

La vasque olympique de Paris



Figure – https://fr.wikipedia.org/wiki/Vasque_olympique_de_Paris

est suspendue à une sphère remplie d'hélium, d'un diamètre de 22 m. Sa moitié supérieure est garnie d'une résille de corde, c'est-à-dire, d'un ensemble de bouts de corde noués ensemble (comme un filet de pêche). Cette résille a la propriété suivante : tout point de l'hémisphère est situé à au plus 10 cm d'un bout de corde. On s'intéresse à la longueur de corde nécessaire pour réaliser la résille. La résille de la vasque semble diviser l'hémisphère approximativement en losanges, mais on pourrait s'y prendre autrement. Peut-on faire nettement mieux, i.e. proposer un autre modèle de résille qui utiliserait beaucoup moins de corde, tout en respectant la clause des 10 cm ?

Vitesse et polynômes

Sur l'autoroute A10, je prends un ticket au péage de Corzé près d'Angers, et je paie à la barrière de péage de Saint Arnoult en Yvelines, éloignée de 247 km. Si j'ai respecté la limite de vitesse de 130 km/h, il me faut au moins 1 h 54 min pour faire le trajet. Inversement, si j'ai mis davantage que 1 h 54 min, cela ne prouve pas que j'ai respecté la limite de vitesse !

Qu'en est-il si ma vitesse est une fonction polynômiale du temps ? Ou bien si ma vitesse est une fonction polynômiale de la distance parcourue ? Ou bien si mon accélération est une fonction polynômiale de la distance parcourue ?

Et si on remplace les polynômes par des polynômes trigonométriques de période 247 km ?



Figure – https://fr.wikipedia.org/wiki/P%C3%A9age_de_Saint-Arnoult

Doublons dans le triangle de Pascal

En France, on donne le nom de Triangle de Pascal à la figure suivante (qui est connue en Chine depuis le début de notre ère), où chaque nombre est la somme de deux de ses voisins : son voisin du dessus, et le voisin à gauche du voisin du dessus :

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & & & \\ & 1 & & 1 & & & \\ 1 & & 2 & & 1 & & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ 1 & & 5 & & 10 & & 5 & & 1 \\ 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 \end{array}$$
$$\binom{5}{2} = 10 = 4 + 6 = \binom{4}{1} + \binom{4}{2}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \\ 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 \end{array}$$

Tous les voisins de $\binom{5}{2}$

Il arrive que deux voisins aient même valeur (on voit une solution sur la figure). Quand exactement cela se produit-il ?

L'article <https://fr.wikipedia.org/wiki/Factorielle> indique comment étendre la fonction Factorielle des entiers naturels à tous les réels (et même les complexes). Cela permet-il de généraliser la question ?