

Bayes 判别分析

张效嘉

军事医学科学院

计算原理:

(假定资料服从多元正态分布)

经检验总体协方差阵不等, 采用二次型 Bayes 判别函数

$$y_i = \ln q_i - \frac{1}{2} \ln |\hat{\Sigma}_i| - \frac{1}{2} \bar{x}_i' \hat{\Sigma}_i^{-1} \bar{x}_i + \bar{x}_i' \hat{\Sigma}_i^{-1} x - \frac{1}{2} x' \hat{\Sigma}_i^{-1} x$$
$$P_i = \frac{e^{y_i}}{\sum e^{y_i}}$$

其中:

q_i 为第 i 类的先验概率

$|\cdot|$ 为行列式

$\hat{\Sigma}_i$ 为第 i 类的协方差阵

\bar{x}_i 为第 i 类的均数向量

x 为样本向量

P_i 为第 i 类的后验概率

对于 B.sav 而言:

设 $x = \begin{pmatrix} Age \\ LVEF \\ Hb_admission \\ Crea_admission \end{pmatrix}$, 则:

$$y_1 = -73.29351867 + (0.728024557 \ 0.396950082 \ 4.196565063 \ 3.57748391)x + x' A_1 x$$

其中:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -0.003862786 & -0.000390584 & -0.005488587 & 0.001816839 \\ -0.000390584 & -0.002983087 & -0.001249395 & -0.003674252 \\ -0.005488587 & -0.001249395 & -0.12032878 & -0.061144175 \\ 0.001816839 & -0.003674252 & -0.061144175 & -0.807471763 \end{pmatrix}$$

$$y_0 = -88.08195922 + (0.697138753 \ 0.456113584 \ 6.53587965 \ 6.293272918)x + x' A_0 x$$

其中:

$$A_0 = \begin{pmatrix} -0.0036026 & -6.03278E-5 & -0.008689008 & 0.00562067 \\ -6.03278E-5 & -0.003989596 & -0.000139174 & -0.00639718 \\ -0.008689008 & -0.000139174 & -0.18757694 & -0.08512727 \\ 0.00562067 & -0.00639718 & -0.08512727 & -2.093419692 \end{pmatrix}$$

采用 Bayes 判别分析计算各患者 1 年内不良事件的发生后验概率 p1 和不发生后验概率 p2 公式如下：

$$p1 = \frac{e^{y_1}}{e^{y_0} + e^{y_1}}$$

$$p2=1-p1$$

Bayes 公式判别

计算原理：

$$P_i = \frac{q_i \prod_j P\{x_j(s)|y_i\}}{\sum_i q_i \prod_j P\{x_j(s)|y_i\}}$$

其中：

q_i 为第 i 类的先验概率

$P\{x_j(s)|y_i\}$ 为在患者被判为第 i 类的条件下第 j 个指标取值为 s 的概率

P_i 为第 i 类的后验概率

计算各患者 1 年内不良事件的发生后验概率 p3 和不发生后验概率 p4

以下面公式计算各患者一年内不良事件发生概率：

$$P = \frac{p1 \cdot \frac{p3}{q1}}{\frac{p1 \cdot p3}{q1} + \frac{p2 \cdot p4}{q2}}$$

（先验概率设为构成比，发生先验概率为 $q1$ ，不发生先验概率为 $q2$ ）