Problem A. GDUT 欢迎你

签到题，按题意模拟即可。

Problem B. 月赛评测系统

对于至少需要多少台评测机，可以采用贪心策略，即先把程序分配给同时评测程序数量多的评测机。因此，先将数组 a 从大到小进行排序，再遍历数组找到最小的 m 使得 $\sum_{i=1}^{m} a_i \geq x$ ，然后输出 m 即可。

对于最多可以分配给多少台评测机，直接输出 $\min(n, x)$ 即可。

时间复杂度 $O(n \log n)$。

Problem C. 冰上迷宫

签到题。可以直接从起点处 BFS，标记已经去过的地方，过程中检查是否能去到终点。注意，因为终点是碎冰，所以需要特判，不要不小心漏过去了。时间复杂度 $O(nm)$。

Problem D. 琪露诺的无尽加法

容易发现，一共只有两种情况可以达到无穷大，即任意一个操作内永远循环，或两个操作交替循环。其他的无穷大情况可以直接通过这两种操作进行复合表示，因此我们直接分类讨论然后输出答案即可。特别地，可以直接写一个简单的搜索就可以避免繁杂的讨论，在操作次数大于 3 次时直接退出然后报告可以达到无穷大即可。时间复杂度 $O(T)$。

为什么最大次数是 3 次呢？我们来思考如果不能构成无限，则最多可以走多少步：

首先若 $x \mid p$ 且 $x \mid (p+a)$，则说明 $x \mid a$，此时显然 $x \mid (p+ak)$，可以无限，$y \mid p$ 同理；

因此 $n \to n+a \to n+2a$ 会构成无限，故只能走 $n \to n+a \to n+a+b$，同时注意到 $n+a \to n+a+b \to n+a+b+b$ 也会构成无限，因而只有 $n \to n+a \to n+a+b \to n+a+b+a \to ...$ 的“反复横跳”结构才能走得更远。

分析 $n \to n+a \to n+a+b \to n+a+b+a$ 中的 $n \to n+a$ 和 $n+a+b \to n+a+b+a$ 两次操作，这两次操作都成立的前提是 $x \mid n$ 且 $x \mid (n+a+b)$，此时 $x \mid (a+b)$，同理若操作步数到达 4 有 $y \mid (a+b)$，此时 $x \mid n+(a+b)k$ 且 $y \mid n+a+(a+b)k$ 构成无限，故操作步数达到 4 时必定无限，若不能构成无限则最多只能走 3 步。

Problem E. 货运难题

容易发现，答案具有单调性，因为如果 X 是符合条件的，那么 $X+1$ 也必然符合条件。因此我们直接对 X 进行二分答案，然后线性模拟进行检查即可。时间复杂度 $O(n \log V)$，其中 V 是答案的值域。

Problem F. 黑神话·广智

本题是简单的线性dp。

设 $f[i]$ 为让广智剩余 i 点血量所需要的最小气力，$f[hp]=0$，则从 n 到 0 降序遍历 i，有转移方程：

$$f[\max(0,i-b)]=\min(f[\max(0,i-b)],f[i]+a)$$

$$f[\max(0,i-d)]=\min(f[\max(0,i-d)],f[i]+c)$$

$$f[\max(0,i-4b-d-k_{i-4b})]=\min(f[\max(0,i-4b-d-k_{i-4b})],f[i]+4a+c)$$

其中第三条方程仅在 $i-4b>0$ 时进行转移。

时间复杂度 $O(n)$。

Problem G. 梦境历险记

先查询一次，记录下第一次每种种类的物品有几个，然后不断查询，直到有一个种类的物品数比原来大。那么当前抱脸虫一定在这一些物品中。接下来我们移除所有非这种种类的物品，然后再一直查询，直到抱脸虫变成了其他种类的物品，此时回答答案即可。容易发现这样操作询问次数一定不大于 7。

Problem H. 小 P 爱构造

注意到，方案的可行性具有单调性，所以对于每个 n 都有一个最大的 K ，使得 $k\le K$ 时存在符合条件的排列。

如果 $k=\lfloor\frac{n}{2}\rfloor+1$ ，那么对于 $x=\lceil\frac{n}{2}\rceil$ 的数，将无法找到一个数与它的差绝对值不小于 k ，即无法满足题目条件，因此 $K\le\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$。

注意到，当 $k=\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$ 时，我们总是可以通过下方方式构造出一个解，所以 $K=\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$。

因此只需构造出任意相邻的两个数之差的绝对值不小于 K 的排列，并在 $k\le K$ 时输出即可。

构造方法如下：

令 $a_1=\lfloor\frac{n+1}{2}\rfloor$ ，$a_2=1$ ，$a_i=a_{i-2}+1$ ，$i\ge 3$ ，即可构造出一个满足条件的排列。

可以看出这种构造方式总是可以构造出一个满足条件的排列。时间复杂度 $O(n)$。

Problem I. 绳匠的苦恼

对于每一个询问，直接求解每次询问的复杂度是 $O(n^2)$ ，考虑优化。

我们做一次前缀和，记 $f[i]$ 为 a 的 1 到 i 的前缀和，特别地 $f[0]=0$，则可以把原式转化为

$$S(l,r)=\sum_{k=0}^{\lfloor\frac{r-l}{2}\rfloor} f[r-k]-f[l+k-1]$$

此时每次求解复杂度为 $O(n)$，但这仍然不够。

继续观察式子，如果我们展开求和，记 $lmid=\lfloor\frac{l+r-1}{2}\rfloor$，$rmid=\lfloor\frac{l+r}{2}\rfloor$，可以发现式子可以化为

$$S(l,r)=\sum_{i=rmid}^{r} f[i]-\sum_{i=l-1}^{lmid} f[i]$$

于是，我们可以再进行一次前缀和进行优化。

记 $g[i]$ 为 f 的 1 到 i 的前缀和，特别地 $g[0]=0$，则可以把原式转化为

$$S(l,r)=(g[r]-g[rmid-1])-(g[lmid]-g[l-2])$$

注意 $l-2$ 可能为 -1 造成越界，可能要特判防止越界。（还是左闭右开的前缀和好用

此时我们已经可以 $O(1)$ 回答每个询问。

时间复杂度 $O(n+q)$。

Problem J. 图与传送

考虑使用最短路算法。和传统最短路不同的点在于，本题需要额外增加一个排序关键字传送次数。我们选择第一关键字为距离，第二关键字为传送次数，即可进行 Dijkstra。容易证明，使用 Dijkstra 的贪心思想依然是正确的。时间复杂度 $O(n\log n)$。

Problem K. It's CZY Go !!!

注意到每一次指令的执行，相等于对某个队列入队若干次，再出队若干次，这个过程是固定的。因此只要第一次执行 m 条指令是合法的，后面也都是合法的。且我们每个 var 的取值只与最后一次重复执行有关。

于是我们可以处理出每个队列在执行一遍 m 条指令后入队的元素有什么，然后快速计算出执行 $q-1$ 次后，一共出队了多少次，然后用取模运算找到当前的队头。

对于最后一次的重复执行直接模拟即可，时间复杂度 $O(n+m)$。

Problem L. 序列起爆

思考过程

不妨先假设 $k=1$，我们可以发现答案可以转化为乘积的形式。

手玩一下发现乘积形式可以继续向后推广。

对于证明使用数学归纳法即可。

引理

我们先证明一个引理：

引理 1: 对于任意序列 A，有

$$\sum_{S\subseteq A}\prod_{x\in S}x=\prod_{x\in A}(x+1)$$

我们考虑组合意义，可以发现本质上是枚举每个数的选与不选，然后求积。选取 x 对应于乘上 x，不选取 x 对应于乘上 1。容易发现展开后的结果就是所有选取的情况的乘积之和。这个证明类似于约数个数定理的证明。

推论 1: 对于任意序列 A 和常数 C，有

$$\sum_{S\subseteq A}\prod_{x\in S}(x+C)=\prod_{x\in A}(x+C+1)$$

我们可以通过置换每一个元素为 $x+C$ 来证明。

解法

施归纳于

$$F(A,k)=\prod_{x\in A}(x+k)$$

考虑 $k=0$ 的情况，此时是平凡的。

则对于 $k=0$ 的情况成立。

考虑 $k>0$ 的情况，若对于任意的 $k-1$，有

$$F(A,k-1)=\prod_{x\in A}(x+k-1)$$

成立，则对于任意的 k，由推论 1，我们有

$$F(A,k)=\sum_{S\subseteq A}F(S,k-1)=\sum_{S\subseteq A}\prod_{x\in S}(x+k-1)=\prod_{x\in A}(x+k)$$

故原式得证。

故此题答案我们直接将每个元素加上 k 然后求积即可，时间复杂度 $O(n)$。

Problem M. 憧憬成为珂朵莉树高手

考虑使用线段树维护，区间赋值可以使用懒标记优化。对于第一个查询，我们维护每个区间的左右端点颜色和区间内颜色段数量，合并时如果拼接处颜色相同，则颜色段数量减 1。对于第二个查询，我们可以维护每个区间的颜色段长度最大值，以及左右端点颜色段的长度，同样的在合并时如果拼接处颜色相同，颜色段长度最大值和拼成的新颜色段长度取个 max 即可。时间复杂度 $O((n+q)\log n)$。