
初中数学解题技巧

一、选择题的解法

1、直接法

根据选择题的题设条件，通过计算、推理或判断，最后得到题目的所求。

2、特殊值法

(特殊值淘汰法)有些选择题所涉及的数学命题与字母的取值范围有关，在解这类选择题时，可以考虑从取值范围内选取某几个特殊值，代入原命题进行验证，然后淘汰错误的，保留正确的。

3、淘汰法

把题目所给的四个结论逐一代回原题的题干中进行验证，把错误的淘汰掉，直至找到正确的答案。

4、逐步淘汰法

如果我们在计算或推导的过程中不是一步到位，而是逐步进行，既采用“走一走、瞧一瞧”的策略，每走一步都与四个结论比较一次，淘汰掉不可能的，这样也许走不到最后一步，三个错误的结论就被全部淘汰掉了。

5、数形结合法

根据数学问题的条件和结论之间的内在联系，既分析其代数含义，又揭示其几何意义，使数量关系和图形巧妙和谐地结合起来，并充分利用这种结合，寻求解题思路，使问题得到解决。

二、常用的数学思想方法

1、数形结合思想

就是根据数学问题的条件和结论之间的内在联系，既分析其代数含义，又揭示其几何意义，使数量关系和图形巧妙和谐地结合起来，并充分利用这种结合，寻求解题思路，使问题得到解决。

2、联系与转化的思想

事物之间是相互联系、相互制约的，是可以相互转化的。数学学科的各部分之间也是相互联系，可以相互转化的。在解题时，如果能恰当处理它们之间的相互转化，往往可以化难为易，化繁为简。如：代换转化、已知与未知的转化、特殊与一般的转化、具体与抽象的转化、部分与整体的转化、动与静的转化等等。

3、分类讨论的思想

在数学中，我们常常需要根据研究对象性质的差异，分各种不同情况予以考查，这种分类思考的方法，是一种重要的数学思想方法，同时也是一种重要的解题策略。

4、待定系数法

当我们所研究的数学式子具有某种特定形式时，要确定它，只要求出式子中待确定的字母得值就可以了。为此，把已知条件代入这个待定形式的式子中，往往会得到含待定字母的方程或方程组，然后解这个方程或方程组就使问题得到解决。

5、配方法

就是把一个代数式设法构造成平方式,然后再进行所需要的变化。配方法是初中代数中重要的变形技巧,配方法在分解因式、解方程、讨论二次函数等问题,都有重要的作用。

6、换元法

在解题过程中,把某个或某些字母的式子作为一个整体,用一个新的字母表示,以便进一步解决问题的一种方法。换元法可以把一个较为复杂的式子化简,把问题归结为比原本的问题,从而达到化繁为简,化难为易的目的。

7、分析法

在研究或证明一个命题时,又结论向已知条件追溯,既从结论开始,推求它成立的充分条件,这个条件的成立还不显然,则再把它当作结论,进一步研究它成立的充分条件,直至达到已知条件为止,从而使命题得到证明。这种思维过程通常称为“执果寻因”

8、综合法

在研究或证明命题时,如果推理的方向是从已知条件开始,逐步推导得到结论,这种思维过程通常称为“由因导果”

9、演绎法

由一般到特殊的推理方法。

10、归纳法

由一般到特殊的推理方法。

11、类比法

众多客观事物中，存在着一些相互之间有相似属性的事物，在两个或两类事物之间，根据它们的某些属性相同或相似，推出它们在其他属性方面也可能相同或相似的推理方法。类比法既可能是特殊到特殊，也可能一般到一般的推理。

三、函数、方程、不等式

常用的数学思想方法：(1)数形结合的思想方法。(2)待定系数法。(3)配方法。(4)联系与转化的思想。(5)图像的平移变换。

四、证明角的相等

- 1、对顶角相等。
- 2、角（或同角）的补角相等或余角相等。
- 3、两直线平行，同位角相等、内错角相等。
- 4、凡直角都相等。
- 5、角平分线分得的两个角相等。
- 6、同一个三角形中，等边对等角。
- 7、等腰三角形中，底边上的高（或中线）平分顶角。
- 8、平行四边形的对角相等。
- 9、菱形的每一条对角线平分一组对角。
- 10、等腰梯形同一底上的两个角相等。

11、关系定理：同圆或等圆中，若有两条弧（或弦、或弦心距）相等，则它们所对的圆心角相等。

12、圆内接四边形的任何一个外角都等于它的内对角。

13 同弧或等弧所对的圆周角相等。

14、弦切角等于它所夹的弧对的圆周角。

15、同圆或等圆中，如果两个弦切角所夹的弧相等，那么这两个弦切角也相等。

16、全等三角形的对应角相等。

17、相似三角形的对应角相等。

18、利用等量代换。

19、利用代数或三角计算出角的度数相等

20、切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，并且这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角。

五、证明直线的平行或垂直

1、证明两条直线平行的主要依据和方法：

- (1)、定义、在同一平面内不相交的两条直线平行。
- (2)、平行定理、两条直线都和第三条直线平行，这两条直线也互相平行。
- (3)、平行线的判定：同位角相等（内错角或同旁内角），两直线平行。
- (4)、平行四边形的对边平行。
- (5)、梯形的两底平行。
- (6)、三角形（或梯形）的中位线平行与第三边（或两底）

(7)、一条直线截三角形的两边（或两边的延长线）所得的对应线段成比例，则这条直线平行于三角形的第三边。

2、证明两条直线垂直的主要依据和方法：

- (1)、两条直线相交所成的四个角中，由一个是直角时，这两条直线互相垂直。
- (2)、直角三角形的两直角边互相垂直。
- (3)、三角形的两个锐角互余，则第三个内角为直角。
- (4)、三角形一边的中线等于这边的一半，则这个三角形为直角三角形。
- (5)、三角形一边的平方等于其他两边的平方和，则这边所对的内角为直角。
- (6)、三角形（或多边形）一边上的高垂直于这边。
- (7)、等腰三角形的顶角平分线（或底边上的中线）垂直于底边。
- (8)、矩形的两邻边互相垂直。
- (9)、菱形的对角线互相垂直。
- (10)、平分弦（非直径）的直径垂直于这条弦，或平分弦所对的弧的直径垂直于这条弦。
- (11)、半圆或直径所对的圆周角是直角。
- (12)、圆的切线垂直于过切点的半径。
- (13)、相交两圆的连心线垂直于两圆的公共弦。

六、证明线段的比例式或等积式的主要依据和方法

- 1、比例线段的定义。
- 2、平行线分线段成比例定理及推论。

3、平行于三角形的一边，并且和其他两边（或两边的延长线）相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例。

4、过分点作平行线；

5、相似三角形的对应高成比例，对应中线的比和对应角平分线的比都等于相似比。

6、相似三角形的周长的比等于相似比。

7、相似三角形的面积的比等于相似比的平方。

8、相似三角形的对应边成比例。

9、通过比例的性质推导。

10、用代数、三角方法进行计算。

11、借助等比或等线段代换。

七、几何作图

1、掌握最基本的五种尺规作图

(1)、作一条线段等于已知线段。

(2)、作一个角等于已知角。

(3)、平分已知角。

(4)、经过一点作已知直线的垂线。

(5)、作线段的垂直平分线。

2、掌握课本中各章要求的作图题

(1)、根据条件作任意的三角形、等要素那角性、直角三角形。

(2)、根据给出条件作一般四边形、平行四边形、矩形、菱形、正方形、梯形等。

(3)、作已知图形关于一点、一条直线对称的图形。

(4)、会作三角形的外接圆、内切圆。

(5)、平分已知弧。

(6)、作两条线段的比例中项。

(7)、作正三角形、正四边形、正六边形等。

八、几何计算

(一)、角度与弧度的计算

1、三角形和四边形的角的计算主要依据

(1)、三角形的内角和定理及推论。

(2)、四边形的内角和定理及推论。

(3)、圆内接四边形性质定理。

2、弧和相关的角的计算主要依据

(1)、圆心角的度数等于它所对的弧的度数。

(2)、圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半。

(3)、弦切角的度数等于所夹弧度数的一半。

3、多边形的角的计算主要依据

(1)、 n 边形的内角和 $= (n-2) \times 180^\circ$

(2)、正 n 边形的每一内角 $= (n-2) \times 180^\circ \div n$

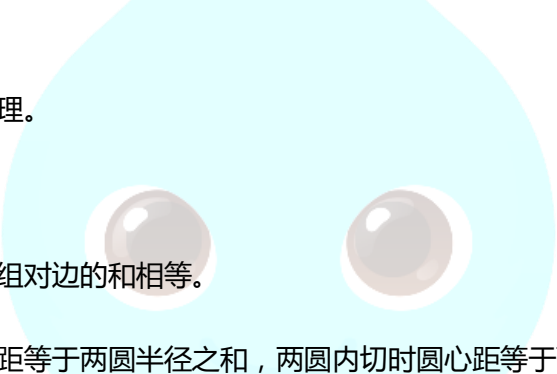
(3)、正 n 边形的任一外角等于各边所对的中心角且都等于

(二)、长度的

1、三角形、平行四边形和梯形的计算

用到的定理主要有三角形全等定理，中位线定理，等腰三角形、直角三角形、正三角形及各种平行四边形的性质等定理。关于梯形中线段计算主要依据梯形中位线定理及等腰梯形、直角梯形的性质定理等。

2、有关圆的线段计算的主要依据

- 
- (1)、切线长定理
 - (2)、圆切线的性质定理。
 - (3)、垂径定理。
 - (4)、圆外切四边形两组对边的和相等。
 - (5)、两圆外切时圆心距等于两圆半径之和，两圆内切时圆心距等于两半径之差。

3、直角三角形边的计算

直角三角形边长的计算应用最广，其理论依据主要是勾股定理和特殊角三角形的性质及锐角三角函数等。

4、成比例线段长度的求法

- (1)、平行线分线段成比例定理；
- (2)、相似形对应线段的比等于相似比；
- (3)、射影定理；
- (4)、相交弦定理及推论，切割线定理及推论；

(5)、正多边形的边和其他线段计算转化为特殊三角形。

三、图形面积的计算

1、四边形的面积公式

(1)、 $S_{\square ABCD} = a \cdot h$

(2)、 $S_{\text{菱形}} = 1/2 a \cdot b$ (a 、 b 为对角线)

(3)、 $S_{\text{梯形}} = 1/2 (a + b) \cdot h = m \cdot h$ (m 为中位线)

2、三角形的面积公式

(1)、 $S_{\triangle} = 1/2 \cdot a \cdot h$

(2)、 $S_{\triangle} = 1/2 \cdot P \cdot r$ (P 为三角形周长 , r 为三角形内切圆的半径)

3、 $S_{\text{正多边形}} = 1/2 \cdot P_n \cdot r_n = 1/2 \cdot n a_n \cdot r_n$

4、 $S_{\text{圆}} = \pi R^2$

5、 $S_{\text{扇形}} = n\pi = 1/2 LR$

6、 $S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇}} - S_{\triangle}$

九、证明两线段相等的方法

- (1)、利用全等三角形对应线段相等；
- (2)、利用等腰三角形性质；
- (3)、利用同一个三角形中等角对等边；
- (4)、利用线段垂直平分线；

-
- (5)、角平分线的性质；
 - (6)、利用轴对称的性质；
 - (7)、平行线等分线段定理；
 - (8)、平行四边形性质；
 - (9)、垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分这条弦所对的两条弧。

推论 1：平分一条弦所对的弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧。

- (10)、圆心角、弧、弦、弦心距的关系定理及推论；
- (11)、切线长定理。

十、证明弧相等的方法

- (1)、定义；同圆或等圆中，能够完全重合的两段弧。
- (2)、垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分这条弦所对的两条弧。

推论 1：①平分弦（不是直径）的直径垂直弦，并且平分弦所对的两条弧。

②垂直平分一条弦的直线，经过圆心，并且平分弦所对的两条弧。

③平分一条弦所对的弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧。

推论 2：两条平行弦所夹的弧相等

- (3)、圆心角、弧、圆周角之间度数关系；（圆心角 = 弧 = 2 圆周角）
- (4)、圆周角定理的推论 1；（同弧或等弧所对的圆周角相等，同圆或等圆中相等的圆周角所对的弧相等）

十一、切线小结

1、证明切线的三种方法：

(1)、定义——一个交点；

(2)、 $d=r$ ；（若一条直线到圆心的距离等于半径，则这条直线是圆的切线）



洋葱数学