

【本文献信息】蒋留兵 杨昌昱 李卓伟 等. OFDM 和 MIMO 系统中的快速注水功率分配算法[J]. 电视技术 2014 38(15).

# OFDM 和 MIMO 系统中的快速注水功率分配算法

蒋留兵<sup>1</sup> 杨昌昱<sup>1</sup> 李卓伟<sup>2</sup> 韦洪浪<sup>1</sup> 许腾飞<sup>1</sup>

(1. 桂林电子科技大学 信息与通信学院 广西 桂林 541004; 2. 耐普罗有限公司 工程部 广东 深圳 518114)

【摘 要】针对传统注水算法需要进行复杂的搜索注水线计算的特点,提出了一种新的低计算复杂度的快速注水算法。在多信道无线通信系统中,注水算法是在给定功率下最大化系统容量的基本功率分配算法。通过对注水问题的分析,利用注水性质快速调整注水线从而移除了复杂的搜索注水线计算。仿真结果表明,与已有的算法相比,提出的算法节省了大量的计算时间。

【关键词】多信道无线通信系统; 容量最大化; 功率分配; 注水算法

【中图分类号】TN929.5

【文献标志码】A

## Power Allocation Based on Fast Water-filling for OFDM and MIMO

JIANG Liubing<sup>1</sup> YANG Changyu<sup>1</sup> LI Zhuowei<sup>2</sup> WEI Honglang<sup>1</sup> XU Tengfei<sup>1</sup>

(1. School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guangxi Guilin 541004, China;

2. Engineering Department Nipro plastics & metal products Co. Ltd, Guangdong Shenzhen 518114, China)

【Abstract】Because traditional water-filling algorithm need complicated calculation for searching water-level to overcome this problem, a new simple and fast water-filling algorithm is proposed. Water-filling is a fundamental power allocation mechanism for capacity maximization under a given total transmit power. Through analysis of water-filling problem, take advantage of properties of water-filling, agilely adjusting water-level instead of processing complex water-level searching process. Simulation results show that compared with existing algorithms, proposed algorithm run multiple times faster.

【Key words】multi-channel wireless communications; capacity maximization; power allocation; water-filling

随着人们对无线通信数据速率要求的不断提高,数据传输的带宽也越来越大。传统的单载波传输方案由于无线信道的频率选择性特性而需要非常高复杂度的均衡器而逐渐被淘汰。为了克服高速宽带信道单载波传输的频率选择性问题,人们把宽带信道分成许多个子信道,而且子信道的数量要足够多,这样在一定时间内,每个子信道可以看成是具有平坦频率特性的窄带信道。在多载波传输方案中,正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)和多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)被普遍认为是实现下一代宽带无线通信系统的一项关键技术。特别的,在频域上 OFDM 在多信道中使用相互正交的子载波,而单载波的 MIMO 也可以通过奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)等有效地把宽带信道平行分解为多个子信道<sup>[1]</sup>。

在实际的多信道无线通信系统中,每个子信道的频率选择性不同,具有不同的传输能力,若按照传统做法固定地给每个子信道分配相同功率,则会造成系统资源的浪费,严重时甚至会造成系统传输错误。因此,根据信道情况自适应地为每个子信道分配不同的功率,可以使得系统性能达到最佳<sup>[2]</sup>。

在给定的总传输功率下,怎样进行功率分配是实现

系统容量最大化的一项关键任务。在实际问题中还要注意,由于实际信道是时变的,功率分配算法必须要在足够短的时间内计算完成,这样才能适应信道环境的快速变化,因此,快速灵活的功率分配算法显得至关重要。

注水(Water-Filling)算法是多信道无线通信系统中求解容量最大化问题中的一种经典算法。传统的注水算法需要进行复杂的搜索注水线(Water-level)计算,消耗了较长的计算时间。本文提出了一种简单快速的注水求解算法,在本文算法中,通过快速调整注水线从而移除了较为复杂的搜索注水线计算。仿真证明,相比前人的算法,提出的算法节省了大量的计算时间。

## 1 已有的注水求解算法

在文献[3-5]中,先通过求得正确的注水线,然后再用式(6)来计算 $p_n$ ,从而求得问题式(3)~式(5)的解(公式见下文)。在文献[3]中,通过迭代公式按照一定的步长求解注水线。在文献[4]中,通过先弃用信噪比不理想的子信道,然后对剩余子信道按照公式计算注水线。在文献[5]中,通过二进制迭代搜索,每次迭代,注水线存在区间就缩小一半,从而逐步逼近正确的注水线。

基金项目: 国家自然科学基金项目(61162007); 广西自然科学基金项目(2013GXNSFAA019323; 2013GXNSFAA019329)

## 2 注水原理

考虑分成  $N$  个子信道的多信道无线通信系统, 每个子信道的带宽为  $\Delta B$ , 则根据香农定理, 第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 个子信道的信道容量为

$$C(n) = \Delta B \log_2 \left( 1 + |H_n|^2 \frac{P_n}{N_0} \right) \quad (1)$$

式中:  $|H_n|$ ,  $P_n$ ,  $N_0$  分别表示第  $n$  个子信道的频率响应、传输功率、噪声变量。则总的系统容量为每个子信道容量的和, 即

$$C = \sum_{n=1}^N C(n) \quad (2)$$

如果  $N$  足够大, 相对于相应的总带宽  $\Delta B$  就足够小, 则对于子信道  $n$  来说,  $|H_n|$  就可以视为常量。换句话说, 每个子信道的信噪比  $SNR$  近似为常量。已知每个子信道的  $SNR$ , 可以分配不同的功率到不同的子信道, 以达到系统容量最大化的目的。换句话说, 系统容量最大化问题可以用公式表示为

$$\begin{aligned} \max_{p_1, \dots, p_N} \sum_{n=1}^N C(n) &= \sum_{n=1}^N \Delta B \log_2 \left( 1 + \frac{|H_n|^2 P_n}{N_0} \right) \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{n=1}^N P_n = P_T \\ P_n \geq 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N) \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $P_T$  表示可分配的系统总功率。应用拉格朗日乘子法, 可以解得

$$\begin{aligned} p_n^* &= \left( \frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{g_n} \right)^+ = \\ &\begin{cases} \frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{g_n} & \frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{g_n} \geq 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $\lambda$  是满足功率限制条件的拉格朗日乘子;  $\frac{\Delta B}{\lambda \ln 2}$  称为注水线;  $g_n = \frac{|H_n|^2}{N_0}$ 。

## 3 本文提出的快速注水算法

### 3.1 注水性

注意到根据注水原理, 每个可用的子载波的注水线高度都是一样的。利用这一点可以快速调整注水线而不用进行较为复杂的搜索注水线计算。

先不考虑约束式(3), 则

$$p_n = \frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{g_n} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

变形为

$$\frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} = p_n + \frac{1}{g_n} \quad (6)$$

因为式(6)满足式(3)中的条件1, 有

$$\frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left( p_n + \frac{1}{g_n} \right) = \frac{1}{N} \left( P_T + \sum_{n=1}^N \frac{1}{g_n} \right) \quad (7)$$

代入式(6), 得

$$p_n = \frac{1}{N} \left( P_T + \sum_{n=1}^N \frac{1}{g_n} \right) - \frac{1}{g_n} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

快速调整注水线算法如图1所示, 首先, 按照  $p_n$  从大到小进行降序排列。其中, 注水线  $\mu = \frac{\Delta B}{\lambda \ln 2} =$

$\frac{1}{N} \left( P_T + \sum_{n=1}^N \frac{1}{g_n} \right)$ 。把子信道分成  $A$ ,  $B$  两个部分,  $A$  表示式(5)中大于等于0的  $p_n$  的集合, 即  $A = \{p_n | \mu \geq \frac{1}{g_n}\}$ ,  $B$  表示式(5)中小于0的  $p_n$  的集合, 即  $B = \{p_n | \mu < \frac{1}{g_n}\}$ 。

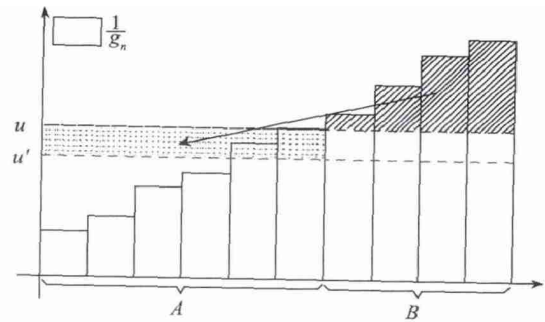


图1 快速注水线调整

则新的注水线为

$$\mu' = \mu - \frac{\sum_{n \in B} \left( \frac{1}{g_n} - \mu \right)}{|A|} \quad (9)$$

式中:  $|A|$  表示求集合  $A$  中元素的个数, 即  $A$  中子信道的个数。

证明: 假设  $B$  中所有  $p_n$  的和为  $-\Delta$ , 其中  $\Delta > 0$ , 则  $\Delta = \sum_{n \in B} \left( \frac{1}{g_n} - \mu \right)$ 。因为  $p_n < 0$ , 所以这部分子信道最终分配的功率为0, 即需要加上  $\Delta$  才能使得  $B$  中所有  $p_n = 0$ 。而为了使总功率  $P_T$  保持不变,  $A$  中的功率和必须减去  $\Delta$ 。注意到每个子信道注水线的高度都是相同的, 所以减去功率平均分配到  $A$  中的每个子信道, 即  $\mu$  必须下降

$\frac{\Delta}{|A|}$ , 所以  $\mu' = \mu - \frac{\sum_{n \in B} \left( \frac{1}{g_n} - \mu \right)}{|A|}$ 。证毕。

$$p'_n = \mu' - \frac{1}{g_n} = p_n - \frac{\sum_{n \in B} \left( \frac{1}{g_n} - \mu \right)}{|A|} \quad (10)$$

调整一次以后,  $B$  中  $\forall p_n = 0$ , 但并不能保证  $A$  中  $\forall p_n \geq 0$ 。因此, 该调整过程需要重复进行, 直到所有  $p_n \geq 0$ 。

### 3.2 快速注水算法步骤

根据上面的分析, 本文提出的快速注水算法步骤为:

1) 初始化: 根据式 (8) 计算出  $p_n$  初值, 并按降序排列, 初始化为集合  $A$ 。

2) 从  $A$  中最小的  $p_n$  开始, 把小于 0 的  $p_n$  分成集合  $B$ , 即  $B = \{p_n | p_n < 0\}$ 。

3) 求出  $B$  中所有  $p_n$  和, 然后算出  $\varepsilon\Delta = \frac{-\sum_{n \in B} p_n}{|A|}$ 。

4)  $B$  中的  $p_n$  设为 0,  $A$  中的  $p_n$  调整为  $p'_n = p_n - \varepsilon\Delta$ 。

5) 如果  $A$  中的  $p_n$  都大于等于 0, 把  $p_n$  排列回原来的顺序, 然后返回结束, 则  $p_n$  为所求的分配功率。如果  $A$  中存在小于 0 的  $p_n$ , 则跳到步骤 2), 直到所有的  $p_n$  小于等于 0。

## 4 仿真结果

在本节中, 使用 MATLAB 7.8.0 对不同算法的性能进行了仿真比较。为了同时对 OFDM 和 MIMO 两种情况进行考虑<sup>[8]</sup>, 通过下面的方法产生  $H_n$  ( $n = 0, 1, \dots, N$ )。首先, 生成每个元素符合独立同分布参数为 1 的瑞利分布的 CSI (Channel State Information) 矩阵  $H$ 。然后, 对矩阵  $H^T H$  进行奇异值分解,  $H_n$  为  $H^T H$  奇异值的集合。仿真中, 为了不失一般性,  $N_0$  设为 1,  $BER = 10^{-3}$ ,  $SNR_{AVE} = 10 \lg(P_T/N)$ , 频谱效率 =  $C/N$ , 每次仿真运行 10 万次。

首先, 图 2、图 3 比较不同注水算法的性能, 其中, 频谱利用率定义为单位带宽容量, 平均信噪比可写为  $P_T/(N \cdot N_0)$ 。从图 2 可以看出本文提出的注水算法与文献 [4-5] 中注水算法具有相同的频谱利用率, 而文献 [3] 中的注水算法性能稍差。

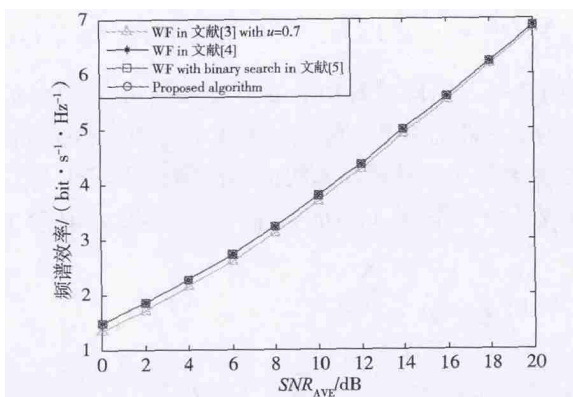


图 2 不同注水算法频谱利用率比较

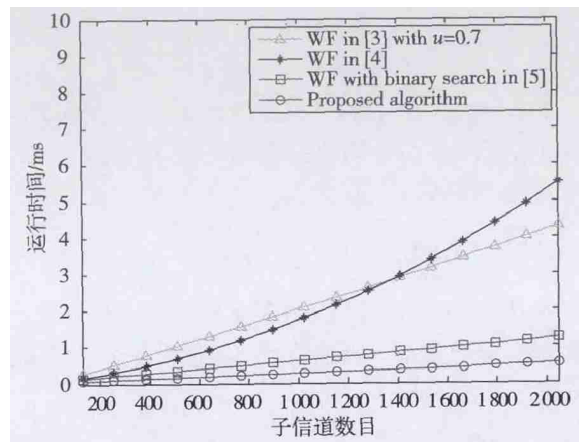


图 3 不同注水算法耗时比较

图 3 比较了不同注水算法的运行时间, 其中, 平均信噪比设为 0 dB。从图 3 可以看出, 本文提出的快速注水算法比文献 [5] 中的二进制搜索注水算法快约 3 倍, 比文献 [3] 中的迭代注水算法快约 6~7 倍, 比文献 [4] 中的注水算法快约 3~15 倍。

## 5 结论

对于 OFDM 和 MIMO 多信道无线通信系统中的容量最大化问题, 本文提出了一种简单快速的注水算法, 通过快速调整注水线从而移除了较为复杂的搜索注水线计算。仿真表明, 相比已有的算法, 本文提出的算法节省了大量的计算时间。

### 参考文献:

- [1] CHO Y S, KIM J, YANG W Y, et al. MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB[M]. [S. l.]: Wiley Press, 2010: 263-270.
- [2] WANG F, LIU Z. Adaptive water-filling power control for wireless communications networks[J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(10): 737-739.
- [3] JANG J, LEE K B, LEE Y H. Transmit power and bit allocations for OFDM systems in a fading channel[C]//Proc. IEEE GLOBECOM. [S. l.]: IEEE Press, 2003: 858-862.
- [4] PALOMAR D P, FONOLLOSA J R. Practical algorithms for a family of water-filling solutions[J]. IEEE Trans. Signal Process, 2005, 53(2): 686-695.
- [5] SON K, JUNG B C, CHONG S, et al. Power allocation for OFDM-based cognitive radio systems under outage constraints[C]//Proc. IEEE International Conference on Communications. [S. l.]: IEEE Press, 2010: 1-5.
- [6] MA Y H, XU Y Y, WANG J L. An efficient transmit power and bit rate allocation algorithm for OFDM based cognitive radio systems[J]. IEICE Trans. Communications, 2011(1): 302-306.

(下转第 202 页)

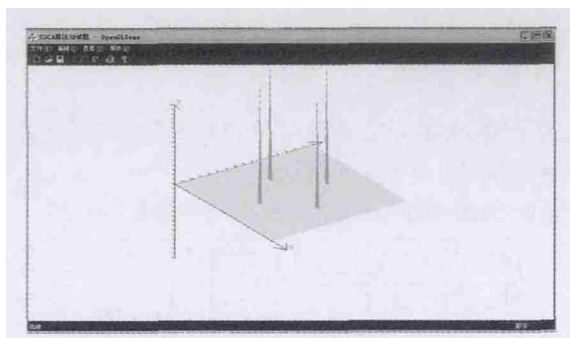


图7 FPGA实现余弦信号循环谱(截图)

通过实验表明,提出的算法检测概率明显优于传统算法,信号检测概率如图8所示。

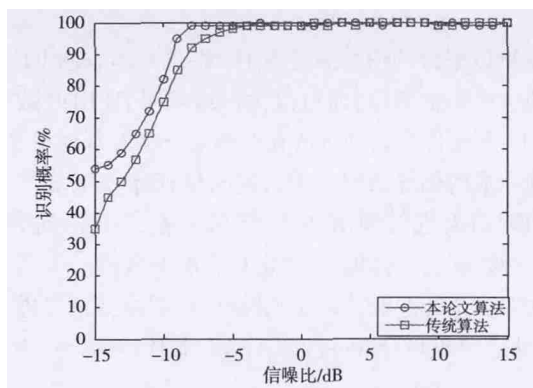


图8 不同信噪比情况下的识别概率

由图8可以看出,在实际应用中,由于截断效应的存在,在 $-15\text{ dB}$ 下,传统算法<sup>[4]</sup>理论上识别概率可以达到92%,但是实际工程应用中,信噪比为 $-7\text{ dB}$ 时,识别概率就衰减到90%,主要原因:1)数据存储是有限的并非双精度类型;2)在每次数学运算后,都需要对结果进行四舍五入运算。而采用新算法在 $-7\text{ dB}$ 时,识别概率仍高达99%,但是随着信噪比的降低,两种算法的识别概率都在下降,与理论是一致的。从图8可以看到,与传统算法相比,新算法在较低的信噪比情况下仍可以保持较高的识别率。

## 4 结论

本论文主要研究了循环谱估计算法中的SSCA高效

算法,与传统MATLAB测试平台相比,本文使用FPGA搭建硬件测试系统,在已有的对称性搜索策略中,提出了一种新的频谱判决方法,解决了由于硬件实现过程中截断效应造成的误判问题,新的频谱判决方法在较低的信噪比情况下,仍可以保持较高的准确性,对循环谱在工程上的使用具有一定的参考价值。

## 参考文献:

- [1] 郭伟涛,王华力,甘泉. 基于TS201S的分段谱相关算SSCA的实现[J]. 军事通信技术,2011,32(1): 60-64.
- [2] 高玉龙,张中兆. 基于NiosII的SSCA算法实现[J]. 电子技术应用,2007(4): 92-94.
- [3] 高玉龙,张中兆. SSCA算法改进及实现[J]. 哈尔滨工业大学学报,2008,40(9): 1374-1377.
- [4] 高玉龙,陈艳平,管修攀,等. 基于循环谱对称性的频谱感知算法[J]. 通信学报,2011,32(11): 21-26.
- [5] GARDNER W A, NAPOLITANO A, PAURA L. Cyclostationarity: half a century of research[J]. Signal Processing, 2006(86): 639-697.
- [6] BROWN W A, LOOMIS H H. Digital implementations of spectral correlation analyzers[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1993, 41(2): 703-720.
- [7] SHEN L, WANG H Q, ZHANG W, et al. Blind spectrum sensing for cognitive radio channels with noise uncertainty[J]. IEEE Trans. Wireless Communications, 2011, 10(6): 1721-1724.
- [8] LUNDEN J, KASSAM S A, KOIVUNEN V. Robust nonparametric cyclic correlation-based spectrum sensing for cognitive radio[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2010, 58(5): 38-52.
- [9] 张昊晔,包志华. 基于循环平稳特征的频谱检测[J]. 通信技术,2010,43(9): 41-47.
- [10] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社,1998.
- [11] 黄知涛,周一宇,姜文利. 循环平稳信号处理与应用[M]. 北京: 科学出版社,2006.

## 作者简介:

徐晨(1960—),博士生导师,教授,主研通信系统及其芯片设计。

责任编辑:薛京

收稿日期:2013-12-26

(上接第180页)

- [7] QI Q L, ANDREW M, YANG Y Q. An efficient water-filling algorithm for power allocation in OFDM-based cognitive radio systems[C]//Proc. International Conference on Systems and Informatics. [S. l.]: IEEE Press, 2012: 2069-2073.
- [8] LUO F Y, YE Y, WU B, et al. Power allocation based on fast water-filling for energy efficient OFDM and MIMO transmissions[C]//Proc. IEEE GLOBECOM. [S. l.]: IEEE Press, 2012: 4980-4985.
- [9] WANG L J. An improved water-filling power allocation method in MIMO

OFDM systems[J]. Information Technology Journal, 2011, 10(3): 639-647.

## 作者简介:

蒋留兵(1973—),硕士,副教授,主研自适应信号处理、雷达信号处理。

责任编辑:薛京

收稿日期:2014-01-26