獲取外方位參數方法及品質影響因子探討

系級: 土木測量組碩一 學號/姓名: R10521804 莫詒雯

一、 前言

在攝影測量中,有關相機姿態、位置及其內在幾何的確定被認定為最基本的課題。主要可分成相機內外方位元素的確定及物點坐標的確定,而該篇主要探討外方位參數,介紹現今多個外方位參數的獲取方法,並討論不同方法間參數的品質 比較以及影響因子。

外方位參數是確定攝影光束在拍攝瞬間的空間位置及姿態。單張像片的外方位參數共有六個,其中三個屬於位置參數 (X_L,Y_L,Z_L) ,用以表示透視中心於物空間的坐標值,另外三個姿態參數 (ω,φ,k) 是根據攝影光軸在像空間相對於物空間坐標系中三軸的旋轉角度。若能確定像片的外方位參數,則能恢復影像與地面間的關係,建立立體模型獲取目標物的幾何。

二、 方法介紹

有關外方位參數的取得,通常是基於共線關係,藉由物點、像點與透視中心三點共線的條件下,透過共線方程式物像對應之基礎,利用單張或多張影像求取外方位參數,例如單片空間後方交會法或是光束法平差等,另外根據平差所採用的模型及解算步驟,多張影像求取外方位參數又可細分成光束法與獨立模型法,最後也有藉由整合直接定向定位功能至成像系統,以直接地理定位方式獲取影像外方位參數。以下分別就各方法進行介紹。

2.1 單片空間後方交會

以單一影像當作基礎,利用 3 個以上不在同一直線的已知地面控制點及其相對應的像點,根據共線特性所建立的物空間與像空間對應關係式亦即共線式,透過最小二乘間接平差,反求六個外方位參數。

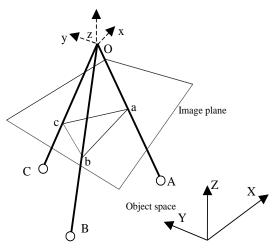


圖 1 單片空間後方交會示意圖(Grussenmeyer & Khalil, 2002)

從式 2.1、2.2 所列出的共線方程式得知,共線式是由內、外方位參數組成,因此透過平差,獲得外方位參數前,需要先已知相機的內方位參數 (x_0,y_0,f) 、地面控制點坐標(X,Y,Z)以及將地面控制點所對應的像點坐標(x,y)作為觀測量進行最小二乘計算,並且將地面控制點坐標視為無幾何失真的問題。

$$x_a - x_0 = -f \frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}$$
(2.1)

$$y_a - y_0 = -f \frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)}$$
(2.2)

式 2.1、2.2 的各項在表 1, 說明如下

變數	說明
x_a, y_a	像點坐標
x_0, y_0	像主點偏移量
f	像主距
(X_A, Y_A, Z_A)	地面控制點坐標
(X_L, Y_L, Z_L)	透視中心於地面點坐標
<i>m</i> ₁₁ ~ <i>m</i> ₃₃	ω, φ, k 所組成的旋轉矩陣

表 1 共線式各項目符號說明

根據 6 個未知數,在平差中至少要列出 6 個方程式才能求得一組解,由式 2.1、 2.2 可知,每個共軛點(像點與相應物點)可列出兩條方程式,因此至少需要 3 個地面全控制點(X_A , Y_A , Z_A),若在沒有地面全控制點的條件下,僅有水平或是垂直控制點時,則至少需要 6 個水平控制點及 3 個垂直控制點求得外方位參數的唯一解,與地面全控制點不同的地方在於,每增加 1 個水平控制點,會增加 1 個未知數(高程);每增加 1 個垂直控制點,則會增加 2 個未知數(地面坐標),透過未知數與方程式數目的計算,就能知道需要多少個水平或垂直控制點,才夠求得外方位參數。

由於共線方程式為非線性函式,在進行最小二乘平差前,須先將方程式透過泰勒展開式分別對6個未知數進行微分,使其線性化,並代入6個外方位參數初始值,式2.3、2.4即是線性化後的式子:

$$v_{x_i} = \frac{\partial x_i}{\partial X_L} dX_L + \frac{\partial x_i}{\partial Y_L} dY_L + \frac{\partial x_i}{\partial Z_L} dZ_L + \frac{\partial x_i}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial x_i}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial x_i}{\partial k} dk - (f(x_i) - f(x_i^0))$$
(2.3)

$$v_{y_i} = \frac{\partial y_i}{\partial X_L} dX_L + \frac{\partial y_i}{\partial Y_L} dY_L + \frac{\partial y_i}{\partial Z_L} dZ_L + \frac{\partial y_i}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial y_i}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial y_i}{\partial k} dk - (f(y_i) - f(y_i^0))$$
(2.4)

根據地面控制點的數量,寫出相對應的方程式,假設有3個地面控制點,且每個像點為等精度,將線性化後的式2.3、2.4,以矩陣形式表示,其內容如下:

$$V_i = A_i X - L_i \tag{2.5}$$

$$X = [dX_L \ dX_L \ dX_L \ d\omega \ d\varphi \ dk]^T$$
$$V_i = [v_{x_1} \ v_{y_1} \ v_{x_2} v_{y_2} \ v_{x_3} \ v_{y_3}]^T$$

$$A_{i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{1}}{\partial X_{L}} & \cdots & \frac{\partial x_{1}}{\partial k} dk \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_{3}}{\partial X_{L}} & \cdots & \frac{\partial y_{3}}{\partial k} dk \end{bmatrix}$$

$$L_{i} = \begin{bmatrix} f(x_{1}) - f(x_{1}^{0}) \\ \vdots \\ f(y_{3}) - f(y_{3}^{0}) \end{bmatrix}$$

依照矩陣的形式, P_i 為觀測量的權矩陣,能夠反應出觀測值的量測精度。假如所有像點都是等精度觀測,則權矩陣為單位矩陣。以 2.6 式來看,最終求解X可得未知數近似值的改正數,更新未知參數後,繼續相同的計算,直到滿足迭代條件而停止:

$$X = (A_i^T P_i A_i)^{-1} (A_i^T P_i L_i)$$
 (2.6)

有關單片空間後方交會所獲得的外方位參數品質,可從共線式得知,主要受到地面控制點位置的幾何與數量、內方位參數、地面控制點及其相對應像點坐標的準確性和成像比例,以表 2 顯示影響外方位參數的三大來源。另外未知參數的方差協方差矩陣亦是理論精度評估之重要資訊。透過未知參數的方差協方差矩陣(Σ_{xx}) 取對角線元素開根號,能獲得每一未知參數的中誤差。未知參數之方差協方差矩陣是透過協因素矩陣(Q_{xx})以及單位權中誤差計算而得,可用來評定單片空間後方交會的精度,也作為平差指標的後驗單位權方差,用以評估平差合理性。式 2.7 分別說明協因素矩陣(Q_{xx})、單位權中誤差及未知參數中誤差計算過程。

協因素矩陣:
$$Q_{xx} = (A_i^T P_i A_i)^{-1}$$
 (2.7)

單位權中誤差

(分母:n為已知控制點數量,6為6個未知外方位參數):

$$\widehat{\sigma_0} = \sqrt{\frac{V_i P_i V_i^T}{2n - 6}}$$

未知參數之變方協變方矩陣:

$$\Sigma_{xx} = \widehat{\sigma_0}^2 Q_{xx}$$

$$\Sigma_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_L}^2 & \cdots & \sigma_{X_L} \sigma_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_k \sigma_{X_L} & \cdots & \sigma_k^2 \end{bmatrix}$$

表 2 影響外方位參數品質的因子

類別	說明
—————————————————————————————————————	當控制點數量超過最低求解的條件時會產
	生多餘觀測,而多餘觀測的多寡並非能夠
	决定結果,尚須考量到點位的分布幾何,
	點位位置直接影響平差的精度好壞。
內方位參數、地面控制點及其相	利用共線式求解 6 個外方位參數,須先得
對應像點坐標的準確性	知內方位參數及物點、像點的坐標值,將
	全部已知值加入到公式中,因此已知值的
	準確性會影響最後得出的結果品質。若內
	方位元素未知時,也可一併將其納入共線
	式進行求解,此時就必須要更多控制點以
	求解更多未知數。
成像比例	共線式是基於物點、像點與透視中心三點
	共線而成立。由相似三角形的關係,才得
	將物空間與像空間的坐標系進行轉換。

根據上述的例子,是假設已知控制點及內方位參數為沒有誤差的情況下所得出 的平差模式,但若內方位元素本身不精確或是已知地面控制點帶有誤差時,該如 何在平差過程予以改進,以下分別說明二者情況。

1. 將內方位參數視為未知參數:

在平差過程不僅可求得外方位參數之改正,同時也能獲得內方位參數之改 正數,使其精度能藉由平差予以提升,前提為平差沒有粗差或式系統誤差 的產生,根據式 2.3、2.4,其誤差方程式會改變如下。

$$v_{x_{i}} = \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial X_{L}}dX_{L} + \frac{\partial x_{i}}{\partial Y_{L}}dY_{L} + \frac{\partial x_{i}}{\partial Z_{L}}dZ_{L} + \frac{\partial x_{i}}{\partial \omega}d\omega + \frac{\partial x_{i}}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial x_{i}}{\partial k}dk\right) + \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial y_{0}}dy_{0}\right)$$

$$+ \frac{\partial x_{i}}{\partial x_{0}}dx_{0} + \frac{\partial x_{i}}{\partial f}f\right) - \left(f(x_{i}) - f(x_{i}^{0})\right)$$

$$v_{y_{i}} = \left(\frac{\partial y_{i}}{\partial X_{L}}dX_{L} + \frac{\partial y_{i}}{\partial Y_{L}}dY_{L} + \frac{\partial y_{i}}{\partial Z_{L}}dZ_{L} + \frac{\partial y_{i}}{\partial \omega}d\omega + \frac{\partial y_{i}}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial y_{i}}{\partial k}dk\right) + \left(\frac{\partial y_{i}}{\partial y_{0}}dy_{0}\right)$$

$$+ \frac{\partial y_{i}}{\partial x_{0}}dx_{0} + \frac{\partial y_{i}}{\partial f}f\right) - \left(f(y_{i}) - f(y_{i}^{0})\right)$$

$$(2.3.2)$$

2. 已知控制點視為觀測值:

在單片空間後方交會中,是藉由已知地面控制點及其相對應的像點,透過 共線式得出外方位參數,因此控制點不能視為未知參數納入平差,因此當 控制點本身坐標帶有誤差時,可將控制點之坐標視為觀測量,要注意的是, 在平差過程需要納入適當權值,以反映出控制點本身的精度,根據式 2.3、 2.4,其誤差方程式會改變如下。

$$v_{x_{i}} - \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial X_{A}}V_{X_{A}} + \frac{\partial x_{i}}{\partial Y_{A}}V_{Y_{A}} + \frac{\partial x_{i}}{\partial Z_{A}}V_{Z_{A}}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial X_{L}}dX_{L} + \frac{\partial x_{i}}{\partial Y_{L}}dY_{L} + \frac{\partial x_{i}}{\partial Z_{L}}dZ_{L} + \frac{\partial x_{i}}{\partial \omega}d\omega + \frac{\partial x_{i}}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial x_{i}}{\partial k}dk\right)$$

$$+ \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial y_{0}}dy_{0} + \frac{\partial x_{i}}{\partial x_{0}}dx_{0} + \frac{\partial x_{i}}{\partial f}f\right) - \left(f(x_{i}) - f(x_{i}^{0})\right)$$

$$v_{y_{i}} - \left(\frac{\partial y_{i}}{\partial X_{A}}V_{X_{A}} + \frac{\partial y_{i}}{\partial Y_{A}}V_{Y_{A}} + \frac{\partial y_{i}}{\partial Z_{A}}V_{Z_{A}}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial y_{i}}{\partial X_{L}}dX_{L} + \frac{\partial y_{i}}{\partial Y_{L}}dY_{L} + \frac{\partial y_{i}}{\partial Z_{L}}dZ_{L} + \frac{\partial y_{i}}{\partial \omega}d\omega + \frac{\partial y_{i}}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial y_{i}}{\partial k}dk\right)$$

$$+ \left(\frac{\partial y_{i}}{\partial y_{0}}dy_{0} + \frac{\partial y_{i}}{\partial x_{0}}dx_{0} + \frac{\partial y_{i}}{\partial f}f\right) - \left(f(y_{i}) - f(y_{i}^{0})\right)$$

2.2 獨立模型法

獨立模型法與單片空間後方交會的差異在於,單片空間後方交會是利用像片於攝影瞬間的絕對位置與姿態求得外方位參數,重建出拍攝地面的絕對立體模型而獨立模型法先不考慮絕對位置與姿態,僅先恢復兩張影像之間的相對關係,亦即先建立相對立體模型。隨後再透過縮放、平移和旋轉,將相對立體模型的方向及比例尺能與地面坐標系一致,因此獨立模型法所求的外方位參數為兩張影像,共12個未知參數(單張影像有6個外方位參數)。

獨立模型法又可稱作相對定向與絕對定向,以下根據獨立模型法的解算兩步驟分別進行說明。

2.2.1 相對定向

相對定向為描述立體像對中的相對位置及姿態,不需要地面控制點。根據未知 參數的設定及解算過程,又可細分成連續像對及獨立像對的相對定向,二者差異 主要在於,連續像對是透過固定一張影像的外方位參數,將該影像當成坐標系的 基準,其餘影像則依照該基準進行旋轉、平移,能使多張影像快速定位;獨立像 對則為兩張影像自成一坐標系,因此若影像愈多,則有愈多模型坐標系,若要統 一多個模型的坐標系,則需要透過同一物點在不同模型坐標系的坐標進行轉換。 以下有關相對定向的說明,是以連續像對舉例。 連續像對之相對定向基本上都以左像片當作基礎,可視為像空間輔助坐標系,求得右像相對於左像的相對定向元素。表 3 分別為左像及右像的相對方位元素。右像中的 X_{L_2} 為一比例因子,影響相對定向建立模型的大小,因此不影響模型建立,故相對定向所要求的未知數僅有五個,亦即右像的 b_v , b_z , ω_z , φ_z , k_z 。

表 3 左右像之相對方位元素

左像	$X_{L_1} = 0, Y_{L_1} = 0, Z_{L_1} = 0, \omega_1 = 0, \varphi_1 = 0, k_1 = 0$
右像	$X_{L_2} = b_x, Y_{L_2} = b_y, Z_{L_2} = b_z, \omega_2, \varphi_2, k_2$

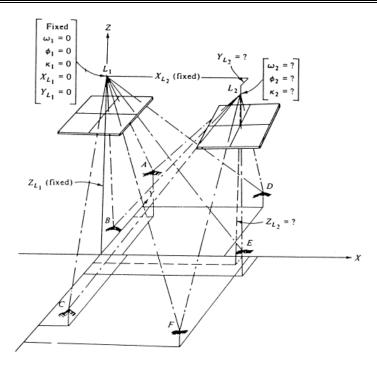


圖 2 立體像對之解析相對方位(李錫堤、等,1998)

相對定向的求取,可利用共面式或共線式求解。以下分別進行說明:

(1) 共面式:對兩張影像所拍攝到的物點,其共軛射線必須共面。相對應的數學條件則稱共面方程。共面方程可用來確定相機相對於另一相機的外方位元素, 說明 2 個攝影站、2 個像點以及 1 物點須位於同一核平面上。以式 2.8 及圖 3 解釋共面方程。兩張影像的射線(āī, āī)與攝影基線(b),以數學式可表示成三向量,若符合式 2.8,即表示三向量位於同一核面上,彼此共面。相對定向的未知數有 5 個,至少需要 5 個模型點求解。

$$\vec{b} \cdot (\overrightarrow{a_1} \times \overrightarrow{a_2}) = 0$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{L_2} - X_{L_1} \\ Y_{L_2} - Y_{L_1} \\ Z_{L_2} - Z_{L_1} \end{bmatrix}$$

$$(2.8)$$

$$\overrightarrow{a_1} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = M_1^T \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{bmatrix}_1$$

$$\overrightarrow{a_2} = \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = M_2^T \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{bmatrix}_2$$

三個向量在像空間輔助坐標系中表示如上,組成的行列式,最終為0。

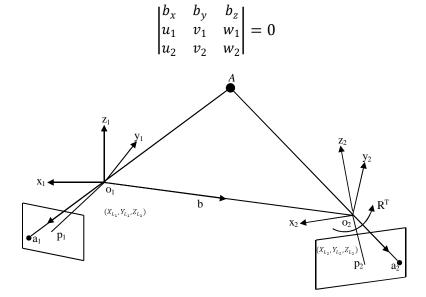


圖 3 共面式(Grussenmeyer & Khalil, 2002)

(2) 共線式:在立體像對中,每個物點可有4個方程式,分別為左像2個、右像 2個,未知數除了有相對方位的5個外方位元素之外,1個物點也包含3個未 知數,因此若增加1個物點,扣掉物點本身的3個坐標未知數,會留下1個 方程式,所以至少需要5個物點就可以求解相對方位的5個未知數。

有關該選擇共線式或共面式去進行相對方位的求取,主要有兩面向,第一個為有無需要物點坐標,以共線式求解時,物點的坐標值是視為未知數,因此在求取相對方位的同時,也可求得物點的坐標;第二個為計算的考量,以兩者之間的未知數來說,共面式只要列出五個方程式即可求解,但共線式需要至少列出 20 個方程式,因此應檢視自身需求去決定該使用何種方法去解算相對方位。

2.2.2 絕對定向

相對定向所建立的立體模型,是根據某一影像本身的坐標系而形成,因此該坐標系相對於真實的物空間坐標系其方位為未知,比例尺也是任意的,若要將相對定向的模型轉至物空間坐標系,則需要恢復像片的絕對位置及方位。已知立體像對有 12 個外方位參數,於相對定向已經求得五個參數,因此在絕對定向中總共要再求解最後 7 個參數,包括 3 個旋轉 $(\omega_1, \varphi_1, k_1)$ 、3 個平移 $(X_{L_1}, Y_{L_1}, Z_{L_1})$ 以及縮

 $放(X_{L_2})$ 。

絕對定向就是透過坐標轉換,將兩個坐標原點不同的坐標系透過相似轉換得出式(2.8),有7個未知數,因此至少需要2個全地面控制點與1個高程控制點,並且3個控制點不在同條直線上。

$$\begin{bmatrix} X_{TP} \\ Y_{TP} \\ Z_{TP} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$
(2.8)

 (X_{TP}, Y_{TP}, Z_{TP}) =地面控制點坐標

 (X_P,Y_P,Z_P) =地面控制點位於相對方位坐標系之坐標

 (a_i, b_i, c_i) =相對方位坐標系相對於地面坐標三軸的旋轉矩陣

 $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ =兩坐標系原點的平移量

有關獨立模型法的影響因子,在相對方位中,不管是共面式或是共線式,都是建立於物點、像點與透視中心三點共線的基礎上,因此能得知該三點若帶有誤差,勢必會影響相對方位所求取的結果,也反應出相對方位,事實上就是消除 y 視差的作法,使得立體像對,對同個物點的兩條光束能夠相交。

2.3 光束法平差

光束法平差與單片空間後方交會都是以共線式當作基礎,藉由量測連結點去建立不同影像間的重疊關係,藉由量測地面控制點於各影像上的坐標去建立物和像之間的關係,再利用物點、像點與透視中心在同條直線上的特性,結合最小二乘法解算各影像的外方位參數及連結點坐標。

光束法平差的特別在於,在一般雙像解析攝影測量,主要有兩部分,第一為用 已知點,依據後方交會求解外方位再透過前方交會解算待求點;第二為用相對、 絕對定向求得地面坐標,而光束法平差將兩部分一次進行,使用少數的已知控制 點及待求點,同時求得外方位參數及連結點的坐標,該方法相對於獨立模型法其 計算更為嚴密,精度也相對較高。光束法平差的未知數除了有每一張相片的六個 外方位參數之外,每一個連結點也有3個坐標未知數,針對雙像的情況下,每個 點於左、右像,各可列出2個方程式,因此一物點可寫出4個方程式,透過計算 方程式與未知數的數目就可以得出能否獲得多餘觀測數。

有關光東法平差的品質,除了有表 2 共線式的影響之外,同時也受到連結點、地面控制點分布的位置以及影像數目而影響。增加已知地面控制點,可增加多餘觀測數,但當增加點位時,若點的位置僅在一張影像上並沒有與其他張影像重疊時或是一張影像不足三個點位,會導致幾何條件的秩虧,因此根據上述情況,其點位不具有連結的功能。以連結點來看,僅可列出 2 條方程式,但卻有 3 個未知數的情況,因此並非增加點位的數目就可以使得觀測數目增加;而一張影像本身就有 6 個外方位參數,若少於 3 個點位在影像時,也會導致秩虧。

2.4 直接地理定位

直接地理定位是透過結合全球定位系統(Global Positioning System, GPS)提供的位置資訊與慣性量測單元(Inertial Measurement Unit, IMU)提供的方位資訊,取得外方位參數,因此能夠知道其精度的影響來自於 GPS 本身的定位精度及 IMU 姿態角的誤差大小。相對於前面介紹的方法,若 GPS 及 IMU 能提供可靠的外方位參數,則可減少需要布設足夠的控制點或連結點及量測像點坐標的需求,因此在計算共軛像點的地面坐標值時,效率可以更快。但對於要得到高精度的 GPS 及 IMU 是需要花費高昂的成本,因此在無法獲得高精度的參數時,其外方位參數會被視為近似值納入到光束法平差中計算。

三、 討論及分析

根據第二節所討論的外方位參數求取方法,討論分成兩部分來看,第一部分 是比較光束法平差與獨立模型法;第二部分是探討有關直接地理定位與需要控 制點輔助的間接地理定位之比較。以下透過表格去比較:

	光束法平差	獨立模型法
數學模式	共線式	相對定向:共線式或共面式
		絕對定向:七參數轉換
觀測量	像點坐標	像點坐標
解算過程	同時求解外方位參數及連	先相對定向求解 5 個參數再
	結點坐標,一步驟完成	透過絕對定向求得7,拆成兩
		步驟進行
外方位參	精度較高,但計算量大、	精度較低、解算較快
數精度	解算速度慢	

表 4 光束法平差與獨立模型法之比較

間接地理定位是依靠影像間的共軛連結點以及地面布設足夠且分布幾何良好的已知地面控制點去求解外方位參數,例如光束法平差及單片空間後方交會,而直接地理定位則是透過儀器,不經過繁雜的計算所獲得外方位參數。

表 5	直接地理定位與間接	妾地理定位之比較(季昆	. 筝,2007)
		•	

	直接地理定位	間接地理定位
內容	根據 GPS 及 IMU,使用感測器	透過足夠且幾何分布良好的地面控
	的定位與率定參數求取外方位參	制點及連結點,利用空中三角測量
	數。	獲得影像的外方位參數。

有助於提升空中三角測量的作業 效率(周尚弘,2005),同時可減 少航線規劃的限制。 計算過程嚴謹,也需量測影像上的 像點坐標。

若要獲得高精度的外方位參數, GPS 及 IMU 需要經過精密的率 定,價格高昂,因此在實務上, 未能完全免除地面控制點,但能 減少地面控制點的需求。

四、 結論

本篇主要探討解算外方位參數的方法及其影響因子,每個方法有自身的優點及 缺點存在,該選擇何種方法作為外方位參數的求取,尚需考量本身資源、應用的 場合以及每個方法所需解算的最低條件去進行考量,挑選最適合的方式。

五、 參考文獻

- Chou, Z.H., & Wang, S.D. (2016). Accuracy Analysis of Interior and Exterior Orientation of Portable Devices.
- Grussenmeyer, P., & Khalil, O. A. (2002). Solutions for exterior orientation in photogrammetry: a review. The photogrammetric record, 17(100), 615-634.
- Jaw, J.-J. (2020). Review of Photogrammetric Theories. Department of Civil Engineering, National Taiwan University.
- 李錫堤、黃俊鴻、劉進金、蔡榮君、洪國華、林書毅. (1998). 林口台地及其鄰接海岸地形變遷與地貌復原可行性探討,公共工程委員會專案委託計畫成果報告。
- 周尚弘. (2005). GPS 與 INS 結合同軸數位量測相機之外方位精度分析,碩士論文,國立成功大學,地球科學研究所,台南市。
- 李昆峯. (2007). 產生正射影像區塊並進行航空影像定位