

2024-25学年春季学期“数理逻辑”课程作业一

1. 证明命题逻辑中所有命题的个数与自然数的个数相同, 即 $|PROP| = \aleph_0$.

2. 使用真值表判断下列命题是否为永真式或永假式:

(1) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

(2) $((p \rightarrow q) \vee q) \rightarrow ((q \wedge r) \vee q)$

(3) $((\neg(q \rightarrow p)) \wedge (\neg p)) \wedge (p \vee r)$

(4) $((\neg(p \wedge q)) \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee \neg q) \vee r)$

3. 请用G'系统证明下列序贯可证:

(1) $\vdash (A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

(2) $\vdash (\neg(A \vee B)) \rightarrow ((\neg A) \wedge (\neg B))$

4. 定义逻辑连接词 \leftrightarrow 如下:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

(1) 求证 $A \leftrightarrow A$ 为永假式.

(2) 求证 $(A \leftrightarrow B) \vee (A \leftrightarrow B)$ 为永真式.

5. (1) 求证 $\{\neg, \rightarrow\}$ 是连接词完全组.

(2) 求证 $\{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ 不为连接词完全组.