

重力加速度测量实验报告

张博厚 PB22071354

2023 年 4 月 1 日

目录

I. 实验背景	2
II. 实验目的	2
III. 自由落体法测量重力加速度	2
IV. 单摆法测量重力加速度	6

I. 实验背景

重力加速度 g , 又称自由落体加速度, 是指一个物体在仅受重力作用时所具有的加速度. 在地球表面, 质量为 m 的物体受到万有引力的作用, 由于地球自转, 引力的一部分提供重力, 另一部分提供向心力, 有

$$\overrightarrow{F_{\text{引}}} = m\vec{g} + m\overrightarrow{a_{\text{向}}}$$

在地表的不同位置, 由于纬度, 海拔高度及附近的矿藏分布等因素不同, 重力加速度 g 的大小也有所不同, 一般而言, g 的值在 $9.78\text{m/s}^2 \sim 9.83\text{m/s}^2$ 之间. 重力加速度值的准确测定, 特别是研究重力加速度值的分布, 对于计量学、精密物理计量、空间科学等都具有重要意义。

II. 实验目的

1. 通过实验, 测量本地重力加速度较为精确的值.
2. 比较不同方法测量重力加速度的优劣.
3. 了解钢卷尺, 光电门, 数字毫秒计, 电子秒表, 单摆等实验装置的规范使用方法.
4. 初步掌握数据获取与记录, 数据处理, 不确定度分析等在大学物理实验中所需的技能.

III. 自由落体法测量重力加速度

一. 实验原理

根据牛顿运动定律的方程, 自由落体满足

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

在实际测量中, t 的测量精度不高, 用上式难以准确测量重力加速度 g (具体原因分析见思考题 1), 现作如下处理:

在立柱上固定两光电门, 光电门 1 的位置固定, 因而小球通过光电门 1

时的速度 v_0 保持不变, 光电门 1 与光电门 2 的高度差为 h_i , 时间差为 t_i , 则有:

$$h_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$h_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2$$

.....

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2} g t_i^2$$

两端除以 t_i :

$$\overline{v_1} = v_0 + \frac{1}{2} g t_1$$

.....

$$\overline{v_i} = v_0 + \frac{1}{2} g t_i$$

测出系列 h_i, t_i , 作图进行线性拟合, 图线斜率的二倍即为当地的重力加速度 g .

二. 实验装置

实验装置如图, 所需的仪器为: 立柱, 电磁铁, 小球, 光电门, 数字毫秒计, 卷尺. 在本实验中用卷尺测量光电门 1 与光电门 2 的距离, 电磁铁断电后, 小球近似作自由落体运动, 通过数字毫秒计可测量小球通过两个光电门的时间差.

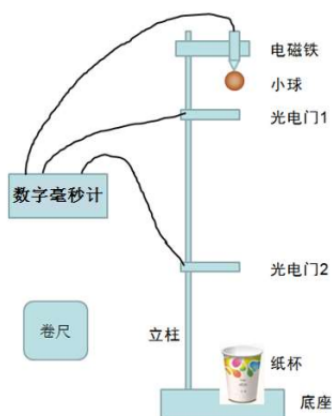


图 1: 自由落体法实验装置

三. 实验步骤

1. 调节底座螺栓, 使得立柱竖直, 及铅垂线与立柱平行且恰好通过两光电门中心.
2. 将数字毫秒计与电磁铁, 光电门正确连接, 按下开始键释放小球, 确保小球能通过光电门中心.
3. 固定光电门 1 的位置, 调节光电门 2 到适当位置, 测量并记录光电门 1,2 间的距离 h .
4. 释放小球使之自由下落, 记录小球通过两光电门的时间差 Δt .
5. 改变光电门 2 的位置, 重复上述步骤, 测量 6-8 组实验.
6. 实验结束后将实验器材归位, 分析实验数据, 作图并拟合, 求出重力加速度 g .

四. 数据处理与误差分析

在实验所得数据中, 选取部分合理数据如下:

$\Delta t/\text{ms}$	95.1	95.0	131.1	131.2	163.7	163.8	163.9	193.3	220.4	246.1	270.2
h/cm	20.00	19.85	29.85	29.87	39.86	39.91	39.94	49.95	59.85	69.88	79.94
$\bar{v}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	2.10	2.09	2.28	2.28	2.43	2.44	2.44	2.58	2.71	2.84	2.96

作出散点图, 并进行线性拟合, 结果如下图:

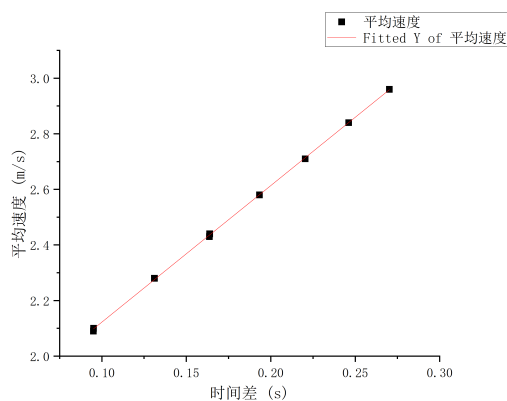


图 2: 自由落体法实验数据拟合

实验数据 \bar{v} 与 Δt 的皮尔逊相关系数为 $r = 0.99989$, 说明两者具有良好的线性正相关关系, 线性拟合的方程为

$$\bar{v} = 1.6313 + 4.9131\Delta t(m/s)$$

可知重力加速度的值约为 $g = 9.826m/s^2$

误差分析: 本实验中的误差有以下几种来源:

1. 仪器误差: 使用卷尺, 光电门进行物理量测量时, 读数存在一定的误差.
2. 小球自身的稳定性不同, 在下落时可能出现晃动.
3. 小球下落过程中会受空气阻力作用, 对结果产生干扰.
4. 人为实验操作中存在一定的误差.

五. 思考题

1. 在实际工作中, 为什么利用 (1) 式很难精确测量重力加速度 g ?

公式 (1) 用于无初速度的下落, 且因为计算中需要 t^2 量, 对 t 的测量精度具有较高的要求, 在实际实验中, 对 t 的误差来自两部分: 一方面, 小球经过光电门的过程中并不能视为质点, 其形状对于 t 的测量有影响, 且这种影响随着 h 的不同即小球的瞬时速度不同而变化; 另一方面, 电磁铁具有剩磁, 也使得 t 的测量不准确. 因此不能用 (1) 式来测量.

2. 为了提高测量精度, 光电门 1 和 2 的位置应该如何选取?

对于光电门 1, 其位置不能离电磁铁即小球的释放位置过近, 这是因为电磁铁的剩磁会影响小球的下落, 若距离光电门 1 过近, 则 Δt 测量不准; 对于光电门 2, 其不能距离光电门 1 过近, 因为卷尺测量距离 h 具有一定的误差, 若距离过近, 则误差 Δh 会被放大.

3. 利用本实验装置, 你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗?

利用公式 $v^2 - v_0^2 = 2gh$, 固定光电门 1 的位置 (因而 v_0 保持不变), 改变光电门 1, 2 的间距 h , 测量出小球的半径以及小球每次通过光电门 2 所用的时间, 并由此计算小球通过光电门 2 时的瞬时速度 v , 重复多次实验, 得到 8~10 组数据, 做出 $v^2 - h$ 的散点图并进行线性拟合, 则拟合图线斜率的一半即为重力加速度 g .

IV. 单摆法测量重力加速度

一. 实验原理与设计

理想单摆 (没有质量的刚性线, 系住一个质点) 在真空中由于重力作用而在与地面垂直的平面内做摆角趋于零的自由振动时, 其周期公式为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

在实际实验中, 摆球几何形状, 摆线的质量, 空气浮力, 摆角 ($\theta < 5^{circ}$) 对 T 的修正小于 10^{-3} . 本实验中, 精度要求在 10^{-3} 以内, 故上述修正项可以忽略不计, 近似为式 (2), 并据 (2) 得

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (3)$$

利用 (3) 式, 通过测量 l 与 T , 可计算得出重力加速度 g . 由不确定度均分原理, 可得摆长与周期应满足 $l > 40cm, n > 51$, 为保证结果精确, 实验中取 $l \approx 70cm, n = 60$ (设计过程详见: 单摆法测重力加速度实验设计).

二. 实验装置

实验装置如图, 所需要的仪器有钢卷尺, 电子秒表, 单摆 (带标尺, 平面镜; 摆线长度可调)

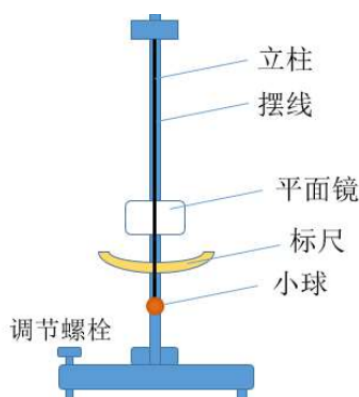


图 3: 单摆法测重力加速度实验装置

三. 实验步骤

1. 按照实验要求设置好单摆, 调节底部螺栓使立柱竖直 (三线合一), 调整水平, 将秒表归零.
2. 测量摆线长及小球半径, 将实际摆长设置为 70cm 左右.(特别地, 在进行实验设计时, 我认为应用游标卡尺测量小球半径, 但在实际实验中发现这并不符合最经济原则, 因此改为使用卷尺分别测量悬挂点到小球上端, 小球下端的距离, 并取平均值作为实际摆长)
3. 把摆线拉起, 取偏离角为 3° , 释放小球, 当小球经过一个周期后, 再次回到最高点时开始计时 (第一周期内有人为释放因素影响, 应舍去, 从第二周期开始计时), 共计数 60 个周期, 小球最后一次回到最高点时, 停止计时, 记录时间.
4. 再次测量摆长, 确保摆长没有变化.
5. 重复多次实验, 分别记录数据并计算重力加速度.
6. 实验结束后, 将实验器材整理归位, 打乱支架平衡, 标尺及平面镜位置.

四. 数据处理与不确定度分析

实验中获得的数据如下:

l/cm	71.25	71.36	71.40	71.40	71.38	71.38
n	60	60	60	60	60	60
t/s	101.90	101.73	101.51	101.69	101.82	101.85
$g/m \cdot s^{-2}$	9.752	9.800	9.848	9.813	9.785	9.780

可得

$$\bar{g} = 9.796 m/s^2$$

不确定度分析:

对于时间 t:

$$u_A = \frac{\sigma_t}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (t_i - \bar{t})^2}{30}} = 0.0574s$$

而 $\Delta_{\text{仪}} = 0.01s$, $\Delta_{\text{人}} = 0.2s$, $\Delta_{\text{人}}$ 远大于 $\Delta_{\text{仪}}$, 所以有

$$u_B = \Delta_{\text{人}}/C = 0.0667s$$

则

$$U_t = \sqrt{(t_p u_A)^2 + (k_p u_B)^2} = 0.429s$$

故对于周期而言

$$U_T = \frac{1}{n} U_t = 0.00716s$$

对于摆长 l

$$u_A = \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (l_i - \bar{l})^2}{30}} = 0.0232cm$$

而 $\Delta_{\text{仪}} = 0.2cm$, $\Delta_{\text{估}} \leq 0.05cm < \frac{1}{3}\Delta_{\text{仪}}$, 故

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C} = 0.0667cm$$

$$U_l = \sqrt{(t_p u_A)^2 + (k_p u_B)^2} = 0.252cm$$

由不确定度传递公式, 有

$$\frac{U_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{U_l}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{U_T}{T}\right)^2} \quad (4)$$

可得 $\frac{U_g}{g} = 0.00914$, 故 $U_g = 0.09m/s^2$, 即重力加速度为

$$g = (9.796 \pm 0.09)m/s^2$$

(4) 式表明 $\frac{U_g}{g} < 1\%$, 这说明我们的实验结果达到了实验设计的要求.

五. 误差分析与思考讨论

思考题: 分析实验误差的主要来源, 提出可能的改进方案

误差来源:

1. 单摆周期公式使用了一级近似, 忽略了摆线质量, 空气浮力, 摆角等因素影响, 导致系统误差.
2. 秒表, 卷尺等仪器使用时存在一定的误差, 读数时的人为估算也会产生误差.
3. 释放小球时, 由于外界的微扰, 小球可能做微小的圆锥摆而非单摆运动, 产生误差.

4. 实验过程中摆长可能发生变化, 产生误差.

改进方案:

1. 在实验允许的范围内, 合理地延长摆长, 增加所数的周期.
2. 测摆长时要在竖直平面测量, 悬挂点应固定, 防止摆长变化.
2. 选用体积更小, 质量更大的小球, 减小绳子的质量.
3. 在释放小球时, 用一个平板对小球的运动平面进行限制, 避免小球做圆锥摆运动.