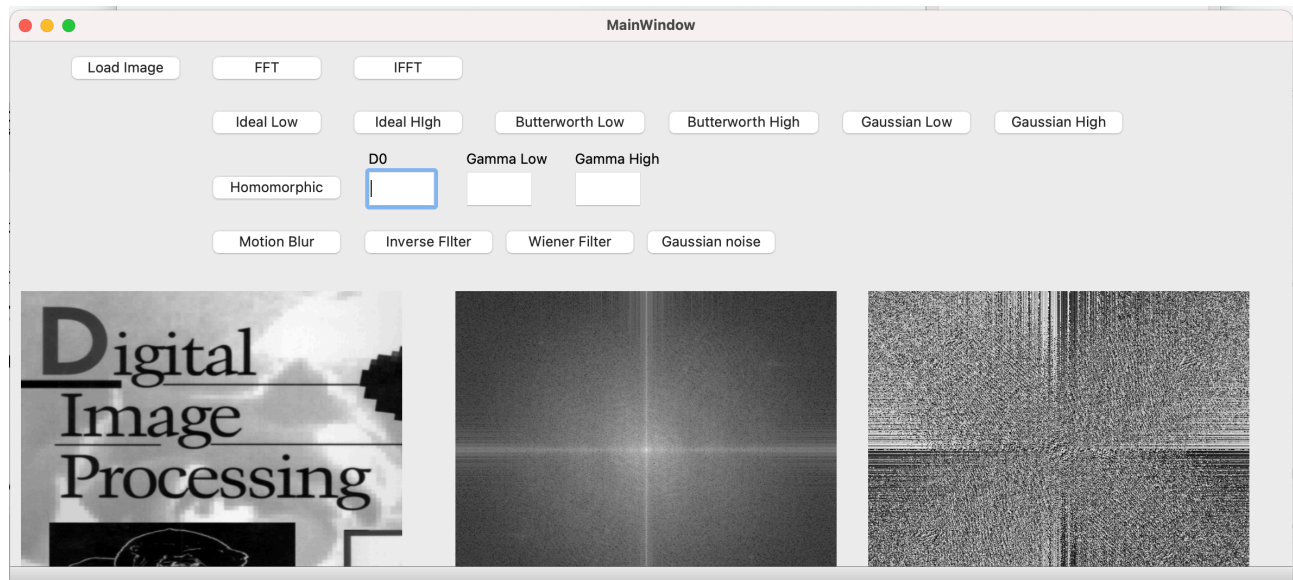
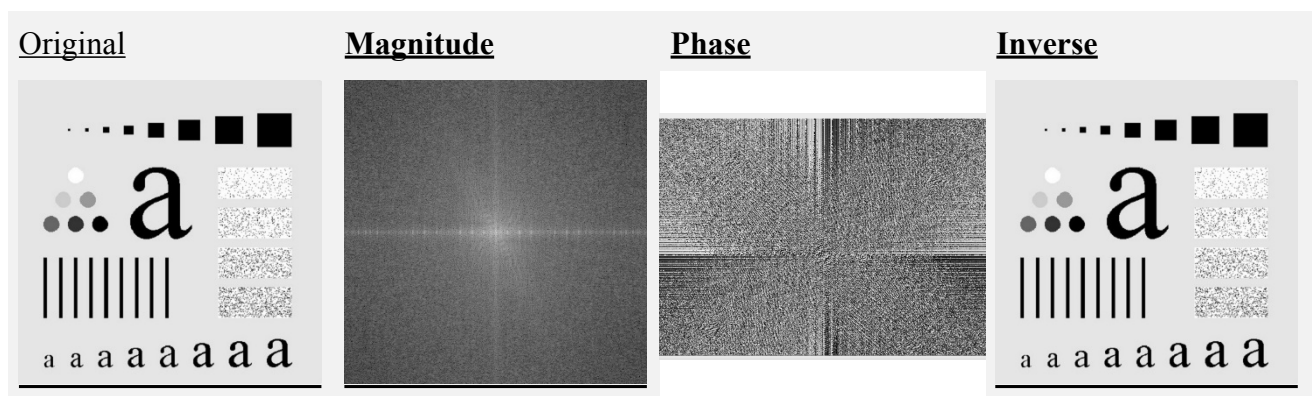


GUI介面圖：

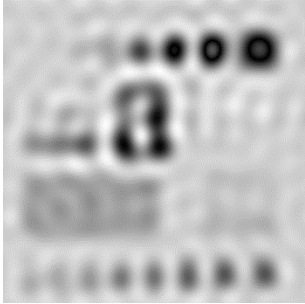
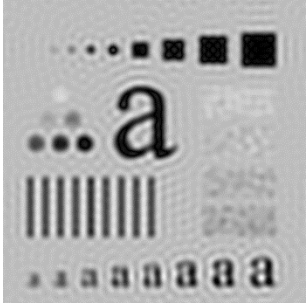
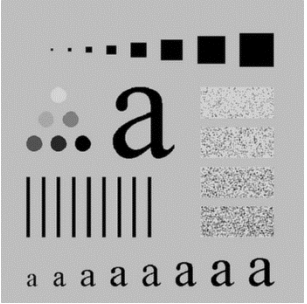
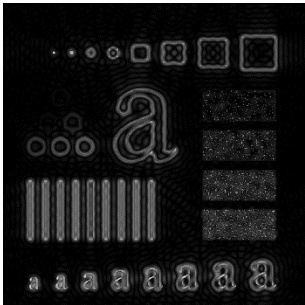
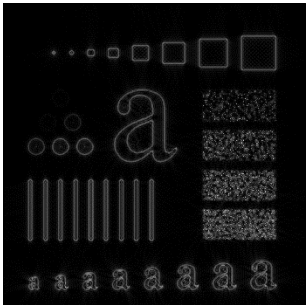
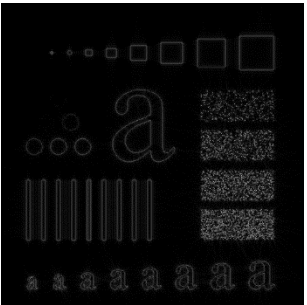
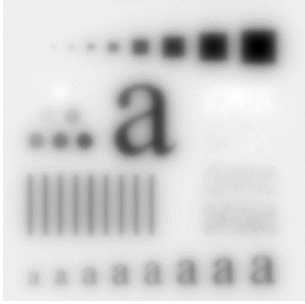
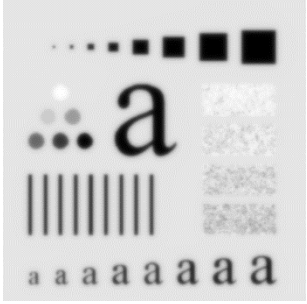
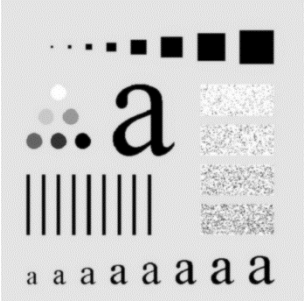
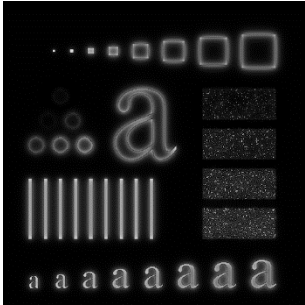
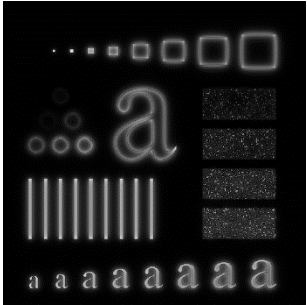
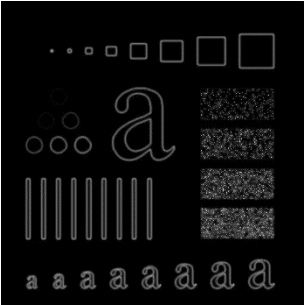


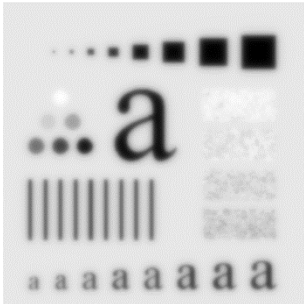
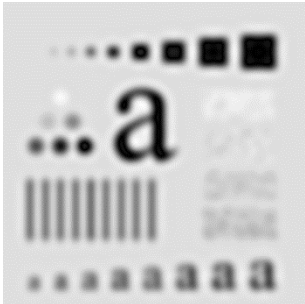
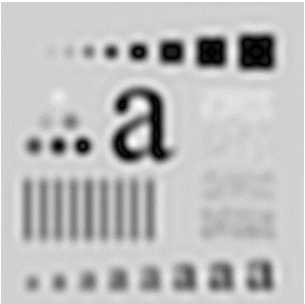
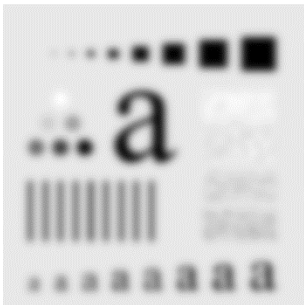
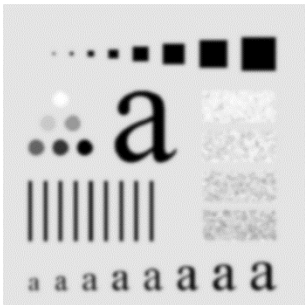
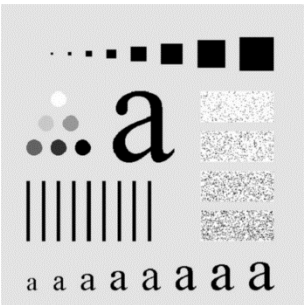
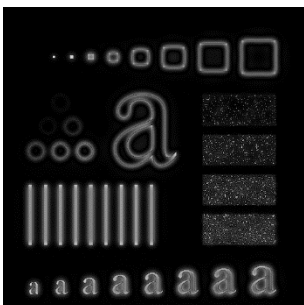
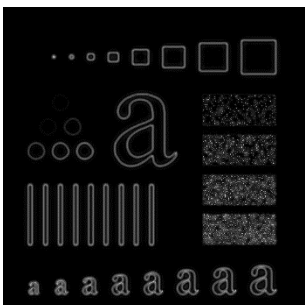
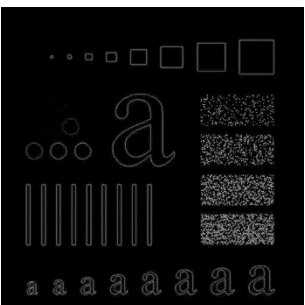
Part 1:



1. 轉換上使用np 內建的np.fft.fft2作為轉換，轉換上沒有在圖像周圍補零，而是直接使用np.fft.fftshift將fft的順序重新排列，使中心點為對稱點。
2. Magnitude使用np.abs獲得，Phase使用math.atan獲得實根跟虛根夾角
3. Inverse使用np.fft.ifft2轉換獲得，反轉換後的圖案與轉換前非常相似。
4. 使用fft與dft得差異在於fft的時間是 $O(n \log n)$ ，dft是 $O(n^2)$ ，因此時間上與照片的大小成 $n \log n$ 關聯正比

Part 2:

Ideal (低通)	D0 = 10 	D0 = 30 	D0 = 150 
Ideal (高通)	D0 = 30 	D0 = 80 	D0 = 150 
Butterworth (低通 n=1)	D0 = 10 	D0 = 30 	D0 = 100 
Butterworth (高通)	D0 = 20 	D0 = 50 	D0 = 100 

Butterworth (低通 $D_0 = 20$) (n不同)	n = 1 	n = 3 	n = 5 
Gaussian (低通)	$D_0 = 10$ 	$D_0 = 30$ 	$D_0 = 150$ 
Gaussian (高通)	$D_0 = 20$ 	$D_0 = 50$ 	$D_0 = 150$ 



1. 轉換方程式如下：

1.

Ideal	Butterworth	Gaussian
$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$	$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$	$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$

- High pass filter 在 D_0 越大， $H(u, v)$ 涵蓋的範圍越多，圖像越接近原圖，Low pass 則相反
- High pass 使邊緣輪廓清晰，Low pass 使整體變模糊
- 在相同的 D_0 下，圖片清晰度 Gaussian > Butterworth > Ideal

Part 3:

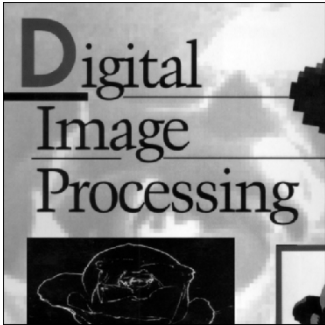

原圖	$\gamma_L=0.4 \quad \gamma_H=2.5 \quad D_0=2$
	

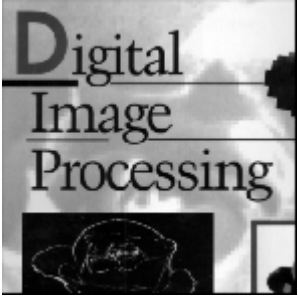




1. 轉換方程式如下：

$$H(u,v) = (\gamma_H - \gamma_L)[1 - e^{-c(D^2(u,v)/D_0^2)}] + \gamma_L$$

2. D_0 和第二部分的filter一樣，決定選取的頻段多寡， γ_L 決定低頻部分的顏色亮度，選擇較低的數值會讓紋路變化小，均勻的區塊顏色變暗， γ_H 決定高頻部分的顏色亮度，選擇較高的數值會讓邊緣輪廓更凸出，製造兩者對比。

Part 4:

原圖	motion blurred
	
inverse filter	Wiener filter

	
<p>Gaussian noise</p>	<p>Restore with inverse filter</p>
	
<p>Restore with Wiener filter</p>	
	

1. 轉換方程式如下圖所示:

1. **Motion Blur:**

$$H(u,v) = \frac{T}{\pi(ua+vb)} \sin[\pi(ua+vb)] e^{-j\pi(ua+vb)}$$

2. **Inverse** : 將模糊的相片作Laplace轉換後，除以上式的H

3. **Wiener** : 將模糊的相片作Laplace轉換後，除以下式

$$\left[\frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + K} \right],$$

2. 反轉換效果: 如果沒有雜訊，則兩者的反轉換效果接近，但是加上雜訊後，**Inverse**對雜訊非常敏感，會導致轉換結果不好，尤其是當雜訊的標準差很小時，相反的**Wiener**因為有修正向的緣故，反轉換後的效果明顯好於**Inverse**。