厦门大学《离散数学》期末试题

考试日期：2015.1　　信息学院自律督导部整理

自律督导部

一、命题逻辑(10 分)：某工厂有赵、钱、孙、李、周五位高级工程师。现要派他们中的一些人出国考察，选派方案要求：(1) 若赵去，钱也去；(2) 李、周两人中必有人去；(3) 钱、孙两人中去且仅去一人；(4) 孙、李两人同去或同不去；(5) 若周去，则赵、钱也同去。用主析取范式法给出选派方案。

二、谓词逻辑(12 分)：证明下述推理正确：有些病人相信所有的医生。但是病人都不相信骗子。所以，医生都不是骗子。 P q r s t

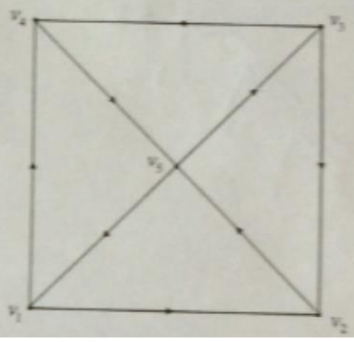
三、图的矩阵表示(14 分)： 1 1 0 0 1

(1) 给出右图所示有向图 D 的邻接矩阵 $A(D)$。(3 分)

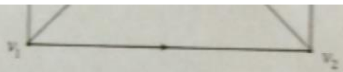
(2) D 中长为 4 的通路有多少条？其中有几条为回路？(4 分)

(3) 求 D 的可达矩阵 P。(4 分)

(4) 由 D 的可达矩阵判定 D 的连通性（即判断 D 是否是弱连通的、单向连通的、强连通的）。(3 分)



四、树（14 分）：



四、树（14 分）：

(1) 设 T 是一棵非平凡的树，且 T 的最大度 $\Delta(T) \geq k \geq 1$。证明 T 中至少有 k 片树叶。(7 分)

(2) 由 Huffman 算法给出一棵带权为 0.5, 1, 2, 3.5, 4, 5, 6.8, 7.2, 10 的最优 2 元树，并计算它的权。(7 分)

五、平面图（10 分）：设 G 为 6 阶 12 边的连通简单平面图，证明 G 的每个面的次数均为 3.

六、置换群与子群（16 分）：

.5/2（1）写出 4 元对称群 S_4；（8 分）　（2）列出 S_4 的所有循环子群。（8 分）　3.5 6.5

0.5 1

七、群与等价关系（12 分）：G 是群，$H \le G$。在 G 上定义二元关系 ~，$\forall a,b \in G$，$a \sim b \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$。

（1）证明 ~ 是 G 上的等价关系；　（6 分）

（2）证明 $a \in G$ 的等价类为 $[a] = Ha$，其中 $Ha = \{ha \mid h \in H\}$ 称为子群 H 在 G 中一个右陪集。（6 分）

八、格(12 分)：设 $<L, \wedge, \vee, ', 0, 1>$ 为布尔代数，$a, b \in L$。证明

（1）若 $a \vee b = 0$，则 $a = b = 0$；（2）若 $a \wedge b = 1$，则 $a = b = 1$；（3）$a \preceq b \Leftrightarrow b' \preceq a'$。