

切变模量实验报告

张博厚 PB22071354

2023.6.12

目录

| | | |
|-----|----------------|---|
| 1 | 实验背景与目的 | 2 |
| 2 | 实验原理 | 2 |
| 3 | 实验内容 | 3 |
| 3.1 | 实验仪器 | 3 |
| 3.2 | 实验步骤 | 4 |
| 3.3 | 方案设计 | 4 |
| 4 | 数据记录与处理 | 4 |
| 5 | 思考与讨论 | 4 |

1 实验背景与目的

切变模量, 又称剪切模量/刚性模量, 材料的力学性能指标之一, 是指材料在剪切应力作用下, 在弹性变形比例极限范围内, 切应力与切应变的比值. 切变模量表征材料抵抗切应变的能力, 模量大, 则表示材料的刚性强. 本实验中采用扭摆实验装置来测量金属丝的切变模量, 尽量避免测量较难测准的物理量, 提高实验精度.

2 实验原理

本实验的实验对象是一根上下均匀而细长的钢丝, 在几何上可认为是一个半径为 R , 长度为 L 的细长圆柱体. 将钢丝上端固定, 下端面发生扭转, 则在弹性限度内有

$$\tau = G\gamma \quad (1)$$

式中 G 即为材料的切变模量, 如下图所示:

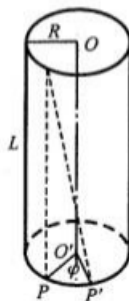


图 1: 金属丝扭转形变示意图

设钢丝下端面绕中轴线转过的角度为 ϕ (图中 P 点转到 P' 点), 根据位错理论, 金属丝各截面均相应地发生了转动, 其单位长度的转角 $\frac{d\phi}{dl} = \frac{\phi}{L}$, 选取其中长为 dl 的体积元, 可以推知在其中半径为 ρ 的位置, 切应变为

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\phi}{dl} \quad (2)$$

其产生的恢复力矩

$$dM = \tau_\rho \cdot \rho \cdot 2\pi\rho \cdot d\rho = 2\pi G\rho^3 \frac{d\phi}{dl} \cdot d\rho \quad (3)$$

故总力矩为

$$M = \int_0^R 2\pi G \rho^3 \frac{d\phi}{dl} \cdot d\rho = \frac{\pi}{2} G R^4 \frac{d\phi}{dl} = \frac{\pi}{2} G R^4 \frac{\phi}{L} \quad (4)$$

为求出钢丝的恢复力矩, 在其下端悬挂一圆盘, 可绕中轴线自由扭动, 则摆扭过的角度正比于所受的扭力矩:

$$M = D\phi \quad (5)$$

又由转动定律,

$$M = I_0 \frac{d^2\phi}{dt^2} \quad (6)$$

联立 (5)(6), 得

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{D}{I_0}\phi = 0 \quad (7)$$

这是一个简谐运动微分方程, 其周期为

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{D}} \quad (8)$$

但作为扭摆的圆盘上有一个夹具, 并不对称, 直接计算 I_0 比较困难, 因此可将一个金属环对称地置于圆盘上. 设环的质量为 m , 内外半径分别为 r_1, r_2 , 易知其转动惯量为 $I_1 = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$, 则此时扭摆周期为

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + I_1}{D}} \quad (9)$$

联立 (4)(5)(6)(8)(9), 得

$$D = \frac{2\pi^2 m(r_1^2 + r_2^2)}{T_1^2 - T_0^2} \quad (10)$$

$$G = \frac{4\pi L m(r_1^2 + r_2^2)}{R^4(T_1^2 - T_0^2)} \quad (11)$$

3 实验内容

3.1 实验仪器

扭摆装置, 螺旋测微器, 游标卡尺, 米尺, 秒表

3.2 实验步骤

1. 调整扭摆装置, 使钢丝与圆盘面垂直, 圆环能方便地置于圆盘上.
2. 用螺旋测微器测量钢丝直径, 用游标卡尺测量环的内外径, 用米尺测量钢丝的有效长度.
3. 写出相对误差公式, 据此估算应测量的周期数目.
4. 选定扭转角度, 测量放置金属环前后多个周期的时长.
5. 计算钢丝的切变模量 G 和扭转模量 D , 完成误差分析.
6. 测量不同扭转角度下的周期, 研究钢丝的切变模量与其扭转角度的关系.

3.3 方案设计

在实验中, 直接测量量为金属丝, 金属环的直径, 将式 (11) 改写为

$$G = \frac{16\pi Lm(d_1^2 + d_2^2)}{d^4(T_1^2 - T_0^2)} \quad (12)$$

根据最大不确定度公式, 有

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2d_1\Delta d_1}{d_1^2 + d_2^2} + \frac{2d_2\Delta d_2}{d_1^2 + d_2^2} + 4\frac{\Delta d}{d} + \frac{2T_0\Delta t_0}{N_0(T_1^2 - T_0^2)} + \frac{2T_1\Delta T_1}{N_1(T_1^2 - T_0^2)}$$

其中 N_0, N_1 分别为待测周期数, 粗侧数据如下:

4 数据记录与处理

5 思考与讨论