

## Course Project 2017.2

TSP 问题是人工智能中著名的 NP-难题：推销员要到  $n$  个城市去推销产品，要求推销员每个城市都要去到，且只能去一次，如何规划路线才能使所走的路程最短。这是一个典型的组合优化问题，即计算复杂性将随城市个数  $n$  增加而呈指数增长。因此我们在利用连续 Hopfield 网络求解 TSP 问题时，通常将其作为一个多目标优化问题，而放松对优化的要求，即使用如下的加权多目标函数：

$$E = \mathbf{A}\mathbf{J}_1(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{J}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{C}\mathbf{J}_3^2(\mathbf{x}) + \mathbf{D}\mathbf{J}(\mathbf{x})$$

其中， $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D} > 0$  为加权系数，且

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta \neq \alpha} \sum_i d_{\alpha\beta} x_{\alpha i} (x_{\beta, i+1} + x_{\beta, i-1})。$$

约束条件为：

$$\mathbf{J}_1(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \sum_i \sum_{j \neq i} x_{\alpha i} x_{\alpha j} = 0$$

$$\mathbf{J}_2(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \sum_i \sum_{\beta \neq \alpha} x_{\alpha i} x_{\beta i} = 0$$

$$\mathbf{J}_3(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \sum_i x_{\alpha i} - n = 0$$

这里， $x_{\alpha i}$  为置换矩阵的元素(0/1)，且  $\alpha = \{\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{D}}, \bar{\mathbf{E}}, \dots\}$  为城市名， $i = 1, 2, \dots, n$  为访问次序， $d_{\alpha\beta}$  为  $\alpha$ 、 $\beta$  两城市之间的直线距离。

(1) 若将  $\mathbf{E}$  作为连续 Hopfield 网络的能量函数，试推导相应的 Hopfield 网络的动态方程，并给出其中的连接权设计；

(2) 假定 Hopfield 网络中每个神经元均采用如下 sigmoid 函数，

$$x_{\alpha i} = f(y_{\alpha i}) = \frac{1}{1 + \exp(\frac{-2y_{\alpha i}}{\gamma})}$$

其中， $\gamma = 0.02$ ，且加权系数  $\mathbf{A} = \mathbf{B} = 500$ ， $\mathbf{C} = 1000$ ， $\mathbf{D} = 500$ 。

取各神经元激发函数输入的初始值为

$$y_{\text{int}} = -\frac{\gamma}{2} \ln(n-1)$$

并对该初值施加一定的噪声，使其均匀分别于  $0.9 \sim 1.1 y_{\text{int}}$  之间。

表 1 给出了 10 城市的坐标分布。已知其最优旅行路线为

$$\bar{\mathbf{A}} \rightarrow \bar{\mathbf{D}} \rightarrow \bar{\mathbf{E}} \rightarrow \bar{\mathbf{F}} \rightarrow \bar{\mathbf{G}} \rightarrow \bar{\mathbf{H}} \rightarrow \bar{\mathbf{I}} \rightarrow \bar{\mathbf{J}} \rightarrow \bar{\mathbf{B}} \rightarrow \bar{\mathbf{C}} \rightarrow \bar{\mathbf{A}}$$

且最短总路程为  $l = 2.6907$ 。

试利用上述连续 Hopfield 网络求解 10 城市的 TSP 问题 ( $n = 10$ )，给出其中

的两个次优解(旅行路线与总路程  $L$ )，画出相应的 10 城市分布路径图，并与最优路径图进行比较；

(3) 对于  $n=10$  的 TSP 问题，试分析总共应有多少条可行途径，以及为什么需要在神经元输入的初值上施加一定的噪声；

(4) 对有关结果进行分析说明，并以附件形式提供编写的程序；

(5) 请按《计算机学报》论文格式要求，在截止日期前**独立地**提交各自的完整报告。

**表 1 10 城市的坐标分布**

城市号	横坐标	纵坐标
$\bar{A}(1)$	0.4000	0.4439
$\bar{B}(2)$	0.2439	0.1463
$\bar{C}(3)$	0.1707	0.2293
$\bar{D}(4)$	0.2293	0.7610
$\bar{E}(5)$	0.5171	0.9414
$\bar{F}(6)$	0.8732	0.6536
$\bar{G}(7)$	0.6878	0.5219
$\bar{H}(8)$	0.8488	0.3609
$\bar{I}(9)$	0.6683	0.2536
$\bar{J}(10)$	0.6195	0.2634