

**一、选择题**（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1. A    2. B    3. C    4. B    5. C    6. D    7. C    8. D    9. C    10. B.

**二、填空题**（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）11.  $x < -1$ .    12. 9.    13. 8.914.  $\frac{3-x}{x} = \frac{x}{3}$  或  $x^2 = x(3-x)$     15.  $2\sqrt{3}$ .    16.  $\frac{12}{13}$ **三、解答题**（本题共 4 小题，其中 17、18、19 题各 9 分，20 题 12 分，共 39 分）

17. 计算:  $(\sqrt{3}+1)^2 - \sqrt{12} + 2\sqrt{\frac{1}{3}}$ .

原式  $= 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3} \dots\dots\dots 3+2+2=7$  分

$= 4 + \frac{2}{3}\sqrt{3} \dots\dots\dots 9$  分

18. 计算:  $\frac{x^2-6x+9}{x-3} \div \frac{x^2-3x}{x+3} - 1$ .

原式  $= \frac{(x-3)^2}{x-3} \div \frac{x(x-3)}{x+3} - 1 \dots\dots\dots 3+3=6$  分

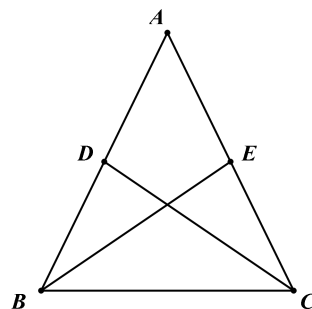
$= \frac{(x-3)^2}{x-3} \times \frac{x+3}{x(x-3)} - 1 \dots\dots\dots 8$  分

$= \frac{x+3}{x} - \frac{x}{x}$

$= \frac{3}{x} \dots\dots\dots 9$  分

19. 证明:  $\because \angle ABC = \angle ACB$ , $\therefore AB = AC$ , .....2 分 $\because$  点 D、E 分别是 AB、AC 的中点.

$\therefore AD = \frac{1}{2}AB, AE = \frac{1}{2}AC \dots\dots\dots 4$  分

 $\therefore AD = AE$ ,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AE = AD \\ \angle A = \angle A, \\ AB = AC \end{cases}$$

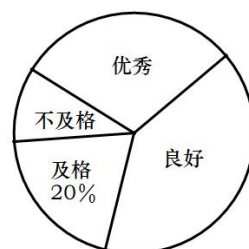
(第19题)

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ , .....8分

$\therefore BE = CD$ . .....9分

20.

成绩等级	频数 (人)	频率
优秀		
良好	20	0.4
及格		
不及格	5	



(第20题)

(1) 20, 20; .....1+1=2分

(2) 50, 10; .....6分

(3) 及格人数=50×20%=10 (人)

优秀人数=50-20-10-5=15 (人)

$240 \times \frac{15}{50} = 72$  (人) .....11分

答: 估计该校八年级女生成绩等级为“优秀”的学生人数约为 72 人.....12分

#### 四、解答题(本题共3小题, 其中21题9分, 22、23题各10分, 共29分)

21.解: 如图,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $\angle ADB=45^\circ$ ,  $\angle C=37^\circ$ ,  $CD=21$ .

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,

$\because \angle ABD=90^\circ$ ,  $\angle ADB=45^\circ$ .

$\therefore \angle BAD=45^\circ$

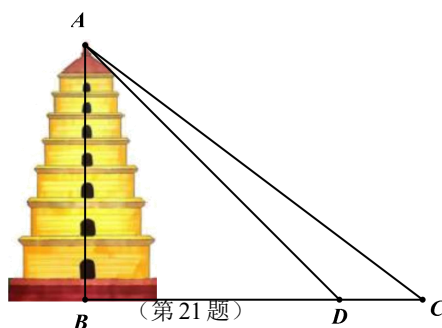
$\therefore \angle ADB = \angle BAD$

$\therefore AB = BD$ . .....3分

设  $AB = x$ , 则  $BD = x$ ,  $BC = x + 21$ .....4分

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ ,

$\angle ACB = 37^\circ$  .....6分



(第21题)

$$\therefore 0.75 \approx \frac{x}{x+21}, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

解得  $x=63$ .  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

答：古塔的高度约为 63 米.  $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

22.解：(1) 60;  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 由图象可得，

当甲车行驶  $2.5h$  时，距 A 城的距离为： $60 \times 2.5 = 150km$ ,  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

则乙车的函数图象过点  $(1, 0)$ ,  $(2.5, 150)$ ,

设乙车离开 A 城的距离  $y$  关于  $t$  的函数解析式  $y=kt+b$ ,

$$\begin{cases} k+b=0 \\ 2.5k+b=150 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k=100 \\ b=-100 \end{cases},$$

即乙车离开 A 城的距离  $y$  关于  $t$  的函数解析式  $y=100t-100$ ;  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

令  $y=300$ ,

则  $100t-100=300$ ,

解得,  $t=4$   $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

乙车返回 A 城的时间为:  $t=7$   $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

则乙车返回 A 城的函数图象过点  $(4, 300)$ ,  $(7, 0)$

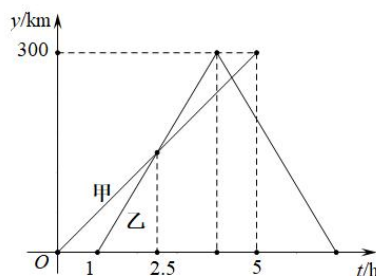
设乙车返回时距离 A 城的距离  $y$  关于  $t$  函数解析式  $y=mt+n$

$$\begin{cases} 7m+n=0 \\ 4m+n=300 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} m=-100 \\ n=700 \end{cases}$$

乙车返回时距离 A 城的距离  $y$  关于  $t$  的函数解析式  $y=-100t+700$ ;  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

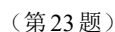
$$\text{令 } -100t+700=60t, \text{ 解得 } t=\frac{35}{8}$$

答：甲出发后  $\frac{35}{8}$  小时与乙车再次相遇  $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$



(第 22 题)

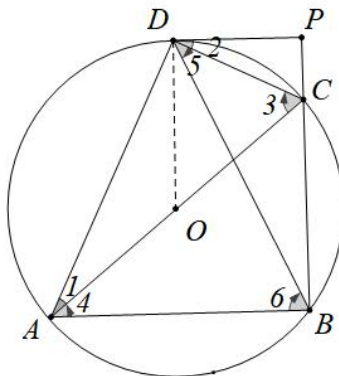
$\because DF$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle DBF=90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle F+\angle FDB=90^\circ$ , .....1 分  
 $\because AD=BD$ ,  $\therefore \angle DAB=\angle DBA$ ,  
 $\because \angle F=\angle DAB$   
 $\therefore \angle F=\angle DBA$ , .....2 分  
 $\therefore \angle DBA+\angle DBF=90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle DGB=90^\circ$ .....3 分  
 $\because DP$  是  $\odot O$  的切线  
 $\therefore DP \perp DF$ ,  $\therefore \angle PDF=90^\circ$ .....4 分  
 $\therefore \angle PDF+\angle DGB=180^\circ$ ,  
 $\therefore AB \parallel DP$ .....5 分



(2) 解:  $\because AC$  是  $\odot O$  的直径  
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ$ , .....6 分  
 又  $\because \angle DGB = \angle PDG = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  四边形  $DGBP$  是矩形, .....7 分  
 $\therefore BG = DP = 2$  .....8 分  
 $\because DG \perp AB$   $\therefore AB = 2BG = 4$  .....9 分

$\therefore \odot O$  的半径为  $\frac{5}{2}$  ..... 10 分

$\because DP$  是  $\odot O$  的切线

$$\therefore PD \perp DO$$
$$\therefore \angle ODP = 90^\circ$$
$$\therefore \angle 2 + \angle ODC = 90^\circ$$
 $\because AC$  是  $\odot O$  的直径
$$\therefore \angle ADC = 90^\circ$$
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$$
$$\because OC=OD$$
$$\therefore \angle 3 = \angle ODC$$
$$\therefore \angle 2 = \angle 1$$


$$\because \angle 5 = \angle 4$$

$$\therefore \angle 5 + \angle 2 = \angle 4 + \angle 1$$

$$\text{即 } \angle BDP = \angle BAD$$

$$\because AD = BD$$

$$\therefore \angle BAD = \angle 6$$

$$\therefore \angle BDP = \angle 6$$

$$\therefore AB \parallel DP$$

$$(2) \because \angle DBC = \angle 1, \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle 2$$

$$\text{又 } \because \angle P = \angle P$$

$$\therefore \triangle DCP \sim \triangle BDP$$

$$\therefore \frac{CP}{DP} = \frac{DP}{PB}$$

$$\therefore BC = 3, DP = 2$$

$$\therefore \frac{CP}{2} = \frac{2}{CP + 3}$$

$$\therefore CP = 1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCP, DC = \sqrt{CP^2 + DP^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\because \angle ADC = \angle P = 90^\circ, \angle 2 = \angle 1,$$

$$\therefore \triangle CDP \sim \triangle ADC;$$

$$\therefore \frac{CP}{CD} = \frac{CD}{AC} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore AC = 5,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{5}{2}.$$

(第 23 题)

五、解答题（本题共 3 小题，其中 24、25 题各 11 分，26 题 12 分，共 34 分）

24. (1)  $\because$  点  $D$  是  $AB$  的中点

$$\therefore BD = \frac{1}{2} BA$$

$\because$  四边形  $ADEF$  是平行四边形

$$\therefore AF \parallel DE,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} BC = 4$$

$$\therefore 2t = 4, t = 2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 当  $0 < t \leq 2$  时，过点  $E$  作  $EH \perp AB$  于点  $H$ ，

$$\text{在 } \triangle BEH \text{ 中, } BE = 2t, \sin B = \frac{3}{5},$$

$$\therefore EH = \frac{3}{5} BE = \frac{6}{5} t \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$S = AD \times EH = 5 \times \frac{6}{5} t = 6t \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

当  $2 < t \leq 4$  时

$$\text{在 Rt} \triangle CEG \text{ 中, } CE = 8 - 2t, \tan B = \frac{3}{4}, \therefore CG = \frac{3}{4} CE$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle CEG} &= \frac{1}{2} CE \times CG = \frac{1}{2} \times (8 - 2t)^2 \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{3}{8} \times (4t^2 - 32t + 64) = \frac{3}{2} t^2 - 12t + 24 \dots\dots\dots 6 \text{ 分} \end{aligned}$$

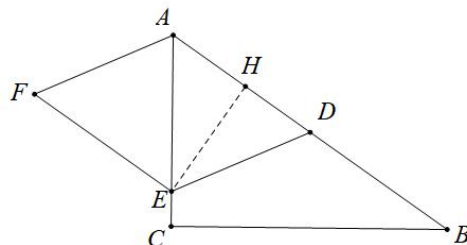
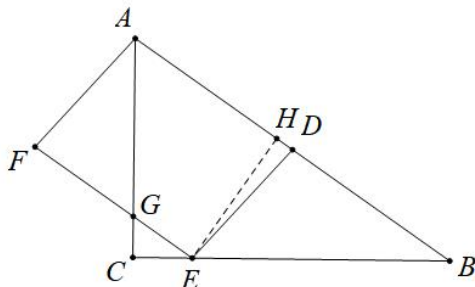
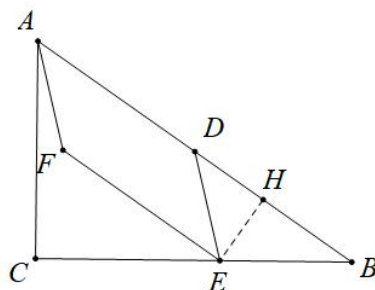
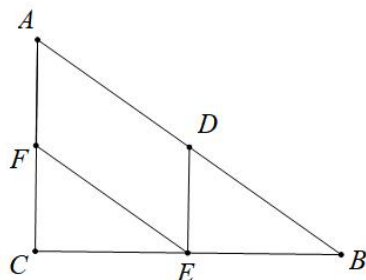
$$S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BD \times EH = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{6}{5} t = 3t \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CEG} - S_{\triangle BDE}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{3}{2} t^2 + 12t - 24 - 3t = -\frac{3}{2} t^2 + 9t \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

当  $4 < t \leq 7$  时

$$AE = 14 - 2t, \text{ 在 Rt} \triangle AEH \text{ 中, } \sin A = \frac{4}{5}, \therefore EH = \frac{4}{5} AE$$



$$S = \frac{1}{2} AD \times EH = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{5} (14 - 2t)$$

$$= -4t + 28$$

综上所述,

$$S = \begin{cases} 6t & (0 < t \leq 2) \\ -\frac{3}{2}t^2 + 9t & (2 < t \leq 4) \\ -4t + 28 & (4 < t \leq 7) \end{cases} \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

25. (1) 证明:  $\because AD$  为角平分线

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\text{又} \because \angle ABE = \angle C$$

$$\angle 4 = \angle 2 + \angle ABE$$

$$\angle 3 = \angle 1 + \angle C$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 3$$

$$\therefore BD = BF \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2)  $CD = BG$

证明: 在  $AC$  上截取  $AK = AB$ ,

$\because AD$  为角平分线

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

又  $\because AD = AD$

$$\therefore \triangle AFK \cong \triangle AFB$$

$$\therefore \angle ABE = \angle 5, BF = FK \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because \angle ABE = \angle C$$

$$\therefore \angle 5 = \angle C$$

$$\therefore FK \parallel CG$$

$$\because FG \parallel AC$$

$\therefore$  四边形  $FKCG$  为平行四边形

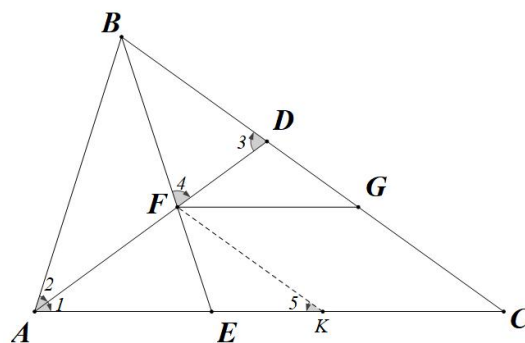
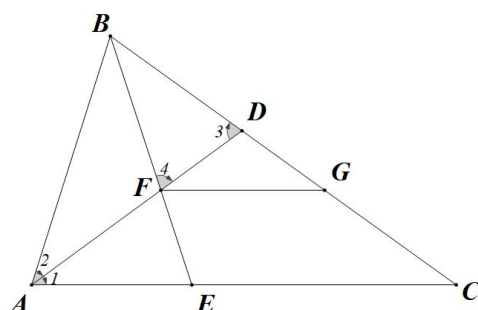
$$\therefore CG = FK \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because BF = BD$$

$$\therefore BD = GC$$

$$\therefore BD + DG = GC + DG$$

$$\text{即 } CD = BG \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



(第 25 题)

(3) 过点  $B$  作  $BH \perp DF$  于  $H$ ,

$$\because BF = BD$$

$$\therefore FD=2FH, \angle AEF=\angle AFE=\angle 4=\angle 3 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \cos \angle AEF = \cos \angle 4 = k$$

在  $\text{Rt}\triangle BFH$  中,  $\cos \angle 3 = k$

$$\therefore \frac{DH}{BF} = k$$

$$\therefore \frac{DF}{BD} = 2k \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\because FG \parallel AC$$

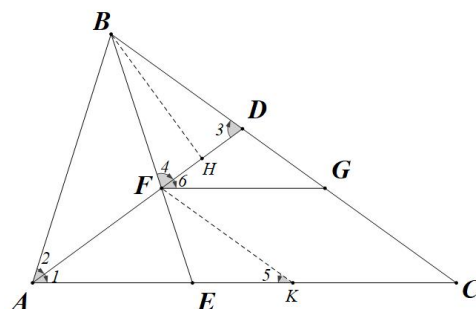
$$\therefore \angle 6 = \angle 1 = \angle EBC$$

$$\text{又} \because \angle BGF = \angle BGF$$

$$\therefore \triangle FDG \sim \triangle BFG \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{DF}{BD} = \frac{FG}{BG} = 2k \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{CD}{FG} = \frac{BG}{FG} = \frac{1}{2k} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



$$26. \text{ 解: (1) } \textcircled{1} \text{ 当 } m=2 \text{ 时, 则 } y = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & x \geq 0 \end{cases}; \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\textcircled{2} \because$  点  $Q(k, 3)$  在图象  $G$  上,

$$\therefore \text{ 当 } k < 0 \text{ 时, } k^2 - 2k + 2 = 3,$$

$$\text{解得 } k_1 = 1 - \sqrt{2}, \quad k_2 = 1 + \sqrt{2} \quad (\text{舍去}),$$

$$\text{当 } k \geq 0 \text{ 时, } k^2 - 2k + 1 = 3,$$

$$\text{解得 } k_1 = 1 - \sqrt{3} \quad (\text{舍去}), \quad k_2 = 1 + \sqrt{3},$$



$\therefore k$  的值为  $1-\sqrt{2}$  或  $1+\sqrt{3}$  ; .....3 分

(2) 设  $y_1 = x^2 - mx + m - 1 (x \geq 0)$ ,  $y_2 = x^2 - mx + m (x < 0)$ ,

则  $y_1 = (x - \frac{m}{2})^2 - \frac{1}{4}(m-2)^2$ ,

$\therefore$  当  $x = \frac{m}{2} > 0$  时, 图象最低点的纵坐标  $y_0 = -\frac{1}{4}(m-2)^2 = -2$ ,

解得  $m_1 = 2 + 2\sqrt{2}$ ,  $m_2 = 2 - 2\sqrt{2}$  (舍去), .....4 分

当  $x = 0$  时, 函数  $G$  取得最小值时,  $y_0 = m - 1 = -2$ ,

解得:  $m = -1$ , .....5 分

$\therefore y_2 = x^2 - mx + m = (x - \frac{m}{2})^2 - \frac{1}{4}m^2 + m$ ,

$\therefore$  当  $x = \frac{m}{2} < 0$  时, 图象最低点的纵坐标  $y_0 = -\frac{1}{4}m^2 + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$ ,

$\therefore$  对于任意实数  $m$ , 总有  $-\frac{1}{4}(m-2)^2 < -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$  成立,

$\therefore$  图象最低点一定在  $y_1 = x^2 - mx + m - 1 (x \geq 0)$  上,

综上所述,  $m$  的取值范围为  $-1 \leq m \leq 2 + 2\sqrt{2}$ ; .....6 分

(3) 当  $x = m - 1$  时,  $y = (m - 1)^2 - m(m - 1) + m = 1$ ,

$\therefore M(m - 1, 1)$ 、 $N(-m - 1, 1)$ 、 $Q(m - 1, 0)$ 、 $P(-m - 1, 0)$ ,

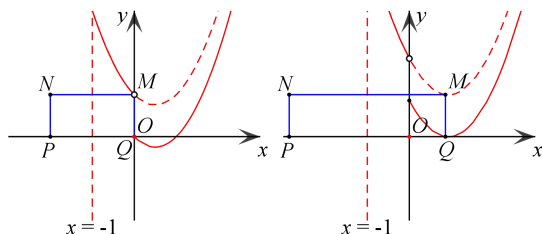


图 1

图 2

当  $m - 1 = -1$ , 即  $m = 0$  时, 点  $M$  落在直线  $x = -1$  上, 不合题意;

①当  $m > 0$  时,

当  $m-1>0$ , 即  $m>1$  时, 如图 1、2, 图象  $G$  在矩形  $MNPQ$  内的部分所对应的函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小;

②当  $m<0$  时, 如图 3、4,

当点  $P(-m-1, 0)$  落在  $y_1 = x^2 - mx + m - 1 (x \geq 0)$  上时,  $m_1 = 0$  (舍),  $m_2 = -2$ ,

$\therefore$  当  $-2 \leq m < 0$  时, 图象  $G$  在矩形  $MNPQ$  内的部分所对应的函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小;

综上所述, 当  $m>1$  或  $-2 \leq m < 0$  时, 图象  $G$  在矩形  $MNPQ$  内的部分所对应的函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小. ....8 分

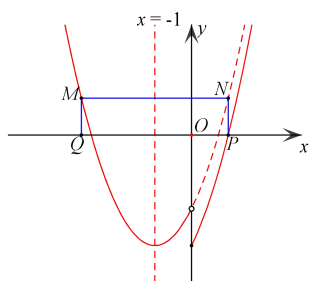


图 3

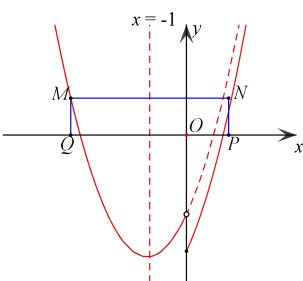


图 4

(4) 当点  $B(-4, -4)$  落在  $y_2$  上时, 如图 5,  $m = -4$ ,  $\therefore$  当  $m < -4$  时, 图象  $G$  与矩形  $ABCD$  的边有两个公共点; ....9 分

当左半支顶点  $(\frac{m}{2}, -\frac{1}{4}m^2 + m)$  落在  $BC$  上时, 如图 6,  $-\frac{1}{4}m^2 + m = -4$ , 解得:  $m = 2 + 2\sqrt{5}$  (舍) 或  $m = 2 - 2\sqrt{5}$  ;

当  $(0, m)$  落在  $AD$  上时, 如图 7,  $m = 1$ ; ....10 分

$\therefore$  当  $2 - 2\sqrt{5} < m < 1$  时, 图象  $G$  与矩形  $ABCD$  的边有两个公共点;

当  $(0, m-1)$  落在  $AD$  上时, 如图 8,  $m-1=1$ ,  $m=2$ ;

当点  $C(3, -4)$  落在  $y_1$  上时,  $m=6$ , 恰为顶点;

$\therefore$  当  $m \geq 2$  时, 图象  $G$  与矩形  $ABCD$  的边有两个公共点; ....11 分

综上所述, 图象  $G$  与矩形  $ABCD$  的边有两个公共点时,  $m$  的取值范围为  $m < -4$  或  $2 -$

$2\sqrt{5} < m < 1$  或  $m \geq 2$ . .....12 分

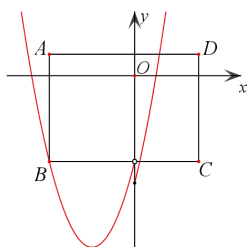


图 5

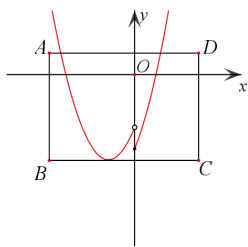


图 6

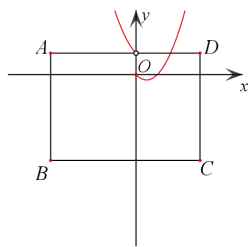


图 7

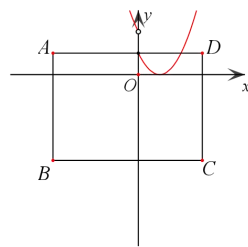


图 8