

# 2019—2020 学年度第一学期期末学习质量抽测

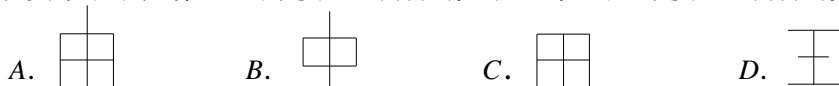
## 九年级数学

注意事项:

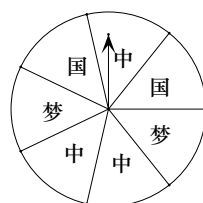
1. 请准备好必要的答题工具在答题卡上作答, 在试卷上作答无效.
2. 本试卷共五大题, 26 小题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

### 一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题只有一个选项正确)

1. 在美术字中, 有些汉字是中心对称图形. 下面的汉字不是中心对称图形的是



2. 如图, 一个可以自由转动的转盘被平均分成 7 个大小相同的扇形, 每个扇形上分别写有“中”、“国”、“梦”三个字. 指针的位置固定, 转动转盘停止后, 指针指向“中”字所在扇形的概率是



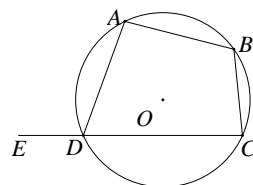
(第 2 题)

3. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $5x^2 + x - 5 = 0$  的两根, 则  $x_1 + x_2$  的值是



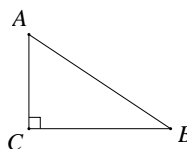
4. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $E$  为  $CD$  延长线上一点.

若  $\angle ADE = 110^\circ$ , 则  $\angle B =$



(第 4 题)

5. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $BC = 3$ , 则  $\tan A =$



(第 5 题)

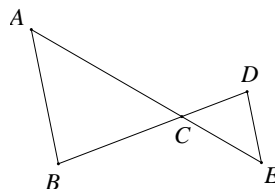
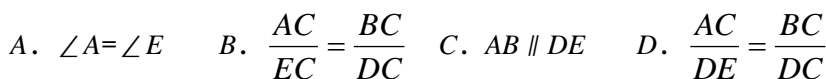
6. 某射击运动员在同一条件下的射击成绩记录如下:

射击次数	100	200	400	1000
“射中 9 环以上” 的次数	78	158	321	801
“射中 9 环以上” 的频率	0.78	0.79	0.8025	0.801

根据表中数据, 估计这位射击运动员射击一次时“射中 9 环以上”的概率为



7. 如图, 已知  $AE$  与  $BD$  相交于点  $C$ , 连接  $AB$ 、 $DE$ , 下列所给的条件不能证明  $\triangle ABC \sim \triangle EDC$  的是



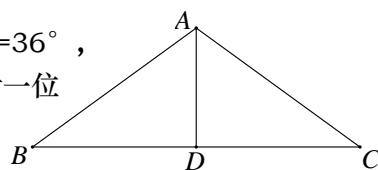
(第 7 题)

8.  $150^\circ$  的圆心角所对的弧长是  $5\pi$  cm, 则此弧所在圆的半径是



9. 如图, 厂房屋顶人字架(等腰三角形)的跨度  $BC=10m$ ,  $\angle B=36^\circ$ ,  $D$  为底边  $BC$  的中点, 则上弦  $AB$  的长约为 (结果保留小数点后一位  $\sin 36^\circ \approx 0.59$ ,  $\cos 36^\circ \approx 0.81$ ,  $\tan 36^\circ \approx 0.73$ )

A.  $3.6m$     B.  $6.2m$     C.  $8.5m$     D.  $12.4m$



(第9题)

10. 已知二次函数  $y = -2x^2 - 4x + 1$ , 当  $-3 \leq x \leq 2$  时, 则函数值  $y$  的最小值为

A.  $-15$     B.  $-5$     C.  $1$     D.  $3$

## 二、填空题(本题共6小题, 每小题3分, 共18分)

11. 计算:  $\sin 30^\circ =$  \_\_\_\_\_.

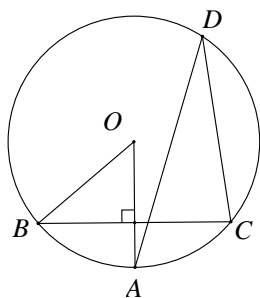
12. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + nx - 12 = 0$  的一个解为  $x = 3$ , 则  $n =$  \_\_\_\_\_.

13. 如图,  $\odot O$  中,  $OA \perp BC$ ,  $\angle AOB = 50^\circ$ , 则  $\angle ADC =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

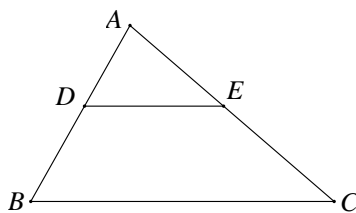
14. 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3. 随机摸取一个小球然后放回, 再随机摸出一个小球, 则两次取出的小球标号相同的概率是 \_\_\_\_\_.

15. 已知抛物线的对称轴是  $y$  轴, 且经过点  $(1, 3)$ 、 $(2, 6)$ , 则该抛物线的解析式为 \_\_\_\_\_.

16. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB=6$ ,  $BC=9$ . 如果动点  $D$  以每秒 2 个单位长度的速度, 从点  $B$  出发沿边  $BA$  向点  $A$  运动, 此时直线  $DE \parallel BC$ , 交  $AC$  于点  $E$ . 记  $x$  秒时  $DE$  的长度为  $y$ , 写出  $y$  关于  $x$  的函数解析式 \_\_\_\_\_ (不用写自变量取值范围)



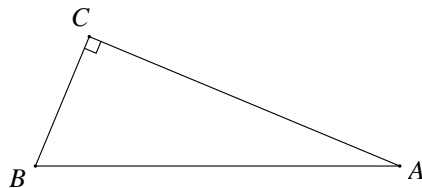
(第13题)



(第16题)

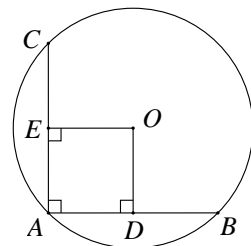
## 三、解答题(本题共4小题, 其中17、18、19各9分, 20题12分, 共39分)

17. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=5$ ,  $AC=12$ , 求  $\angle A$  的正弦值、余弦值和正切值.



(第17题)

18. 如图，在 $\odot O$ 中， $AB, AC$ 为互相垂直且相等的两条弦， $OD \perp AB$ ， $OE \perp AC$ ，垂足分别为 $D, E$ 。求证：四边形 $ADOE$ 是正方形。



(第 18 题)

19. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-2, -4)$ 、 $B(0, -4)$ 、 $C(1, -2)$ 。

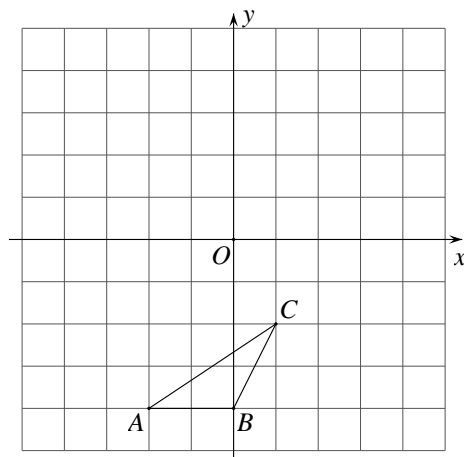
(1)  $\triangle ABC$ 关于原点 $O$ 对称的图形是 $\triangle A_1B_1C_1$ ，不用画图，请直接写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的顶点坐标：

$A_1$ \_\_\_\_\_，  $B_1$ \_\_\_\_\_，  
 $C_1$ \_\_\_\_\_；

(2) 在图中画出 $\triangle ABC$ 关于原点 $O$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 后的图形 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请直接写出 $\triangle A_2B_2C_2$ 的顶点坐标： $A_2$ \_\_\_\_\_，

$B_2$ \_\_\_\_\_，  $C_2$ \_\_\_\_\_。

(建议：先用铅笔画图，确定无误后用黑色水性笔画在答题卡上)

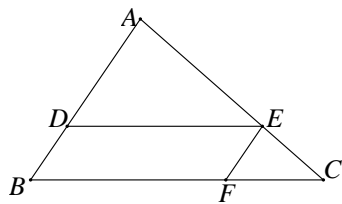


(第 19 题)

20. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $DE \parallel BC$ ,  $EF \parallel AB$ .

(1) 求证:  $\triangle ADE \sim \triangle EFC$ ;

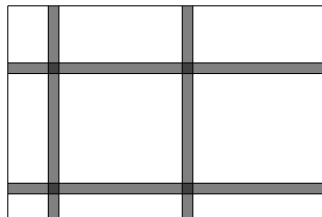
(2) 若  $AD=4$ ,  $DE=6$ ,  $\frac{AE}{EC} = 2$ , 求  $EF$  和  $FC$  的值.



(第 20 题)

四. 解答题(本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. 如图, 要设计一幅宽为  $20\text{ cm}$ , 长  $30\text{ cm}$  的矩形图案, 其中有两横两竖的彩条, 横、竖彩条宽度相等, 如果要使余下的图案面积为  $504\text{ cm}^2$ , 彩条的宽应是多少  $\text{cm}$ ?

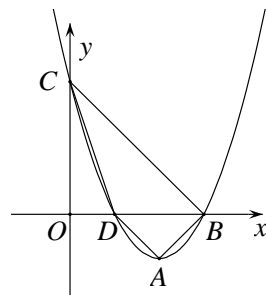


(第 21 题)

22. 如图, 已知二次函数  $y = x^2 - 4x + 3$  图象与  $x$  轴分别交于点  $B$ 、 $D$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 顶点为  $A$ , 分别连接  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$ .

(1) 求四边形  $ABCD$  的面积;

(2) 当  $y > 0$  时, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

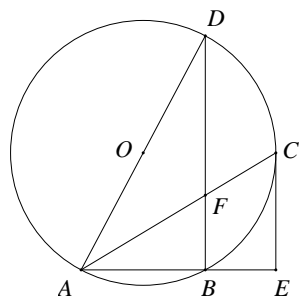


(第 22 题)

23. 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  是  $\odot O$  上的四个点,  $AD$  是  $\odot O$  的直径, 过点  $C$  的切线与  $AB$  的延长线垂直于点  $E$ , 连接  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $F$ .

(1) 求证:  $AC$  平分  $\angle BAD$ ;

(2) 若  $\odot O$  的半径为  $\frac{7}{2}$ ,  $AC=6$ , 求  $DF$  的长.

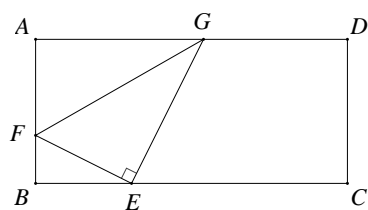


(第 23 题)

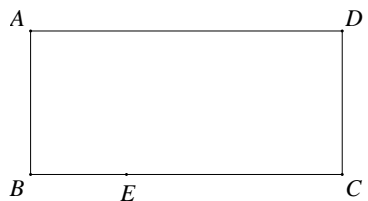
五. 解答题 (本题共 3 小题, 其中 24 小题 11 分, 25、26 小题各 12 分, 共 35 分)

24. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $BC=13$ ,  $BE=4$ , 点  $F$  从点  $B$  出发, 在折线段  $BA-AD$  上运动, 连接  $EF$ , 当  $EF \perp BC$  时停止运动, 过点  $E$  作  $EG \perp EF$ , 交矩形的边于点  $G$ , 连接  $FG$ . 设点  $F$  运动的路程为  $x$ ,  $\triangle EFG$  的面积为  $S$ .

- (1) 当点  $F$  与点  $A$  重合时, 点  $G$  恰好到达点  $D$ , 此时  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ , 当  $EF \perp BC$  时,  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 求  $S$  关于  $x$  的函数解析式, 并直接写出自变量  $x$  的取值范围;
- (3) 当  $S=15$  时, 求此时  $x$  的值.



(第 24 题)



(备用图)

25. 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $BC=k AC$ , 点 $D$ 在 $AC$ 上, 连接 $BD$ .

(1) 如图 1, 当 $k=1$ 时,  $BD$ 的延长线垂直于 $AE$ , 垂足为 $E$ , 延长 $BC$ 、 $AE$ 交于点 $F$ .

求证:  $CD=CF$ ;

(2) 过点 $C$ 作 $CG \perp BD$ , 垂足为 $G$ , 连接 $AG$ 并延长交 $BC$ 于点 $H$ .

①如图 2, 若 $CH = \frac{2}{5} CD$ , 探究线段 $AG$ 与 $GH$ 的数量关系 (用含 $k$ 的代数式表示),

并证明;

②如图 3, 若点 $D$ 是 $AC$ 的中点, 直接写出 $\cos \angle CGH$ 的值 (用含 $k$ 的代数式表示).

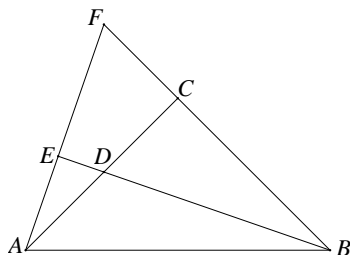


图 1

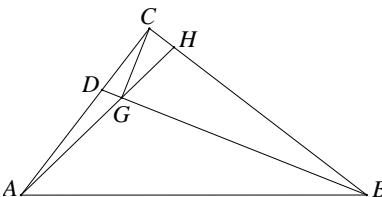


图 2

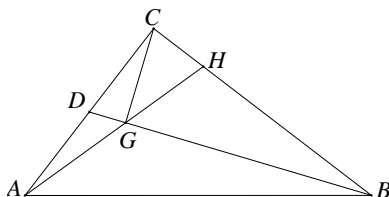


图 3

(第 25 题)

26. 已知抛物线  $y = ax^2 + 2x - \frac{3}{2}$  ( $a \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $A$ , 与  $x$  轴的一个交点为  $B$ .

(1) ①请直接写出点  $A$  的坐标\_\_\_\_\_;

②当抛物线的对称轴为直线  $x = -4$  时, 请直接写出  $a =$ \_\_\_\_\_;

(2) 若点  $B$  为  $(3, 0)$ , 当  $m^2 + 2m + 3 \leq x \leq m^2 + 2m + 5$ , 且  $am < 0$  时, 抛物线最低点的纵坐标为  $-\frac{15}{2}$ , 求  $m$  的值;

(3) 已知点  $C(-5, -3)$  和点  $D(5, 1)$ , 若抛物线与线段  $CD$  有两个不同的交点, 求  $a$  的取值范围.



# 2019——2020 学年度第一学期期末学习质量抽测

## 九年级数学参考答案

### 一. 选择题(本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. A. 2. B. 3. B. 4. C. 5. B. 6. D. 7. D. 8. C. 9. B. 10. A.

### 二. 填空题(本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11.  $\frac{1}{2}$ . 12. 1. 13. 25. 14.  $\frac{1}{3}$ . 15.  $y = x^2 + 2$ . 16.  $y = -3x + 9$ .

### 三. 解答题(本题共 4 小题, 其中 17、 18、 19 各 9 分, 20 题 12 分, 共 39 分)

17. 解:  $\because$  在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=5$ ,  $AC=12$ ,

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = 13. \text{-----1 分}$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}, \text{-----3 分}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}, \text{-----6 分}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}. \text{-----9 分}$$

18. 证明:  $\because AB \perp AC$ ,  $OD \perp AB$ ,  $OE \perp AC$ ,

$$\therefore \angle BAC = \angle ODA = \angle OEA = 90^\circ. \text{-----3 分}$$

$\therefore$  四边形  $ADOE$  是矩形. -----4 分

$\because OD \perp AB$ ,  $OE \perp AC$ ,  $AB=AC$ ,

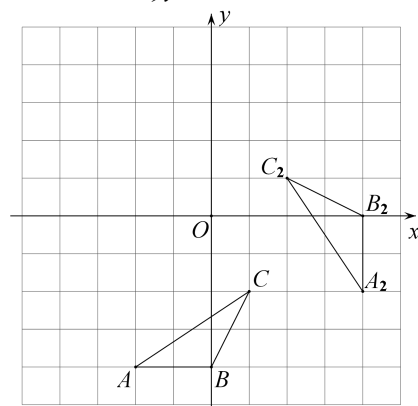
$$\therefore OD = OE = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC. \text{-----8 分}$$

$\therefore$  四边形  $ADOE$  是正方形. -----9 分

19. 解: (1)  $A_1: (2, 4)$ ,  $B_1: (0, 4)$ ,  $C_1: (-1, 2)$ ; -----3 分

(2)  $A_2: (4, -2)$ ,  $B_2: (4, 0)$ ,  $C_2: (2, 1)$ ; -----6 分

画出  $\triangle A_2B_2C_2$ . -----9 分



20. 证明: (1)  $\because DE \parallel BC, EF \parallel AB,$

$$\therefore \angle ADE = \angle B, \angle AED = \angle C, \angle EFC = \angle B. \text{ ---3 分}$$

$$\therefore \angle ADE = \angle EFC. \text{ -----4 分}$$

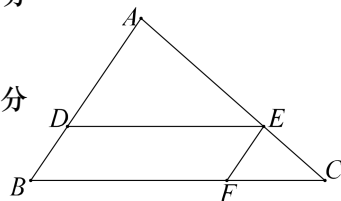
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle EFC. \text{ -----6 分}$$

(2)  $\because \triangle ADE \sim \triangle EFC,$

$$\therefore \frac{AD}{EF} = \frac{DE}{FC} = \frac{AE}{EC}. \text{ -----8 分}$$

$$\because AD=4, DE=6, \frac{AE}{EC} = 2,$$

$$\therefore EF=2, FC=3. \text{ -----12 分}$$



(第 20 题)

#### 四. 解答题(本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. 解: 设彩条的宽度为  $x \text{ cm}$  -----1 分

$$\text{依题意得: } (30 - 2x)(20 - 2x) = 504 \text{ -----5 分}$$

$$\text{整理得} \quad x^2 - 25x + 24 = 0$$

$$\text{解得} \quad x_1 = 1, x_2 = 24 \text{ -----7 分}$$

$$\because 20 - 2 \times 24 < 0, \therefore \text{不符合题意, 舍去 } x_2 = 24 \text{ -----8 分}$$

答: 彩条的宽度为  $1 \text{ cm}$  -----9 分

22. 解: (1) 当  $y = 0$  时,  $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\text{解得 } x_1 = 1, x_2 = 3 \text{ -----2 分}$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 0 - 0 + 3 = 3$$

$$\text{解得 } y = 3 \text{ -----3 分}$$

$\therefore$  点  $B$  为  $(3, 0)$ ,  $C$  为  $(0, 3)$ ,  $D$  为  $(1, 0)$ .

$$\text{即 } OC=3, BD=2. \text{ -----4 分}$$

过点  $A$  作  $AE \perp x$  轴, 垂足为  $E$ ,

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times 1 \times 3 - (-4)^2}{4 \times 1} = -1$$

$$\therefore AE=1 \text{ -----5 分}$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD},$$

$$= \frac{1}{2} BD \cdot AE + \frac{1}{2} BD \cdot OC$$

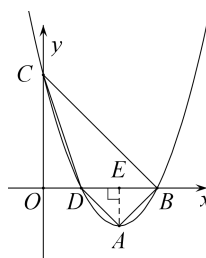
$$= \frac{1}{2} BD(AE + OC)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (1 + 3)$$

$$= 4. \text{ -----7 分}$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  的面积为 4.

(2)  $x < 1$  或  $x > 3$ . -----9 分



(第 22 题)

23. 证明: (1) 连接  $OC$ ,

$\because CE$  为  $\odot O$  切线,

$\therefore \angle OCE = 90^\circ$ . -----1 分

$\because CE \perp AE$ ,

$\therefore \angle E = 90^\circ$ .

$\therefore \angle OCE + \angle E = 180^\circ$ .

$\therefore OC \parallel AE$ .

$\therefore \angle OCA = \angle CAE$ . -----2 分

$\because OA = OC$ ,

$\therefore \angle OCA = \angle OAC$ . -----3 分

$\therefore \angle CAE = \angle OAC$ .

$\therefore AC$  平分  $\angle BAD$ . -----4 分

(2) 连接  $CD$ ,

$\because AD$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle ACD = 90^\circ$ . -----5 分

$\because AD = 2r = 7, AC = 6$ ,

$\therefore CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = \sqrt{13}$ . -----6 分

$\because \angle CDF = \angle CAB, \angle CAD = \angle CAB$ ,

$\therefore \angle CDF = \angle CAD$ . -----7 分

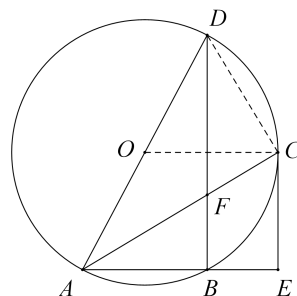
$\because \angle DCF = \angle ACD = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle CDF \sim \triangle CAD$ . -----8 分

$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{DF}{AD}$ , -----9 分

即  $\frac{\sqrt{13}}{6} = \frac{DF}{7}$

$\therefore DF = \frac{7}{6}\sqrt{13}$ . -----10 分



(第 23 题)

五. 解答题 (本题共 3 小题, 其中 24 小题 11 分, 25、26 小题各 12 分, 共 35 分)

24. (1) 6, 10; -----2 分

(2) ①如图 1, 当  $0 \leq x \leq 6$  时,

过点  $G$  作  $GH \perp BC$ , 垂足为  $H$ ,

$\because$  在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 6, BC = 13, BE = 4, EG \perp EF$ ,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ, AD = BC = 13$ .

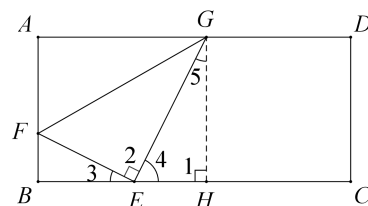
$\therefore$  四边形  $ABHG$  是矩形.

$\therefore GH = AB = 6$ .

$\because \angle B = 90^\circ, BF = x, BE = 4$ ,

$\therefore EF = \sqrt{BF^2 + BE^2} = \sqrt{x^2 + 16}$ . -----3 分

$\because \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ, \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$ ,



(第 24 题图 1)

$$\therefore \angle 3 = \angle 5.$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle HGE.$$

$$\therefore \frac{BE}{HG} = \frac{EF}{GE} \cdot \text{即} \frac{4}{6} = \frac{\sqrt{x^2+16}}{GE}.$$

$$\therefore GE = \frac{3\sqrt{x^2+16}}{2}. \text{-----4 分}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} EF \cdot GE = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2+16} \cdot \frac{3\sqrt{x^2+16}}{2} = \frac{3}{4} x^2 + 12. \text{-----5 分}$$

②如图 2，当  $6 < x \leq 10$  时，

过点  $F$  作  $FK \perp BC$ ，垂足为  $K$ ，

$\therefore$  在矩形  $ABCD$  中， $AB=6$ ， $BC=13$ ， $BE=4$ ， $EG \perp EF$ ，

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle FKB = \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ ， $AD=BC=13$ 。

$\therefore$  四边形  $ABKF$  是矩形。

$\therefore FK=AB=6$ ， $AF=BK=x-6$ 。

$\therefore KE=10-x$ 。

$\therefore \angle FKE=90^\circ$ ， $FK=6$ ， $KE=10-x$ ，-----6 分

$\therefore EF = \sqrt{FK^2 + KE^2} = \sqrt{36 + (10-x)^2}$ 。-----7 分

$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ， $\angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 5$ 。

$\therefore \triangle KEF \sim \triangle CGE$ 。

$$\therefore \frac{FK}{EC} = \frac{EF}{GE} \cdot \text{即} \frac{6}{13-4} = \frac{\sqrt{36 + (10-x)^2}}{GE}.$$

$$\therefore GE = \frac{3\sqrt{36 + (10-x)^2}}{2}. \text{-----8 分}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} EF \cdot GE$$

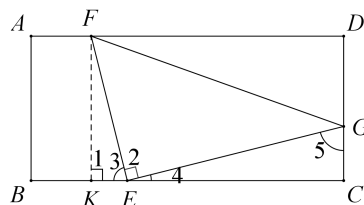
$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{36 + (10-x)^2} \cdot \frac{3\sqrt{36 + (10-x)^2}}{2} = \frac{3}{4} x^2 - 15x + 102.$$

$$\therefore S = \begin{cases} \frac{3}{4} x^2 + 12 (0 < x \leq 6) \\ \frac{3}{4} x^2 - 15x + 102 (6 < x \leq 10) \end{cases} \text{-----9 分}$$

$$(2) \text{ ①当 } 0 \leq x \leq 6 \text{ 时，} \frac{3}{4} x^2 + 12 = 15,$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = -2 \text{ (舍)}. \text{-----10 分}$$

$$\text{②当 } 6 < x \leq 10 \text{ 时，} \frac{3}{4} x^2 - 15x + 102 = 15,$$



(第 24 题图 2)

$\therefore x^2 - 20x + 116 = 0$ .  
 $\therefore \Delta = 400 - 464 = -64 < 0$ ,  
 $\therefore$  此时方程无解.  
 $\therefore$  当  $x = 2$  时,  $S = 15$ . -----11 分

25. (1) 证明:  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $BE \perp AF$ ,

$$\therefore \angle ACB = \angle ACF = \angle AEB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ADE + \angle EAD = \angle BDC + \angle DBC = 90^\circ, \angle ADE = \angle BDC,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle EAD \text{ -----1 分}$$

$$\therefore BC = AC,$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACF. \text{ -----2 分}$$

$$\therefore CD = CF. \text{ -----3 分}$$

$$(2) AG = \frac{5}{k} GH.$$

过点  $A$  作  $AM \parallel BC$ , 交  $CG$  延长线于点  $M$ ,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, CG \perp BD,$$

$$\therefore \angle CAM = \angle ACB = 90^\circ, \angle CGB = 90^\circ. \text{ --4 分}$$

$$\therefore \angle 1 + \angle BCG = \angle 2 + \angle BCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2. \text{ -----5 分}$$

$$\therefore \triangle ACM \sim \triangle CBD. \text{ -----6 分}$$

$$\therefore \frac{AM}{CD} = \frac{AC}{CB} = \frac{1}{k}. \text{ -----7 分}$$

$$\therefore CH = \frac{2}{5} CD,$$

$$\therefore \text{设 } CD = 2a, \text{ 则 } CH = \frac{4}{5} a.$$

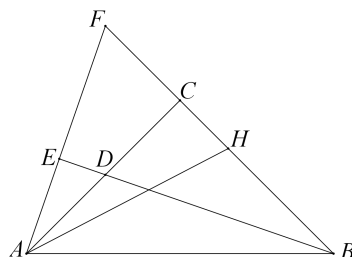
$$\therefore AM = \frac{2a}{k}. \text{ -----8 分}$$

$$\therefore AM \parallel BC,$$

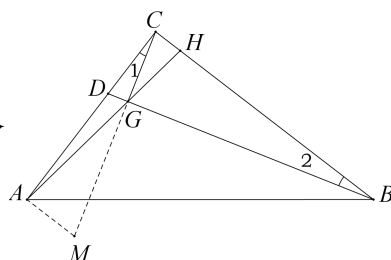
$$\therefore \frac{AM}{CH} = \frac{AG}{GH} = \frac{\frac{2a}{k}}{\frac{4}{5}a} = \frac{5}{2k}.$$

$$\text{即 } AG = \frac{5}{2k} GH. \text{ -----9 分}$$

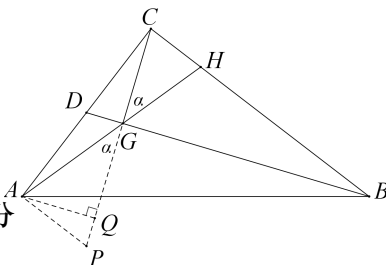
$$(3) \cos \angle CGH = \frac{k\sqrt{1+k^2}}{1+k^2}. \text{ -----12 分}$$



(第 25 题图 1)



(第 25 题图 2)



(第 25 题图 3)

26. 解: (1) ①  $(0, -\frac{3}{2})$ ; -----1 分

②  $\frac{1}{4}$ . -----2 分

(2)  $\because$  点  $B(3, 0)$  为抛物线与  $x$  轴的交点,

$$\therefore 0 = 9a + 6 - \frac{3}{2}$$

解得  $a = -\frac{1}{2}$  -----3 分

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{1}{2}$$

$\therefore$  抛物线对称轴为直线  $x = 2$

$$\because m^2 + 2m + 3 = (m+1)^2 + 2 \geq 2$$

$\therefore$  当  $m^2 + 2m + 3 \leq x \leq m^2 + 2m + 5$  时, 抛物线图象在对称轴右侧.

$\because a < 0$ , 在对称轴右侧  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$\therefore$  当  $x = m^2 + 2m + 5$  时, 抛物线有最低点. -----4 分

$$\therefore -\frac{15}{2} = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{1}{2}$$

解得  $x_1 = -2$  (舍),  $x_2 = 6$ . -----5 分

即  $m^2 + 2m + 5 = 6$ .

解得  $m_1 = -1 - \sqrt{2}$ ,  $m_2 = -1 + \sqrt{2}$ . -----6 分

$$\because am < 0, a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore m_1 = -1 - \sqrt{2} \text{ 舍去}$$

即  $m = -1 + \sqrt{2}$ . -----7 分

(3) 设过点  $C(-5, -3)$ 、点  $D(5, 1)$  的直线解析式为  $y = kx + b$ ,

$$\therefore \begin{cases} -5k + b = -3 \\ 5k + b = 1 \end{cases}.$$

解得  $\begin{cases} k = \frac{2}{5} \\ b = -1 \end{cases}.$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 为 } y = \frac{2}{5}x - 1. \text{ -----8 分}$$

① 当  $a < 0$ , 点  $D$  在图象的上方时, 抛物线与线段  $CD$  有两个不同的交点,

$$\therefore 25a + 10 - \frac{3}{2} \leq 1$$

$$\text{解得 } a \leq -\frac{3}{10} \text{-----9 分}$$

∵ 直线  $CD$  与抛物线有两个不同交点,

$$\therefore ax^2 + 2x - \frac{3}{2} = \frac{2}{5}x - 1$$

$$ax^2 + \frac{8}{5}x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore \Delta = \frac{64}{25} + 2a, \text{ 即 } \Delta = \frac{64}{25} + 2a > 0.$$

$$\therefore a > -\frac{32}{25}.$$

$$\therefore -\frac{32}{25} < a \leq -\frac{3}{10} \text{-----10 分}$$

②当  $a < 0$ , 点  $D$  在图象的上方时, 抛物线与线段  $CD$  有两个不同的交点,

$$25a - 10 - \frac{3}{2} \geq -3$$

$$\text{解得 } a \geq \frac{17}{50} \text{-----11 分}$$

∵ 抛物线  $y = ax^2 + 2x - \frac{3}{2}$  ( $a \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $A$  ( $0, -\frac{3}{2}$ ),

直线  $CD$   $y = \frac{2}{5}x - 1$  与  $y$  轴交于点 ( $0, -1$ ),

$$\therefore \text{此时 } a \geq \frac{17}{50}.$$

$$\text{综上, } -\frac{32}{25} < a \leq -\frac{3}{10} \text{ 或 } a \geq \frac{17}{50} \text{-----12 分}$$

(解答题学生用其他方法解答, 请参考评分标准酌情给分, 题长统一意见即可.)