1. VIO 文献阅读

（1）视觉与 IMU 进行融合之后有何优势？

a) 对于单目视觉 SLAM 而言，无法解决尺度问题和获得环境的深度信息，而 IMU 估计的位姿序列和相机估计的位姿序列对齐可以估计出相机轨迹的真实尺度。

b) IMU 可以很好地预测出图像帧的位姿以及上一时刻的特征点在下一帧图像中的位置，提高特征跟踪算法的匹配速度和应对快速旋转的鲁棒性。

c) 视觉 SLAM 一般采取第一帧作为世界坐标系，这样估计出的位姿是相对于第一帧图像的位姿，而不是相对于地球水平面(世界坐标系)的位姿，因此视觉方法估计的位姿不能和重力方向对齐，而 IMU 中加速度计提供的重力向量可以将估计的位置转为实际导航需要的世界坐标系中。

d) IMU 随着时间延长而导致的漂移会越来越大，而视觉信息会一定程度上消除这些飘逸，并且能够矫正 IMU 的 bias。

（2）有哪些常见的视觉+IMU 融合方案？有没有工业界应用的例子？

常见的视觉+IMU 融合方案：

a) MSF: MSF 是 ETH 提出的，核心是扩展卡尔曼滤波 EKF。

b) VINS: VINS-Mono 是香港科技大学 2017 年发表在 IEEE 上的，它是基于优化和滑动窗口的 VIO，使用 IMU 预积分构建紧耦合框架，同时还有自动初始化，在线外参标定，重定位，闭环检测，以及全局位姿图优化功能。

c) OKVIS： OKVIS 是由 Stefan Leutenegge 等人 2015 年提出的基于双目+惯导的视觉里程计。OKVIS 的算法流程是通过 IMU 测量值对当前状态做预测，根据预测进行特征提取和特征匹配，3D 点特征和二维图像特征构成优化中重投影，同时预测的 IMU 的状态量和优化的参数之间构成 IMU 测量误差，这两项误差放在一起做优化。

d) VI-ORB：VI-ORB 是由 ORBSLAM 的作者 Mur-Artal 等人 2017 年发表在 IEEE 上的。VIORB 中使用 IMU 的状态与相机的状态共同构建运动方程和观测方程再进行状态估计，可实时定位与建图，但是 IMU 的初始化依赖于单目 SLAM 的初始化

e) MSCKF: MSCKF 是明尼苏达州大学 Mourikis 等人提出的一种基于 EKF 的 VIO 紧耦合的 SLAM 框架。该框架的最大创新点在于未将路标点加入到状态向量中（因为加进去会导致状态向量一直增加，效率会越来越慢），而是等某个路标点不见或者太老时，先通过 GN 优化方法计算出该路标点的 3D 位置，然后将多个相机对这个路标点的观测作为一种约束，整合到 EKF 更新中，这样既不损失信息，又不增加状态向量，有点像边缘化 Marg 的思路。

f) ICE-BA: ICE-BA 是百度 2018 年发表在 CVPR 上的，前端使用了光流，后端使用了论文中提出的增量式 BA，这个增量式的 ICE-BA 主要分为三个部分，全局 BA，局部 BA 以及 relative-marg，前两者采用了增量式方法提升了后端速度，后者保证了 local-BA 和 global-BA 的一致性对精度有所贡献。

g) ROVIO：ROVIO 是 Bloesch 等人 2015 年提出的，它是基于稀疏图像块的 EKF 滤波实现的，计算量小，但是调参很重要，没有闭环。

工业界应用例子：

Google Project Tango、微软 Hololens、Apple ARkit

（3）在学术界，VIO 研究有哪些新进展？有没有将学习方法用到VIO中的例子？

VIO 新进展：

a) 2019 CVPR: Visual-Inertial Mapping with Non-Linear Factor Recovery

作者提出了一个利用非线性因子恢复相关信息，基于关键点 BA 和视觉跟踪结合的 VIO。

b) 2019 VIL-VIO： Stereo Visual Inertial LiDAR Simultaneous Localization and Mapping

这篇文章提出了一种双目相机和 IMU 以及雷达结合的方法，主要是与 LOAM 相比，该方法在隧道章表现良好。

学习方法用到 VIO 中例子：

a) VINet : Visual-inertial odometry as a sequence-to-sequence learning problem

VINet 是一种端到端可训练的神经网络，利用深度学习框架来解决 VIO 问题。

b) 2019 IEEE：Unsupervised Deep Visual-Inertial Odometry with Online Error Correction for RGB-D Imagery

该方法在没有 IMU 内参或者相机与 IMU 为校准的情况下学习执行 VIO，学习整合 IMU 的测量数据并生成假设轨迹，然后进行在线校正。

2. 四元数和李代数更新

代码见附件（CMakeList、main.cpp）

结果截图：

```
/home/yr/vio_course/chapter1/cmake-build-debug/chapter1
初始旋转矩阵为：
6.12323e-17           -1            0
          1 6.12323e-17            0
          0            0            1
更新向量为：
0.01 0.02 0.03
通过R的更新量为：
0.00499971 0.00999942  0.0149991   0.999825
通过R更新后的旋转矩阵为：
 -0.029893    -0.99935  0.0201453
    0.9995  -0.030093 -0.0096977
 0.0102976  0.0198454    0.99975
通过q的更新量为：
0.00499913 0.00999825  0.0149974   0.999825
通过q更新后的旋转矩阵为：
 -0.0298895     -0.99935   0.0201429
     0.9995  -0.0300895 -0.00969661
  0.0102964   0.0198431     0.99975
通过R更新后的四元数为：
  0.010606 0.00353533   0.717589   0.696377
通过q更新后的四元数为：
 0.0106047 0.00353492   0.717588   0.696378

Process finished with exit code 0
```

3. 其他导数

使用右乘 so(3)，推导以下导数：

$$\frac{d(R^{-1}p)}{dR}$$

$$\frac{d\ln(R_1R_2^{-1})}{dR_2}$$

解：（1）设右扰动为 ΔR，对应李代数为φ，则有：

$$
\begin{aligned}
\frac{d(R^{-1}p)}{dR} &= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\exp(-\phi^\wedge)\exp(-\varphi^\wedge)p-\exp(-\phi^\wedge)p}{\varphi} \\
&\approx \lim_{\varphi\to 0}\frac{\exp(-\phi^\wedge)(1-\varphi^\wedge)p-\exp(-\phi^\wedge)p}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\exp(-\phi^\wedge)(-\varphi^\wedge)p}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{R^{-1}p^\wedge\varphi}{\varphi} \\
&= R^{-1}p^\wedge
\end{aligned}
$$

修改为：

$$
\begin{aligned}
\frac{d(R^{-1}p)}{dR} &= \lim_{\varphi\to 0}\frac{[R\exp(\varphi^\wedge)]^{-1}p-R^{-1}p}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\exp(\varphi^\wedge)^{-1}R^{-1}p-R^{-1}p}{\varphi} \\
&\approx \lim_{\varphi\to 0}\frac{(I-\varphi^\wedge)R^{-1}p-R^{-1}p}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{-\varphi^\wedge R^{-1}p}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{(R^{-1}p)^\wedge\varphi}{\varphi} \\
&= (R^{-1}p)^\wedge
\end{aligned}
$$

（2）

$$
\begin{aligned}
\frac{d\ln(R_1R_2^{-1})}{dR_2} &= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1R_2^{-1}\exp(-\varphi^\wedge))-\ln(R_1R_2^{-1})}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1R_2^{-1})+J_r^{-1}(-\varphi)-\ln(R_1R_2^{-1})}{\varphi} \\
&= -J_r^{-1}\ln(R_1R_2^{-1})
\end{aligned}
$$

其中：

$$
J_r^{-1}(\theta\omega)=\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}I+(1-\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2})\omega\omega^T+\frac{\theta}{2}\omega^\wedge
$$

修改为：

$$
\begin{aligned}
\frac{d\ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{dR_2} &= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1(R_2\exp(\varphi^\wedge))^{-1})^\vee - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1\exp(-\varphi^\wedge)R_2^{-1})^\vee - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1\exp(-\varphi^\wedge)R_2^{T})^\vee - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1R_2^{T}R_2\exp(-\varphi^\wedge)R_2^{T})^\vee - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1R_2^{T}\exp(-R_2\varphi)^\wedge)^\vee - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\varphi} \\
&= \lim_{\varphi\to 0}\frac{\ln(R_1R_2^{-1})^\vee + J_r^{-1}\ln(R_1R_2^{T})^\vee\cdot(-R_2\varphi) - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\varphi} \\
&= -J_r^{-1}(\ln(R_1R_2^{-1})^\vee)R_2
\end{aligned}
$$