

2021春季学期“数理逻辑”课程作业一

1. 证明命题逻辑中所有命题的个数与自然数的个数相同, 即 $|PROP| = \aleph_0$.

2. 证明下列命题逻辑命题为永真式:

(1) $(A \rightarrow B) \rightarrow ([D \rightarrow (C \rightarrow A)] \rightarrow [D \rightarrow (C \rightarrow B)])$

(2) $[C \rightarrow (B \rightarrow A)] \rightarrow [(C \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow A)]$

3. 请分别用真值表和语义推导的方法证明下列逻辑恒等式:

(1) $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

(2) $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A) \wedge (\neg B)$

4. 已知PMOS和NMOS管中源级、栅极和漏级间的真值关系如下表所示, 请:

S	G	D (PMOS)	D (NMOS)
F	F	F	F
F	T	F	F
T	F	T	F
T	T	F	T

(1) 给出基于NMOS和PMOS管的非门及与非门的构造方法。

(2) 请判断基于NMOS和PMOS管是否能够描述所有与命题逻辑命题相对应的门电路。如果认为可以描述, 则请给出证明; 如果认为不可以, 则请给出反例。

5. 设 $ifte$ 为一个三元的逻辑连接词, 真值函数定义如下:

A	B	C	$ifte(A, B, C)$
T	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

$ifte(A, B, C)$ 的直观含义为“如果A则B否则C”，请：

(1) 证明如果允许对 $ifte(A, B, C)$ 的参数使用缺省的‘T’和‘F’值，则 $\{ifte\}$ 为逻辑连接词完全组。

(2) 尝试在 G' 系统中添加 $ifte\ L$ 和 $ifte\ R$ 规则，使得在保持系统可靠性和完全性的前提下，可以处理包含 $ifte$ 的命题逻辑命题，并证明该新系统的可靠性和完全性(可以引用 G' 的可靠性和完全性证明)。