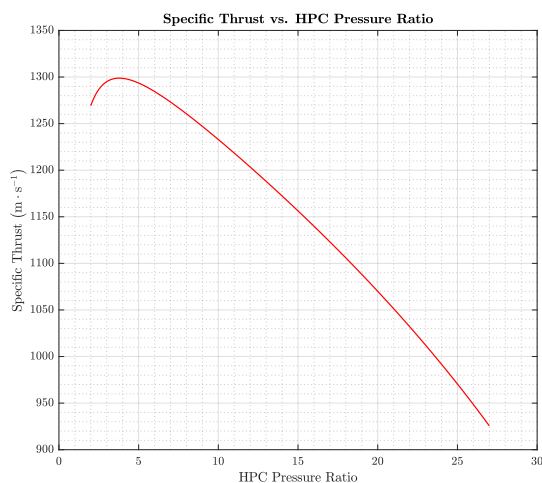


Figura 9 Variació de l'empenta específica (F/\dot{m}) amb la relació de pressions del *High Pressure Compressor* (π_{HPC})

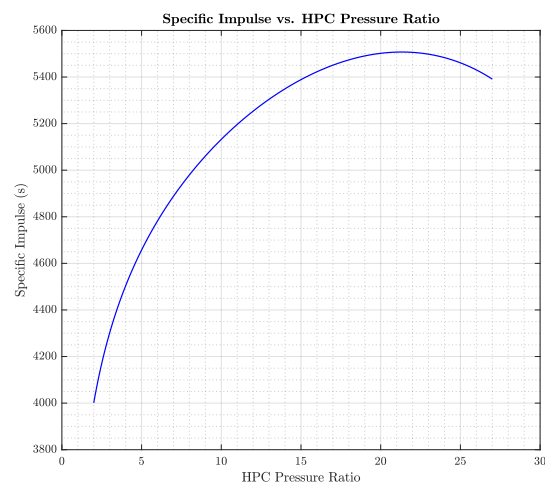


Figura 10 Variació de l'impuls específic (I_{sp}) amb la relació de pressions del *High Pressure Compressor* (π_{HPC})

Així mateix, tal com s'observa a les figures 9 i 10 el paràmetre de compressió a alta pressió s'avalua en

el rang entre 2 i 28, aproximadament. De manera clara, s'aprecia com l'empenta específica troba el seu màxim en valors petits de π_{HPC} , mentre que l'impuls específic presentarà una tendència creixent a mesura que s'incrementa el valor del paràmetre objecte d'estudi, fins assolir un valor màxim aproximadament entorn a $\pi_{HPC} = 21$.

7 Optimització dels paràmetres de compressió del motor

7.1 Anàlisi i estudi dels paràmetres α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC}

Una vegada s'ha analitzat el motor en termes d'empenta i impuls específics, s'ha d'escollir una combinació dels paràmetres estudiats, de tal manera que el motor millori les prestacions mostrades a la secció 5.

A partir dels resultats de l'apartat anterior, s'observa que per a diferents valors de α , π_f , π_{LPC} , π_{HPC} , s'obtenen diferents valors màxims d'empenta i impuls específics.

Per una banda, el valor de l'empenta específica d'un turbo-fan permet tenir una idea de les dimensions del motor respecte la força neta produïda per aquest. Es és dir, valors elevats de F/\dot{m} indiquen que el motor produeix un gran empenyiment en comparació amb les seves mides. D'altra banda, el valor de l'impuls específic I_{sp} està directament relacionat amb el consum de combustible del motor, ja que es refereix a l'impuls que és capaç d'oferir el turbofan per unitat de combustible consumit. D'aquesta manera, en el camp de l'aviació civil on predominantment s'utilitzen motors turbofan, tot i que el paràmetre de F/\dot{m} és rellevant, serà més important que el motor disposi d'un impuls específic elevat, per tal de reduir el consum de combustible.

Per aquest motiu de prioritats, a la tria de paràmetres que maximitzen les prestacions del motor, tot i que s'intentarà obtenir un valor elevat d'empenta específica, l'impuls específic s'anteposarà. No obstant, és important remarcar que no totes les combinacions de paràmetres del motor proporcionaran resultats en \mathbb{R} . Això té la seva justificació en la limitació de la temperatura d'entrada a la turbina. Tal com s'esmenta al plantejament del projecte, la temperatura T_{t4} té un valor de $T_{t4} = 1450$ K. Aquest fet limita la compressió sobre el flux d'aire que realitzaran les etapes compresores, ja que la turbina és capaç de proporcionar un valor màxim de potència de compressió. Per aquest motiu, a l'hora d'optimitzar els paràmetres de compressió, s'haurà de comprovar si realment la combinació que segons la interpretació de les gràfiques és màxima, permet obtenir uns valors de F/\dot{m} i I_{sp} als nombres reals.

En primer lloc, a la figura 4 es pot apreciar com per a una relació de derivació aproximadament amb $11 \leq \alpha \leq 13$ s'obté el màxim valor per l'impuls específic del motor. Addicionalment, a la figura 3 s'observa com el paràmetre α també proporciona valors propers al màxim per a l'empenta específica.

En segon lloc, analitzant la influència de les variacions de la relació de compressions del fan, s'observa a les figures 5 i 6 que els màxims d'aquestes en cap moment són superiors als màxims en les gràfiques on es varia la relació de derivació. Per aquest motiu es considera que no convé fer grans variacions en el valor de π_f , sinó escollir un valor en un entorn petit del valor escollit prèviament.

En l'elecció del valor més adequat per la relació de compressions a baixa pressió, s'haurà de fer atenció en les gràfiques 7 i 8, prioritzant els valors més grans per a l'impuls específic, però sense perjudicar en excés el valor d'empenta específica. Paral·lelament, si es porta a terme el mateix estudi d'apreciació amb les gràfiques corresponents a les variacions de la relació de compressió a alta pressió, mostrada a les figures 9 i 10, s'arriba a la conclusió que, encara que valors molt elevats d'aquest paràmetre permeten obtenir el màxim d'impuls específic, convindrà triar valors intermitjos d'aquest, per tal d'aconseguir valors acceptables de I_{sp} que no comportin pèrdues notables en el valor de F/\dot{m} . Així mateix, es pot concloure que per valors $10 \leq \pi_{HPC} \leq 15$, permetran obtenir valors elevats de I_{sp} que, combinats amb valors relativament petits de $2 \leq \pi_{LPC} \leq 4$, permetran compensar la reducció de F/\dot{m} augmentant el seu valor, tenint així una relació de compressions total prou acceptable per un motor d'aquestes característiques.

7.2 Elecció dels valors

Realitzant un petit procés iteratiu, provant paràmetres amb valors acotats entre els rangs esmentats anteriorment, i tenint en compte que els valors d'aquests paràmetres han de ser realistes i assimilar-se a les relacions dels motors turbo-fans més usals en l'actualitat, triem com a paràmetres òptims:

$$\alpha = 12 \quad (7.1a)$$

$$\pi_f = 1.5 \quad (7.1b)$$

$$\pi_{LPC} = 2.8 \quad (7.1c)$$

$$\pi_{HPC} = 15 \quad (7.1d)$$

Amb aquests paràmetres de compressió s'obté una relació de compressió total del flux primari de $\pi_C = 42$ que és un valor considerablement major a la que havíem considerat en el primer apartat. Cal destacar el fet de què a l'hora de triar les relacions de compressió ens hem basat en els valors més comuns de les relacions de compressió dels motors actualment [2]. Aquests es caracteritzen per tenir relacions de compressió a baixa pressió relativament baixes (π_{LPC}) i conseqüentment que la gran major part del treball de compressió del flux sigui realitzat pel compressor de alta pressió (π_{HPC}).

Així mateix, amb aquests valors òptims considerats s'obtenen una empenta i impuls específic següent:

- $\frac{F}{\dot{m}} = 1349.86 \text{ m/s}$
- $I_{sp} = 5679.03 \text{ s} = 1.578 \text{ h}$

Pel que respecta a la **contribució del flux primari** es té:

- $(\frac{F}{\dot{m}})_p = 172.82 \text{ m/s}$
- $(I_{sp})_p = 727.09 \text{ s} = 0.202 \text{ h}$

A l'hora que **l'aportació del flux secundari** és:

- $(\frac{F}{\dot{m}})_s = 1177.04 \text{ m/s}$
- $(I_{sp})_s = 4951.94 \text{ s} = 1.376 \text{ h}$

Valors a partir dels quals es pot comprovar com la contribució del flux primari a la generació de $\frac{F}{\dot{m}}$ i de I_{sp} és de 12.802% respecte a un 87.198% per part del flux secundari. Aquesta gran diferència de contribucions entre els dos fluxos té part de justificació en el valor notablement alt de la relació de derivació α triat per optimitzar les prestacions del turbofan.

Com a conclusió podem afirmar que en ambdós casos la contribució del flux secundari esdevé majoritària de mode que el fet disposar d'aquest sistema de doble flux, amb la relació de derivació α com a paràmetre de control, és un dels motius principals pels quals aquests motors turbofan resulten tan eficients en la generació de *Thrust*.

Finalment, comparant els valors de disseny suposats inicialment i els valors de òptims s'observa que l'estimació inicial no s'allunya massa dels valors òptims del $F_{spec,total}$ i I_{sp} [Taula 4].

Tot i això, els valors obtinguts amb un petit programa d'optimització en què es vol obtenir el màxim valor d'impuls específic I_{sp} o $F_{spec,total}$ i analitzant els valors obtinguts es pot observar que el canvi més notable és l'augment del *bypass ratio* α la qual és un dels factors més importants a l'hora de millorar el rendiment i la eficiència del turbofan doncs tal i com s'ha vist a teoria, el flux secundari del turbofan és el que genera la major part de l'empenta del turbofan.

Paràmetre	Valor inicial	Valor final
α	8	12
π_f	1.5	1.5
π_{LPC}	4	2.8
π_{HPC}	8.5	15
π_f	34	42
F/\dot{m} (m/s)	1253.85	1349.90
I_{sp} (s)	5021.41	5679.09

Taula 4 Comparació entre els paràmetres de disseny inicials i els òptims

Reiterant l'explicació anterior, tot i que la millora en l'empenta específica no és notable:

$$\Delta F/\dot{m} = F/\dot{m}_{optim} - F/\dot{m}_{inicial} = 96.05 \quad (7.2)$$

L'increment relatiu és d'aproximadament,

$$\frac{\Delta F/\dot{m}}{F/\dot{m}_{inicial}} = 7.66\% \quad (7.3)$$

Mentre que l'impuls específic, en canvi l'augment relatiu és de quasi bé el doble que per F/\dot{m} :

$$\Delta I_{sp} = I_{sp_{optim}} - I_{sp_{inicial}} = 657.68 \quad (7.4)$$

$$\frac{\Delta I_{sp}}{I_{sp_{inicial}}} = I_{sp_{optim}} - I_{sp_{inicial}} = 13.10\% \quad (7.5)$$

8 Anàlisi del motor amb toveres adaptades

Les toveres són els dispositius encarregats de portar a terme l'expansió dels gasos a la sortida del motor fins la pressió ambient. Aquests elements han d'estar correctament dissenyats per tal de poder aprofitar al màxim l'energia dels gasos i transformar-la en empenyiment.

Per motius de simplicitat en el disseny i construcció dels motors, en general en motors turbofan d'aviació civil, les toveres son dissenyades únicament amb trams convergents. De la mecànica de fluids compressibles, és conegut que el número de Mach dels gasos d'escapament no pot ser superior a 1, és a dir, $M \leq 1$. Si es desitgés aprofitar extreure la màxima energia possible als gasos procedents de la cambra de combustió, seria més eficient disposar de toveres convergents-divergents per tal de poder expansionar els gasos fins a la pressió ambient, com és el cas d'avions militars.

D'aquesta manera es procedeix a l'estudi de les millores que suposaria incorporar toveres adaptades al motor turbofan ja optimitzat. Així mateix, es modifica el codi numèric utilitzat prèviament, establint la condició de tovera adaptada, tant per a la tovera primària com a la secundària.

Pel cas de la tovera primària, es té que:

$$P_9 = P_0 \quad (8.1)$$

$$M_{9,\text{mat}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_t - 1} \left(\frac{P_{t9}}{P_0}^{\frac{\gamma_t - 1}{\gamma_t}} - 1 \right)} \quad (8.2)$$

Pel cas de la tovera secundària:

$$P_{19} = P_0 \quad (8.3)$$

$$M_{19,\text{mat}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_c - 1} \left(\frac{P_{t19}}{P_0}^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1 \right)} \quad (8.4)$$

Addicionalment, amb aquest nou algoritme numèric, es calcula la relació d'àrees necessària entre l'àrea de sortida sense les toveres adaptades i l'àrea de sortida amb les toveres adaptades. Aquestes relacions es poden obtenir amb l'ajuda del *Mass flow parameter*, que segons la teoria, per la tovera primària

$$\frac{\bar{m}_8}{\bar{m}_9} = \left(\frac{A_9}{A_8} \right)_{\text{mat}} \quad (8.5)$$

i per la tovera secundària

$$\frac{\bar{m}_{18}}{\bar{m}_{19}} = \left(\frac{A_{19}}{A_{18}} \right)_{\text{mat}} \quad (8.6)$$

En aquest cas teòric les seccions 8 i 18 estaran ofegades i com a conseqüència el número de Mach en elles serà la unitat, és a dir, $M_8 = M_{18} = 1$.

Aplicant aquestes condicions per tal d'aconseguir fluxos adaptats a la pressió ambient a les dues sortides i fent ús del codi numèric, es pot obtenir el nou valor d'impuls específic. Comparant aquest amb el valor d'impuls específic sense toveres adaptades, es pot calcular guany percentual en impuls específic que suposaria adaptar les dues toveres. Addicionalment es pot calcular també com els nous números de Mach a la sortida d'ambdues toveres i la relació d'àrees necessària a la sortida de cada tram divergent per tal d'assolir la condició plantejada.

Pel cas de tovera no adaptada, es va obtenir un impuls específic de $I_{sp} = 5679.03 \text{ s} = 1.578 \text{ h}$, mentre que pel cas de tovera adaptada, s'obté un valor de $I_{sp,\text{mat}} = 5694.49 \text{ s} = 1.582 \text{ h}$. Així s'obté que el guany és

$$\text{Gain}(I_{sp}) = 100 \frac{I_{sp,\text{mat}} - I_{sp}}{I_{sp}} = \boxed{0.2722} \% \quad (8.7)$$

S'observa que el guany d'impuls específic obtingut amb les toveres adaptades és realment baix, no arribant a superar k'1%. Com a conseqüència, es pot concloure que aquest augment ínfim de l'impuls específic i per tant una molt petita millora de les prestacions del motor no compensa la complexitat tecnològica que suposa el fet de disposar de toveres convergents-divergents. Per aquest motiu principal aquest tipus de tecnologia no es aplicada als motors turbo-fan de l'actualitat.

De forma addicional, al calcular els valors dels números de Mach a les sortides adaptades i les relacions necessàries per assolir-los, s'obté que la tovera primària amb la combinació de paràmetres triada en l'apartat anterior, ja resultava estar adaptada a la pressió ambient. Per tant en aquest cas en particular només és necessari adaptar la tovera secundària.

- $(M_9)_{mat} = M_9 = 0.8677$
- $(M_{19})_{mat} = 1.1705$
- $(\frac{A_{19}}{A_{18}})_{mat} = 1.0224$

9 Eficiència propulsiva i velocitat de sortida dels gasos

Per finalitzar la part numèrica s'analitzarà la influència del rati de compressió del fan en l'eficiència propulsiva i velocitat d'ejecció dels gasos. En aquest apartat es desenvoluparan els càlculs a partir dels valors de α , η_{lpc} i η_{hpc} optimitzats a la secció 7, i es variarà el valor de π_f .

L'eficiència propulsiva és la relació entre el producte de l'empenta i la velocitat de vol versus l'energia cinètica del fluid per unitat de temps. S'entén com a energia cinètica del fluid l'energia de l'aire i dels gasos expulsats, assumint una expansió completa a pressió ambient, és a dir, amb tovera adaptada. És per aquest motiu que en aquest apartat es suposarà sempre que es disposa de tovera adaptada i per tant s'utilitzarà la mateixa funció MATLAB emprada a la secció 8. Així doncs, l'eficiència propulsiva segueix la següent equació:

$$\eta_p = \frac{F u_0}{\frac{\dot{m}}{2} [(1+f)u_9^2 + \alpha u_{19}^2 - (1+f)u_0^2]} \quad (9.1)$$

En aquest expressió, la velocitat u_9 és la velocitat d'expulsió dels gasos del flux primari i u_{19} és la velocitat d'expulsió dels gasos del flux secundari, totes dues assumint una expansió completa. A continuació es presenta la variació de η_p amb el paràmetre π_f :

S'aprecia que inicialment el fet d'augmentar la relació de pressions del fan, resulta en una eficiència

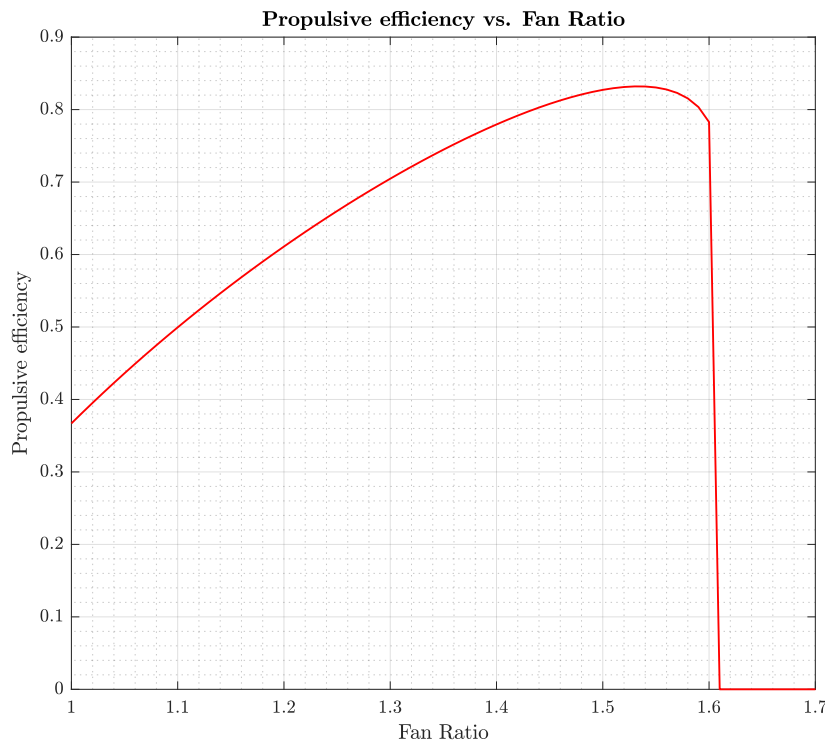


Figura 11 Variació de l'eficiència propulsiva (η_p) amb el rati del fan (π_f)

propulsiva que s'incrementa, atès que l'empenta augmenta notablement. No obstant, a partir del valor $\pi_f = 1.61$ s'observa una disminució dràstica en l'eficiència propulsiva, resultant a partir d'aquell moment en un valor nul. Aquest valor nul és degut a que la limitació de la temperatura d'entrada a la turbina T_{t4} impedeix el fet de produir suficient potencia per a comprimir a relacions superiors a $\pi_f = 1.61$. A partir de llavors, l'eficiència propulsiva obté valors negatius, els quals no tenen sentit físic com a eficiència.

Per altra banda en la figura següent es mostra la velocitat d'ejecció dels gasos del flux primari u_9 i la velocitat d'expulsió dels gasos del flux secundari u_{19} en funció del paràmetre π_f :

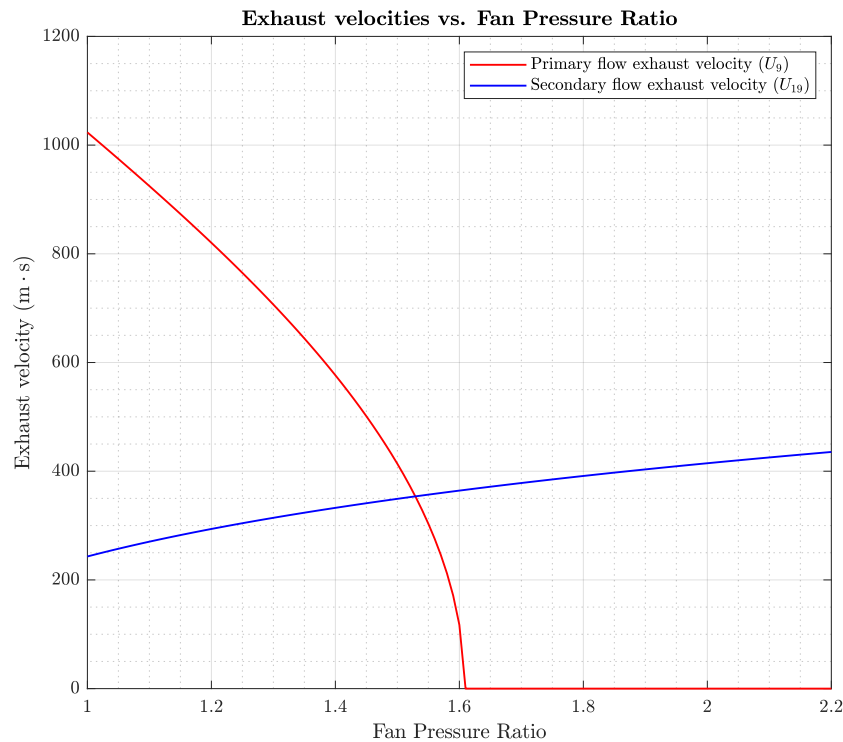


Figura 12 Variació de la velocitat d'expulsió dels gasos per el flux primari (u_9) i per el flux secundari (u_{19}) amb el rati del fan (π_f)

A partir de la gràfica s'observa que l'augment de π_f suposa una disminució de la velocitat del flux primari u_9 i un augment en la velocitat del flux secundari u_{19} .

La disminució del flux primari es deu que al augmentar el fan ratio es necessita una major quantitat de potencia per moure el fan i aquest augment de potencia s'extreu de la potencia requerida en el procés de compressió del flux primari, per tant el flux primari rep menys potencia per comprimir-se i com a conseqüència s'aprecia aquesta disminució de u_9 . Aquest intercanvi de potencia es produeix fins a un valor de $\pi_f = 1.61$, on la velocitat de sortida del flux disminueix tant que no es pot extreure suficient potencia en la turbina per alimentar totes les etapes de compressió. A partir d'aquest moment el valor de la velocitat del flux primari és nul·la, ja que resulten solucions imaginàries de les equacions, i ja no es tracta d'una solució amb sentit físic.

En quant a la velocitat del flux secundari, un augment del fan ratio produeix un augment de u_{19} ja que la compressió del fan és la únic procés que pateix el flux secundari, és a dir, l'única d'incrementar la pressió del flux secundari amb l'objectiu de poder expansionar-lo en major mesura a la tovera secundària i per tant sortir a major velocitat.

10 Anàlisis posteriors

10.1 Cas Motor Turbojet

Un cop finalitzat l'anàlisi principal del projecte, és interessant analitzar el mateix motor essent aquest un turbojet i observar la millora en quant a consum i eficiència dels turbofans. En aquest cas hem agafat el mateix codi de programació utilitzat en els apartats anteriors, però fent les modificacions a turbojet (això és, per exemple, excloent el fan), es poden obtenir els següents resultats.

A partir dels resultats obtinguts en els apartats anteriors, podem fer la següent comparativa entre el motor turbofan i el seu homòleg de motor turbojet. Com es pot observar els resultats per el turbojet son molt menors que els de qualsevol tipus de disseny, de fet, encara que s'hagués optimitzat el turbojet aquesta diferència encara seria notable.

Motor	Specific Thrust (m/s)	Specific Impulse (s)
Turbofan de disseny	1253.85	5021.41
Turbofan optimitzat	1349.90	5679.00
Turbojet de disseny	728.84	2879.43

Taula 5 Taula comparativa dels resultats entre motor turbofan de disseny, optimitzat i turbojet de disseny.

On els resultats per al turbofan de disseny son els relacionats amb els següents paràmetres de disseny, obtinguts a l'apartat 5:

- $\alpha = 8$
- $\pi_f = 1.5$
- $\pi_{LPC} = 4$
- $\pi_{HPC} = 8.5$

En canvi el turbofan optimitzat, s'obté a partir dels paràmetres optimitzats de l'apartat 7:

- $\alpha_{opt} = 12$
- $\pi_{f,opt} = 1.5$
- $\pi_{LPC,opt} = 2.8$
- $\pi_{HPC,opt} = 15$

Finalment, el turbojet de disseny l'hem calculat a partir dels paràmetres de disseny, però sense α ni π_f ja que no hi ha flux secundari:

- $\pi_{LPC} = 4$
- $\pi_{HPC} = 8.5$

En les gràfiques següents, es pot observar la variació de l'empenta específica $\frac{F}{\dot{m}}$ i de l'impuls específic I_{sp} en funció de la relació de pressions del *Low Pressure Compressor* π_{LPC} i de la relació de pressions del *High Pressure Compressor* π_{HPC} , per el cas d'un turbojet. S'observa que les gràfiques son pràcticament iguals a les del turbofan, però amb valors molt menors.

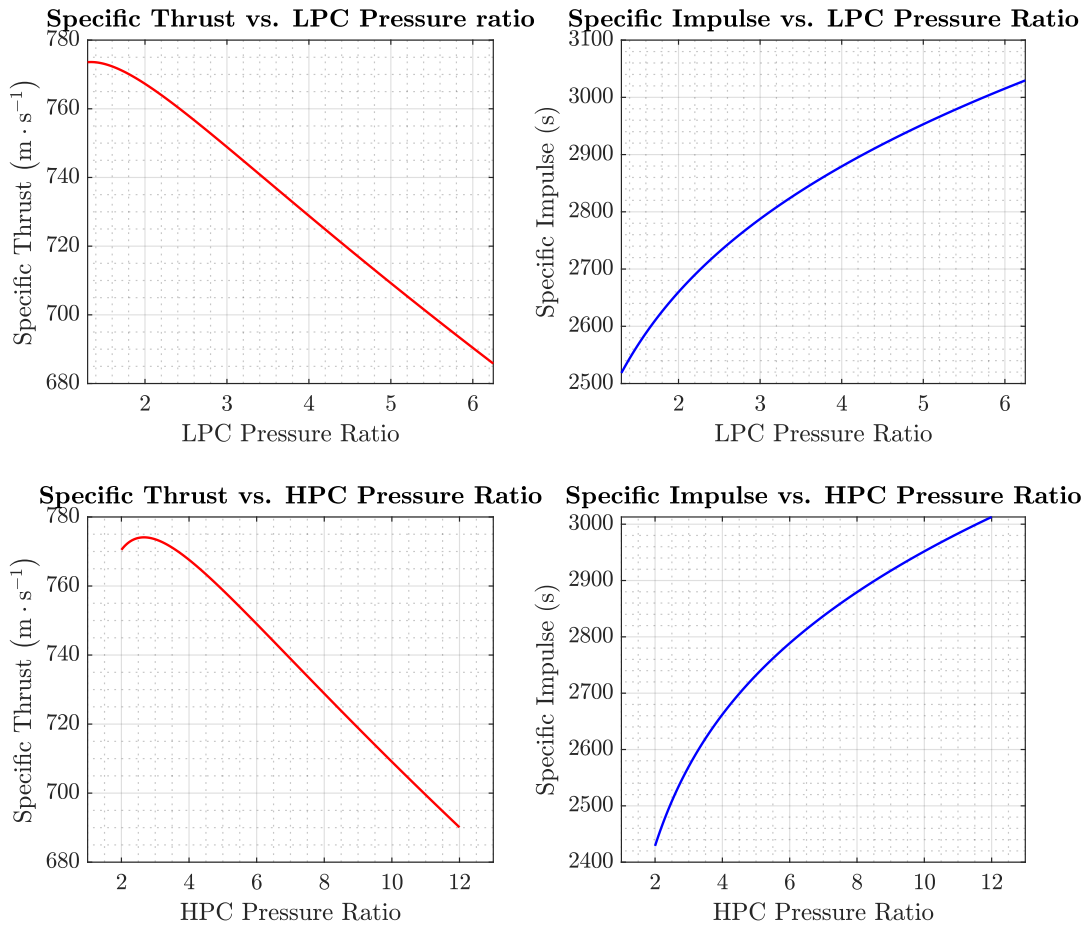


Figura 13 Variació de l'empenta específica (F/\dot{m}) i de l'impuls específic (I_{sp}) en funció de la relació de pressions del *Low Pressure Compressor* (π_{LPC}) i de la relació de pressions del High Pressure Compressor (π_{HPC}).

Comparant els valors, del turbojet amb el turbofan, no és d'estranyar com els rendiments realment són molt inferiors. Així mateix, com a exemple de turbojet hem trobat el turbojet de la companyia Rolls-Royce, el turbojet AVON 301R. Aquest turbojet consta d'una turbina de dues etapes i una relació de compressió de 7.5 : 1 [6]. Aquest exemple de turbofan mostra un cas real i en el qual per un turbojet la relació de compressió global és molt inferior que la del turbofan i la millora de la *performance*.

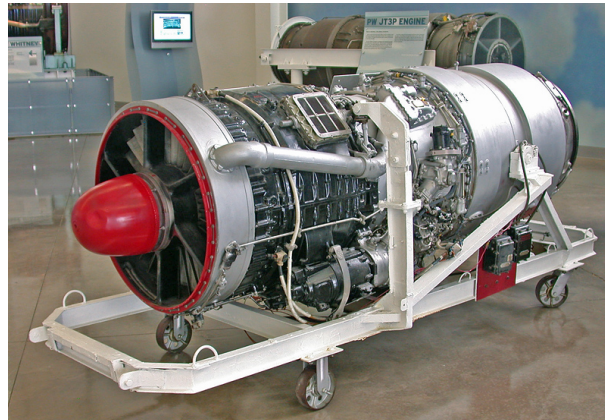


Figura 14 Rolls-Royce Avon. A partir de: [7]

10.2 Noves tecnologies

Com s'ha demostrat anteriorment, els motors a reacció turbojet han estat la primera iteració de motors a reacció. Tanmateix, el turbojet presenta diversos desavantatges a velocitats subsòniques en quant a rendiment, com ara l'eficiència global i el soroll. D'aquesta manera, es van crear diferents variants basades en el principi de funcionament del turbojet però intentant millorar el rendiment global. D'aquí va sorgir els turbfans com una segona iteració.

A diferència del turbojet, el turbofan és una variant avançada del turbojet que utilitza un motor a reacció per impulsar un ventilador per generar una empenta addicional. Un dels avantatges dels turbfans, és que són eficients tant a velocitats subsòniques com a transsòniques i produeixen menys soroll. Com a exemples de turbofan, calen destacar el turbofan que es va incorporar en el Boeing 707, la qual incorporava un turbofan JT3D de la companyia Pratt & Whitney [1].



Figura 15 Turbofan JT3D de la companyia Pratt & Whitney. A partir de: [8]

És interessant destacar que aquest motor va ser dels primers turbfans on la dada que crida més l'atenció és precisament en la relació de derivació α que es troba al voltant de $\alpha = 1.42$ i la relació de pressions global $\pi = 16 : 1$. La tecnologia d'aquella època no permetia que la temperatura T_{t4} sigui tant alta com l'actual ja que els materials no aguantarien les temperatures a la sortida de la cambra de combustió.

Seguint la línia històrica, un dels motors turbofan més destacats que es troba operatiu actualment es tracta del General Electric GE9X incorporats als Boeing 777X [5]. A diferència del JT3D, el GE9X és

un turbofan d'alt *bypass ratio* que consta d'un fan, 3 etapes de compressió a baixa pressió i 11 etapes de compressió a alta pressió. La relació de derivació és de $\alpha = 10 : 1$ i és capaç de proporcionar una relació de compressió global de $\pi = 60$. Aquests valors s'apropen més als valors que s'ha obtingut en l'estudi previ i demostra la tendència a l'augment del *bypass ratio* i relació de compressió per una millor eficiència.

Actualment, els motors més eficients a règim subsònic i transsònic són els turbofans. No obstant, existeixen alternatives com els *scramjet* i *ramjet* que treballen millor a règim supersònic.

Finalment per tal de mostrar com són de realment eficients els motors turbofan, s'ha procedit a fer un petit estudi addicional per obtenir les eficiències propulsiva, tèrmica i global del motor que ha estat objecte d'estudi d'aquest treball. Així mateix analitzant el motor amb els paràmetres de compressió òptims escollits a l'apartat 7 es calculen els següents resultats:

- Eficiència Tèrmica = 0.393
- Eficiència Propulsiva = 0.8272
- Eficiència Global = 0.3258



Figura 16 General Electric GE9X: A partir de : [4]

11 Codi MATLAB

El codi emprat pels trobar els resultats anteriors es troben al següent enllaç:

<https://github.com/plosan/Propulsion.git>

Referències

- [1] All Aero. *Pratt & Whitney JT3D*. 2005. URL: www.all-aero.com/index.php/contactus/64-engines-power/13428-pratt-whitney-jt3d-tf33.
- [2] GE Aviation. *The GEnx Commercial Aircraft Engine*. 2015. URL: www.mce-asic.co.uk/commercial/engines/genx/.
- [3] Jet Engine Specification Database. *Civil Turbojet/Turbofan Specifications*. 2005. URL: www.jet-engine.net/civtfspec.html.
- [4] General Electric. *Boeing 777X General Electric turbofan engine*. 2005. URL: www.buckerbook.es/blog/wp-content/uploads/2019/05/Boeing-777X-engine-1024x682.jpg.
- [5] General Electric. *General Electric GE9X*. 2005. URL: www.geaviation.com/commercial/engines/ge9x-commercial-aircraft-engine.
- [6] Rolls Royce. *Jet Engine*. 2005. URL: www.jet-engine.net/miltfspec.html.
- [7] Rolls Ryce. *Turbojet AVON*. 2005. URL: upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2b/Rolls-Royce_Avon_GG.jpg.
- [8] Pratt & Whitney. *Turbofan JT3D*. 2005. URL: upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a5/JT3D.JPG/1200px-JT3D.JPG.