

Laboratorio de control

Diseño de controladores PI y PID por lugar de las raíces y respuesta en frecuencia.

Yorguin Mantilla, Santiago Carmona, Mauricio Duque

Departamento de Ingeniería Electrónica
Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia

yorguinj.mantilla@udea.edu.co, santiago.carmonab@udea.edu.co, mauricio.duqueq@udea.edu.co

Resumen – Se recopilan los resultados obtenidos durante el proceso de diseño de un controlador PI usando el método de lugar de las raíces LR y otro PID por medio del método de respuesta en frecuencia BODE, esto para un sistema neumático partiendo desde los modelos de primer y segundo orden de la planta a controlar, ambos controladores se diseñaron buscando cumplir con ciertos requerimientos dados de tiempo de estabilización, sobrenivel porcentual, además de un cierto valor de tolerancia para error en estado estable ante una manera deseada teniendo como entrada una excitación escalón.

Palabras clave – modelo, orden, control, dinámico, error, polos, tiempo muerto, estabilidad, PI, PID

I. INTRODUCCIÓN

El fin con el cual se diseña un controlador para una planta es el de llevar la respuesta de esta a un estado estable deseado en el menor tiempo posible, esto tomando en cuenta que dadas las condiciones físicas del sistema que se desea controlar las respuestas no pueden ser instantáneas, se debe ser realista y tomar en cuenta que cada planta tiene características propias, además se deben tener en cuenta las perturbaciones en el sistema.

El controlador PI se trabajó con un modelo de planta de primer orden obtenido a partir del método $\frac{1}{4} \frac{3}{4}$ de alfaro. Los parámetros se hallan en base al método del lugar de las raíces, el cual es un método gráfico que pretende rediseñar el lugar de las raíces original de la planta al momento de añadir un polo en el origen y un cero que serán los del controlador. La idea consiste en trabajar con la función de transferencia en lazo abierto del sistema, el cual se va alterando por los parámetros PI en busca de que, el lugar de las raíces pase por los polos de red cerrada deseados para que la respuesta del sistema ante cierta entrada cumpla con las características de diseño.

El controlador PID se trabajó con un modelo de planta de segundo orden obtenido a partir del método Stark. Los parámetros se hallan en base con la respuesta en frecuencia que muestran los diagramas de Bode. Donde a partir de un diagrama base de bode para el controlador, se encuentran los parámetros que cumplan las características deseadas.

II. PROCEDIMIENTO MATEMÁTICO

A. *Controlador PI:* En este controlador se emplean dos parámetros, uno proporcional y otro integrativo, el primero realiza una corrección instantánea del error y la integrativa lo realiza más lentamente llevando a cero teóricamente el error en estado estable.

La Función de transferencia del bloque de control PI responde a la ecuación:

$$G_c(s) = k_c \frac{t_i s + 1}{t_i s} \quad (1)$$

Donde k_c y t_i son parámetros que se pueden modificar según las necesidades del sistema. Si t_i es grande, la pendiente de la rampa, correspondiente al efecto integral será pequeña y, su efecto será atenuado, y viceversa.

El método primer orden seleccionado es $\frac{1}{4} \frac{3}{4}$ de alfaro cuya función de transferencia es:

$$G_p(s) = \frac{1.34 e^{-8.4s}}{78.2s + 1} \quad (2)$$

Para el diseño del controlador PI es posible despreciar el tiempo muerto que en este caso es de 8.4s, ya que es menos del 20% de la constante de tiempo del modelo que en este caso

es de 78.2s, se procede al diseño partiendo de la siguiente función de transferencia:

$$G_p(s) = \frac{1.34}{78.2s+1} \quad (3)$$

Con las funciones de transferencia ya mencionadas en las ecuaciones (1) y (3) se plantea un sistema de control realimentado como el que se muestra a continuación:

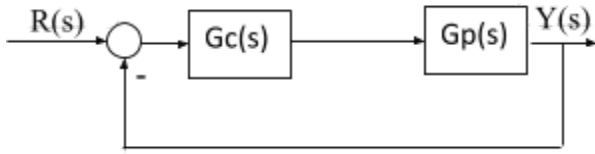


Fig 1. SC con realimentación unitaria

Partiendo de la función de transferencia general de un sistema de segundo orden, se puede decir que se tiene una función de transferencia deseada de la forma:

$$G_d(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4)$$

En el polinomio característico de la ecuación (4) se encuentran los parámetros ζ y ω_n los cuáles se relacionan con las condiciones a las cuáles se debe ajustar el diseño en cuanto a tiempo de estabilización y sobrenivel porcentual de la siguiente manera:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} < 120s \quad (5)$$

$$S_p = 100 e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 10\% \quad (6)$$

Partiendo de (5) y (6) se despejan ζ y ω_n y estos quedan dependiendo de las condiciones antes mencionadas de la siguiente manera:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{S_p}{100}\right)^2}{\pi^2 + \ln\left(\frac{S_p}{100}\right)^2}} \quad (7)$$

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} \quad (8)$$

Con las condiciones planteadas para S_p y t_s se calcula cuáles serán los valores de ζ y ω_n para de esta manera delimitar la zona en donde se puede ubicar el lugar de las raíces LR del sistema controlado.

$$\zeta > 0.5912 \quad (9)$$

$$\omega_n > 0.0564 \quad (10)$$

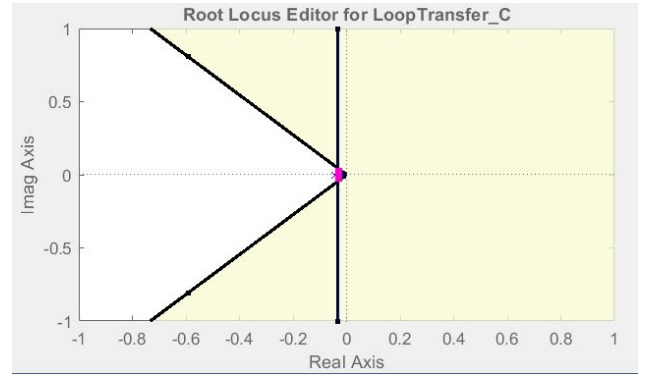


Fig 2. LR limitado según condiciones de diseño.

El area que se aprecia de color blanco a la izquierda del plano s mostrado en la figura 2 es la región factible donde se puede ubicar el lugar de las raíces del sistema de control realimentado formado por la planta mostrada en la ecuación (3) y el controlador que se va a diseñar. En la figura 3 se puede observar la ubicación del polo de la planta. Si compensamos el efecto de dicho polo con un cero cercano y a la izquierda de éste y además agregamos un polo arbitrario con las características transitorias deseadas obtendremos un controlador factible.

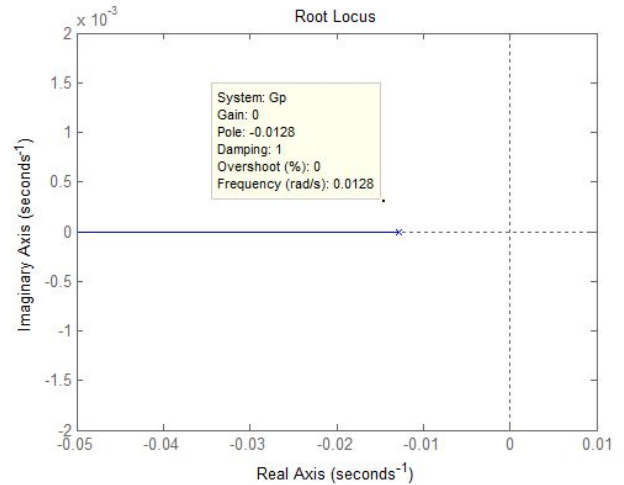


Fig 3. LR de la planta G(s).

Como se puede observar en la ecuación (1) del controlador se tiene un cero correspondiente a $(t_i s + 1)$. De esta manera al escoger t_i cercano a la constante de tiempo $\tau = 78.2$ del sistema podemos compensar el efecto de forma satisfactoria. Se escoge arbitrariamente $t_i = 82.11$. (un 5% mayor a τ).

En general un sistema de control realimentado se toma como una función de transferencia de avance $G(s)$ y una de realimentación $H(s)$, obteniendo un sistema de la forma:

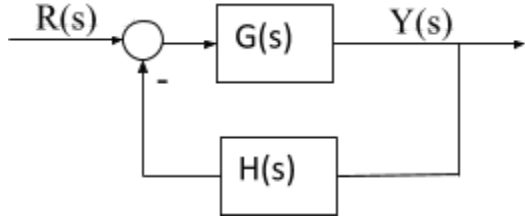


Fig 4. diagrama con función de avance y realimentación.

La función de transferencia para el sistema de la figura 4 es:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (11)$$

La ecuación característica del sistema mostrado en la ecuación (11) se obtiene al igualar su denominador a cero, llegando a:

$$G(s)H(s) = -1 \quad (12)$$

Dado que el producto de $G(s)H(s)$ es una cantidad compleja, la ecuación característica se divide en dos ecuaciones igualando, respectivamente, los ángulos y magnitudes de ambos lados, para obtener dos condiciones de la forma:

$$\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ(2k + 1) \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (13)$$

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad (14)$$

Los valores de s que cumplen tanto las condiciones de ángulo como las de magnitud son las raíces de la ecuación característica, o los polos en lazo cerrado. El lugar de las raíces es una gráfica de los puntos del plano complejo que sólo satisfacen la condición de ángulo. Las raíces de la ecuación característica (los polos en lazo cerrado) que corresponden a un valor específico de la ganancia se determinan a partir de la condición de magnitud.

Partiendo del polinomio característico de la ecuación (4) se despeja cuáles son sus raíces, es decir los polos de la función deseada y estos vienen dados por:

$$P_d = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{(\zeta^2 - 1)} \quad (15)$$

Con los valores planteados en las ecuaciones (9) y (10) se tiene un punto de partida para hallar los polos deseados con la ecuación (15), del sistema mostrado en la figura 1 y con base en las ecuaciones (1), (3) y (14) se tiene que se debe garantizar:

$$\left| \frac{k_p}{\tau s + 1} * \frac{k_c(t_i s + 1)}{t_i s} \right|_{P_d} = 1 \quad (16)$$

Se plantea que en la ecuación (16) debe evaluarse s en un polo complejo, esto debido a la naturaleza del valor de ζ mostrado en la ecuación (9) que al ser menor a uno genera un par de raíces complejas conjugadas en la ecuación (15). De manera que hallando un polo deseado a partir de la ecuación (15), suponiendo con el valor de tiempo integral escogido y reemplazando esto en la ecuación (16) se puede despejar el valor de k_c teniendo así listo el diseño del controlador.

Se tiene un par más de condiciones que se deben cumplir con el fin de tener un controlador que logre estabilizar la planta evitando llevarla a un estado oscilatorio, esto es tomando en cuenta la ganancia del controlador, la cual en caso de ser muy alta no logrará llevar el proceso a buen término cuando se implemente en el sistema real, esto sin importar que teóricamente y en simulación el controlador muestre buenos resultados, estas condiciones limitan los valores de banda proporcional y tiempo integrativo de la siguiente manera:

$$Bp = \frac{100}{k_c} > 30\% \quad (17)$$

$$t_i > 60 \text{ s} \quad (18)$$

De esta manera, luego de buscar valores adecuados para ζ , ω_n y t_i con los cuáles es posible luego hallar un valor de k_c en la ecuación (16) que cumpla con lo planteado por (17), se llega a:

$$\zeta = 0.7156$$

$$\omega_n = 0.0565$$

$$t_i = 82.11 \text{ s}$$

$$k_c = 3.271$$

$$Bp = 30.57 \%$$

$$P_d = -0.0404 + j0.0394$$

Con estos valores el controlador diseñado queda de la forma:

$$G_c(s) = 3.271 * \frac{82.11s + 1}{82.11s} \quad (19)$$

El lugar de las raíces resultantes del sistema retroalimentado es el siguiente:

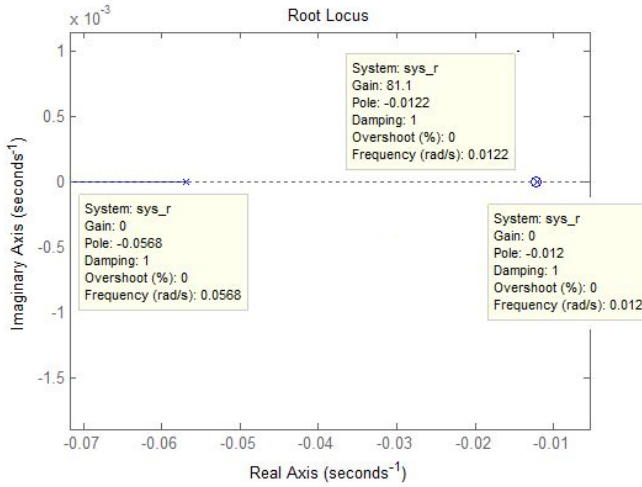


Fig 4.1. LR del sistema retroalimentado.

B. *Controlador PID:* para realizar este controlador se requieren tres parámetros, uno proporcional (K_c), uno integrativo (I) y uno derivativo (D). El proporcional actúa con el error presente, el integrativo con el error pasado y el derivativo predice el error futuro.

Al utilizar una configuración serie del controlador PID real, la función de transferencia viene dada por:

$$Gc(s) = \frac{k_c (T_i s + 1)(T_d s + 1)}{s T_i (T_d s + 1)} \quad (20)$$

Por facilidad a la hora de realizar el diseño del controlador, se redefine la función de la siguiente manera:

$$\frac{Gc(s) * T_i}{k_c} = \frac{(T_i s + 1)(T_d s + 1)}{s(0.1 T_d s + 1)} \quad (21)$$

Se supone un valor inicial para la constante de tiempo derivativa T_d y junto a esta se calcula la constante de tiempo integrativa $T_i = \lambda T_d$, el parámetro λ se encuentra de manera iterativa con el fin de hallar una relación apropiada que permita cumplir con los requerimientos en la respuesta transitoria del sistema. Generalmente se cumple que λ está en el rango de $3 < \lambda < 20$. En este caso se supuso $T_d = 5$, $\lambda = 9.1$ y por lo tanto $T_i = 45.5$.

Con los valores de T_i y T_d se construye un modelo de controlador PID provisional partiendo de la ecuación (21) que nos ayudará a encontrar la fase máxima (ϕ_{max}) que aporta el controlador al sistema y la frecuencia a la que se da (ω_m) a partir del diagrama de bode en Matlab.

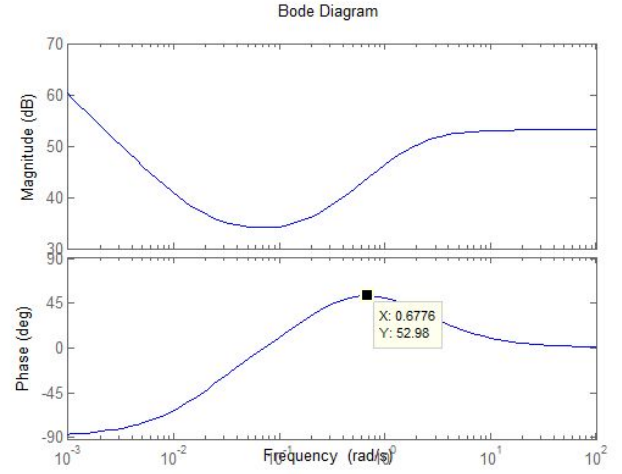


Fig 5. Diagrama de bode del controlador provisional.

En la figura 5 se observa que $\phi_{max} = 52.98^\circ$ y $\omega_m = 0.6776$ rad/s.

Teniendo la frecuencia ω_m se puede hallar una relación de diseño con la constante de derivativa parásita del controlador:

$$R_{diseño} = \frac{1}{0.1 T_d \omega_m} \quad (22)$$

En este caso $R_{diseño} = 2.95$. Se puede asociar el margen de fase con la respuesta transitoria característica de un sistema de segundo orden mediante el factor de amortiguamiento (ζ) que se puede obtener a partir del sobrenivel porcentual mediante la ecuación (7), que servirá para calcular el margen de fase deseado MF_{des} :

$$MF_{des} = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2} \right) \quad (23)$$

Suponiendo un sobrenivel porcentual de 8.5% se obtiene $\zeta = 0.6173$, implicando así un margen de fase de 60.32° .

Luego se calcula la fase actual del sistema que depende del margen de fase deseado y la fase máxima que aporta el controlador:

$$F_{actual} = -180^\circ + MF_{des} - \phi_{max} \quad (24)$$

Se obtiene entonces $F_{actual} = -172.66^\circ$. Ahora se prosigue a analizar la planta; el modelo del sistema neumático se obtuvo con ayuda del método de Stark, cuya función de transferencia en constantes de tiempo se representa a continuación:

$$Gp(s) = \frac{1.34}{(70.8 s + 1)(22.35 s + 1)} \quad (25)$$

Redefiniendo la ecuación anterior para dinamizar los cálculos se tiene que:

$$\frac{Gp(s)}{k_p} = \frac{1}{(70.8 s + 1)(22.35 s + 1)} \quad (26)$$

Se realiza el diagrama de bode de la ecuación (26), con el fin de encontrar la frecuencia actual (ω_{actual}) donde se da la fase actual calculada.

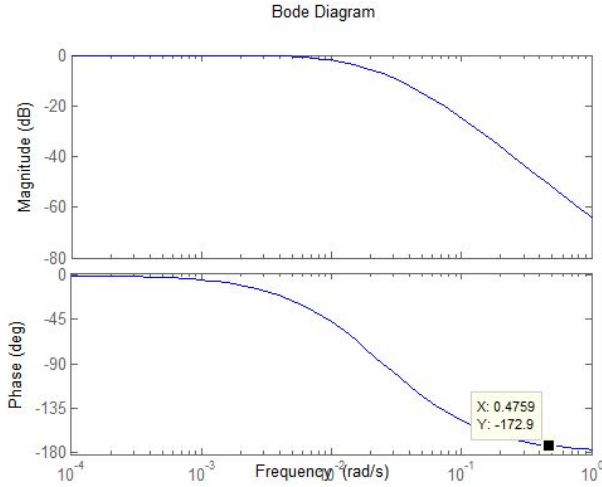


Fig 6. Diagrama de bode de la planta sin ganancia

En el diagrama la fase más cercana a la fase actual fue de -172.9° , correspondiente a una frecuencia $\omega_{actual} = 0.4759$ rad/s.

La frecuencia actual permitirá encontrar la constante de tiempo derivativa final del controlador que cumpla con las condiciones establecidas, usando la relación de diseño de la ecuación (22) se tiene:

$$T_{df} = \frac{1}{\omega_{actual} * R_{diseño} * 0.1} \quad (27)$$

De esta manera se obtiene $T_{df} = 7.1$. Ahora mediante el parámetro λ mencionado anteriormente se puede conseguir el tiempo integrativo correspondiente:

$$T_{if} = \lambda T_{df} \quad (28)$$

Así $T_{if} = 64.6$. Se realiza ahora el diagrama de bode del sistema en red abierta $Gc(s)Gp(s)$ con los nuevos valores de T_d y T_i para encontrar la ganancia en dB (k_{dB}) en el diagrama de magnitud a la que se encuentra el sistema a partir del margen de fase deseado menos 180° , lo cual da como resultado -119.68° .

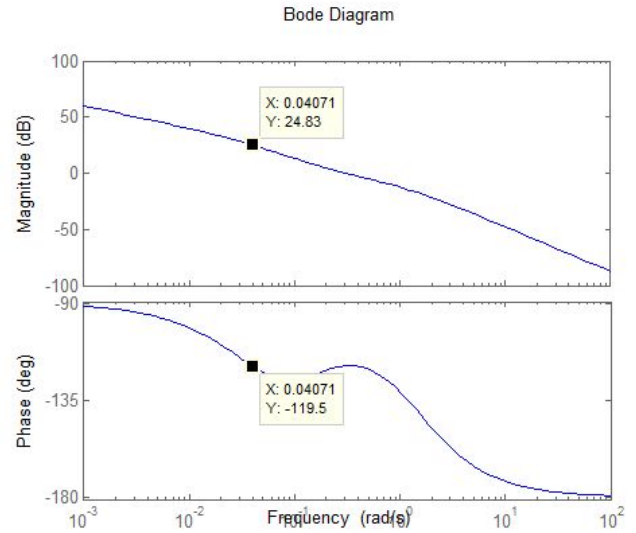


Fig 7. Diagrama de bode del sistema en red abierta sin ganancia

El valor más cercano encontrado a la fase buscada fue de -119.5° , correspondiente a una ganancia de 24.83dB. Esta ganancia se atenúa, con el fin de que la fase deseada se convierta en el MF del sistema:

$$K = 10^{\frac{-K_{db}}{20}} \quad (29)$$

Así, $K = 0.0573$. El único parámetro que falta para el diseño del controlador PID es la ganancia K_c , que va depender de la ganancia atenuada, la ganancia de la planta y el valor de la constante integrativa final, la siguiente ecuación surge al hacer el sistema de red abierta con las ecuaciones (21) y (26).

$$K_c = \frac{T_{if}}{K * K_p} \quad (30)$$

De esta manera $K_c = 2.77$. Ahora deben transformarse los parámetros K_c, T_{if}, T_{df} ya que los controladores PID de simulink y del laboratorio son de tipo paralelo y el análisis se basó en un controlador tipo serie mostrado en (20), luego de realizar dicha transformación se obtiene como resultado:

$$K_c = 3.07$$

$$Bp = 32.53 \%$$

$$T_i = 71.7$$

$$T_{df} = 6.4$$

Con estos valores el controlador PID diseñado queda de la forma:

$$Gc(s) = 3.07 \left(1 + \frac{1}{71.1s} + \frac{6.4s}{0.64s+1} \right) \quad (31)$$

Y la función de transferencia del sistema de control realimentado es:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 0.004098s + 5.665e-05}{s^4 + 1.621s^3 + 0.1212s^2 + 0.005086s + 5.665e-05} \quad (32)$$

III. RESULTADOS

1. SIMULACIÓN

Por medio de la plataforma simulink se implementa el SC de la Fig.1, para cada uno de los controladores, PI y PID, teniendo en cuenta sus funciones de transferencias de control y proceso que se hallaron para cada uno de ellos. Además se restringió la salida del controlador de simulink entre 0 y 16 para adecuarlo más a los límites reales. Fue necesario a su vez hacer una equivalencia entre los parámetros hallados y los del controlador PI/PID de simulink ya que las fórmulas utilizadas no son las mismas.

1.1 CONTROLADOR PI:

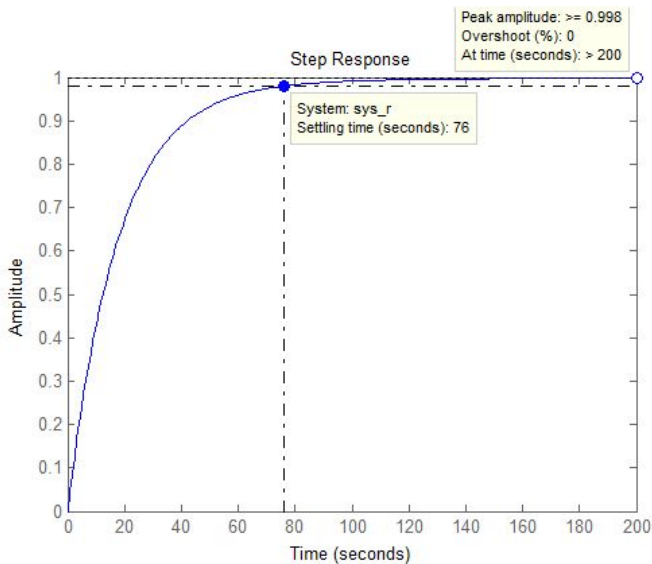


Fig 8. Respuesta al escalón para controlador PI con cálculos realizados en matlab

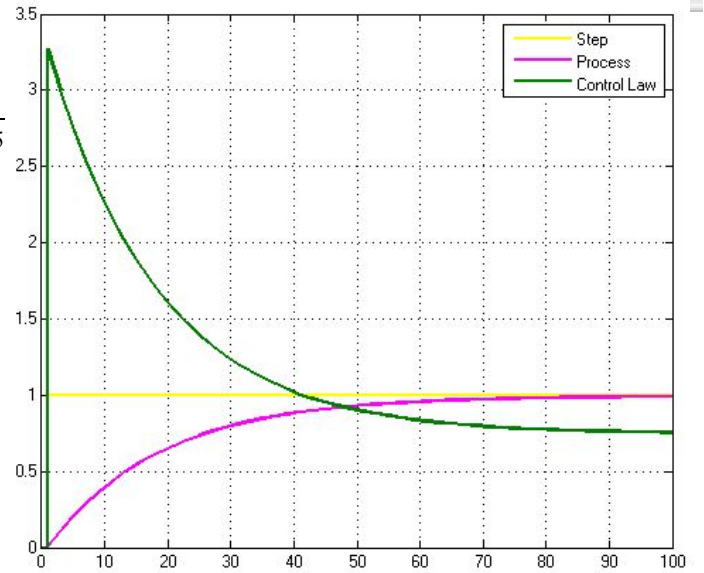


Fig 9.1 Respuesta al escalón y acción de control para controlador PI en simulink. No hay sobrepico.

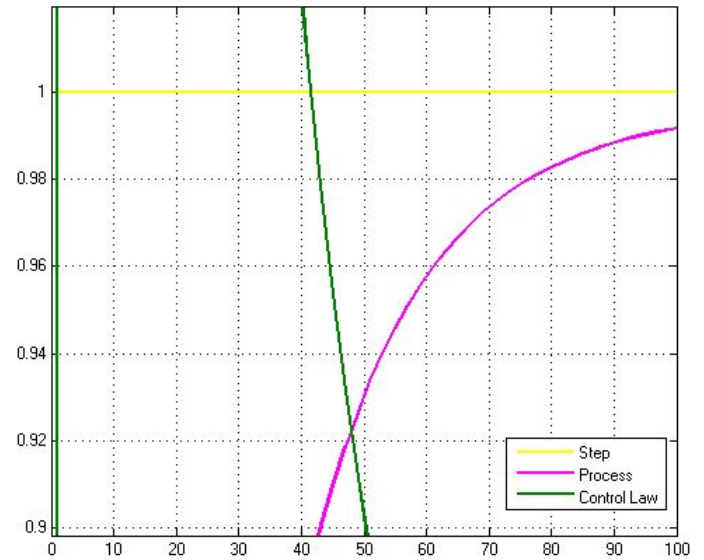


Fig 9.2 Respuesta al escalón y acción de control para controlador PI en simulink. Detalle del tiempo de estabilización alrededor de los 75s.

1.2 CONTROLADOR PID:

Para hacer que el controlador sea realizable es necesario añadir la acción de un polo, que ocasiona un retardo de tiempo “parásito” ($\alpha t_d s + 1$), donde se seleccionó un valor de $\alpha = 0.1$ ya que este es el valor que se encuentra presente en el laboratorio.

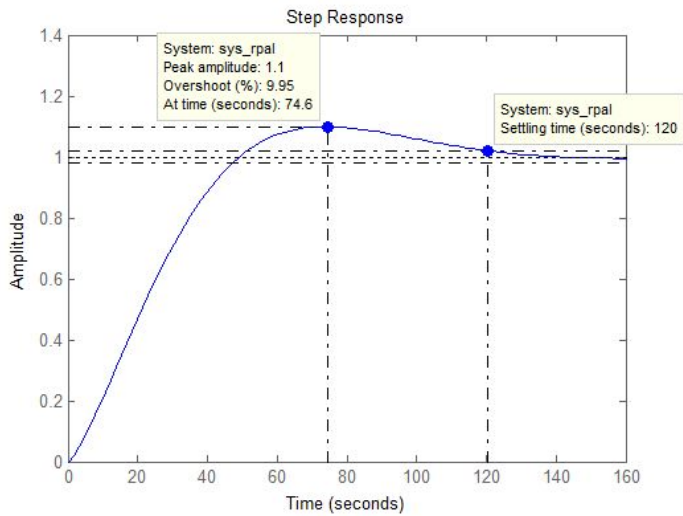


Fig 10. Respuesta al escalón para controlador PID, con cálculos realizados en matlab

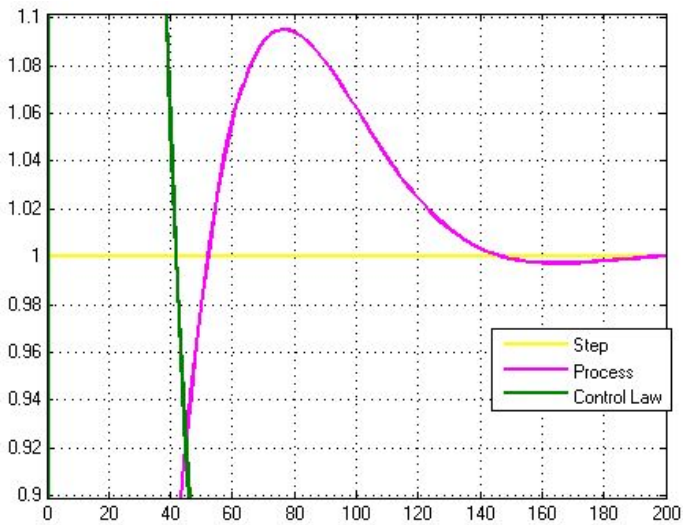


Fig 11.1 Respuesta al escalón y acción de control para controlador PID en simulink. Sobrepico del 9.5%. Tiempo de estabilización de 123s.

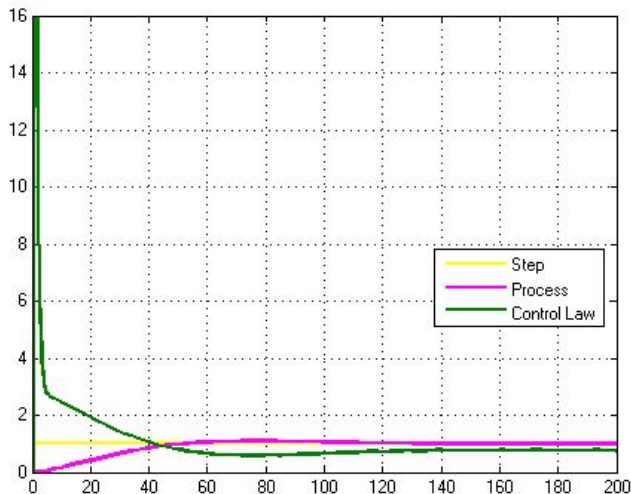


Fig 11.2 Respuesta al escalón y acción de control para controlador PID en simulink, detallado a la saturación inicial de la acción de control.

IV. ANÁLISIS

En esta práctica se planteó el diseño de los controladores mediante 2 métodos diferentes, el controlador PI se realizó por medio del lugar de las raíces y el PID por medio de la respuesta en frecuencia. En ambos casos se hizo uso de las relaciones correspondientes a la respuesta transitoria característica de un sistema de segundo orden que permiten asociar el sobrenivel y el tiempo de estabilización de forma analítica con los parámetros del controlador.

En las figuras 8, 9.1 y 9.2 se observa la respuesta del sistema al aplicar la acción del controlador PI propuesto. En particular, en la figura 8 se puede comprobar que al excitar el sistema ante un escalón unitario el controlador cumple con las restricciones establecidas para tiempo de estabilización ($76s < 120s$) y sobrenivel porcentual ($0\% < 10\%$). Vale recordar que el controlador PI se había diseñado con un $\zeta = 0.7156$ que corresponde un sistema subamortiguado con sobrenivel porcentual; sin embargo en la gráfica se puede ver que no existe sobrenivel. Lo anterior está asociado a su vez con el polo deseado $Pd = -0.0404 + j0.0394$ que tiene componente imaginaria y con los polos resultantes del sistema retroalimentado los cuales en la figura 4.1 (lugar de las raíces) podemos ver que son todos reales. Esto se debe a que el sistema retroalimentado no es exactamente un sistema de segundo orden canónico, sino que resulta del polo diseñado en el denominador $1 + GG_c$ y su modificación por el término GG_c del numerador. Comparemos ahora con los resultados de simulink; el tiempo de estabilización de figura 9.2 coincide con el determinado mediante la función $step()$ de la figura 8. Además se observa que no hay sobrenivel tanto en la figura 8 como en la 9.1.

Las figuras 10, 11.1 y 11.2 están referidas a la respuesta del sistema ante un escalón unitario y bajo la acción de control del PID escogido. En particular, en la figura 10 se puede comprobar que se cumple con las restricciones establecidas para tiempo de estabilización (120s) y sobre nivel porcentual ($9.95\% < 10\%$). Se puede apreciar en la figura 11.1 que hay una acción de control prominente en comparación con la acción del controlador PI de la figura 9.1, llegando incluso al nivel de saturación de 16 ligado al límite impuesto; siendo este nivel mucho más alto que el del controlador PI de amplitud máxima de 3.25. El hecho anterior se puede asociar a una mayor rapidez de la acción de control generada por la componente derivativa. Tanto las gráficas de simulink como las de la función $step$ son consistentes en cuanto a el sobrepico y el tiempo de estabilización, sin embargo en simulink los 123s de estabilización sobrepasan por poco el tiempo de estabilización pedido (120s).

V. CONCLUSIONES

1. En el caso particular del diseño mediante respuesta en frecuencia para el controlador PID fue necesario realizar el proceso varias veces variando parámetros iniciales, con el fin de ajustar los resultados a las condiciones establecidas. Durante este proceso se pudo evidenciar la alta sensibilidad del método ante pequeños cambios en los parámetros de diseño, ya que muchos de ellos se obtenían de manera visual a través de los gráficos del diagrama de bode, tanto de fase como de magnitud; es por esto que fue de gran importancia tomar valores con la mayor cantidad de cifras decimales posibles sin realizar aproximaciones. Además otro proceso relevante para el diseño fue analizar las ecuaciones con el fin de tener una idea del posible valor al que se podría ajustar el controlador y las capacidades que pueden alcanzar para determinar la máxima fase que pueden aportar..
2. Al momento de comparar la respuesta transitoria diseñada con los resultados obtenidos en las simulaciones se observan inconsistencias, como por ejemplo el sobrenivel porcentual. Se pueden esperar más inconsistencias cuando se pase a las condiciones reales. En ese sentido lo diseñado es solo una aproximación y se deben tener en cuenta la diferencia entre el diseño y la respuesta real. En condiciones reales se tiene un sistema con elementos no lineales que no son representados con una función de transferencia como la escogida. Sin embargo, las pruebas hechas en Matlab son útiles y permiten hacerse una idea del comportamiento ante pequeños cambios de la entrada del sistema en un punto de operación establecido. Por tanto este diseño es una sola aproximación o idea que se puede tener al momento de realizar la implementación en el laboratorio, en donde se cuenta con una tolerancia en los valores del controlador para tratar de ajustar la respuesta real en la planta a lo que se desea obtener y corregir por ejemplo el tiempo de estabilización del sistema controlado por PID que se pasa un poco de los 120s solicitados.
3. Se espera que el controlador PID genere una respuesta que además de rápida presente error casi nulo ante cambios tipo escalón cuando se implementa en un sistema de control realimentado. En comparación con el controlador PI, el PID debería ser más rápido y generar una respuesta que presente mejor estabilidad. La respuesta puede verse afectada por los ceros que tiene el controlador, razón por la cual los valores obtenidos con las fórmulas pertenecientes a cada método de diseño no siempre generan la respuesta deseada del sistema. En este caso el controlador PI dió como resultado una respuesta más rápida que el PID, lo cual podría explicarse como consecuencia de que ambos diseños partieron de modelos distintos de una misma planta y a su vez de métodos, con finalidades diferentes. Así, como regla general es importante probar varios métodos para hallar el que mejor se acerque a lo requerido. Se hizo una prueba rápida y en efecto el controlador PI es más lento que un PID al tratar ambos con una planta de segundo orden. Las no

linealidades de los sistemas son las que imponen las condiciones para sintonizar los controladores con alguno de los métodos.

REFERENCIAS

- I. Tavera, A; Análisis del error y Diseño óptimo. Curso de Control Semestre 0219, Universidad de Antioquia.
- II. Marín, L., Alfaro V, "Sintonización de controladores por ubicación de polos y ceros", IEEE CONESCAPAN XXVI, 12-14 septiembre, 2007, San José, Costa Rica.
- III. Dorf, R. (2005). Sistemas de control moderno. Texas, EEUU: PEARSON.
- IV. Castaño S. Control PI por asignación de polos. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=9egNQxn7tLQ>
- V. Ogata, K. Ingeniería de control moderna, 5-ed EEUU: Pearson.

ANEXOS

Luego de obtener los 4 controladores finales de ambas prácticas 9 y 10 se hizo un análisis de variación de los parámetros K_c , T_i y T_d dentro del 15% por encima o por debajo de sus valores nominales. Esto con la finalidad de averiguar qué variaciones en condiciones reales podríamos aplicar para tener una mejor respuesta. Iterativamente se obtuvieron todas las combinaciones debido a la variación de parámetros del PID y se eliminaron aquellas que no cumplieran las condiciones de banda pasante, sobrepico, tiempo integrativo y tiempo de estabilización pedidas. Las características de respuestas transitorias se obtuvieron al aplicar los controladores y la realimentación tanto para el sistema de 1er orden como de 2do.

Para el modelo de la planta de 1er orden las mejores 10 soluciones encontradas fueron:

| Diseño Original | kc | ti | td | bp | ts | sp% |
|-----------------|------|-------|------|-------|-------|------|
| LR PI | 3.15 | 69.79 | 0 | 31.8 | 61.9 | 0.77 |
| AP PI | 2.3 | 61.95 | 0 | 43.54 | 71.56 | 1.89 |
| RF PID | 3.07 | 71.7 | 5.44 | 32.57 | 77.5 | 0.86 |
| LR PI | 3.15 | 82.11 | 0 | 31.8 | 79.22 | 0 |
| RF PID | 3.07 | 71.7 | 6.4 | 32.57 | 79.53 | 0.93 |
| AP PI | 2 | 61.95 | 0 | 50.08 | 80.86 | 1.87 |
| RF PID | 3.07 | 71.7 | 7.36 | 32.57 | 81.54 | 0.98 |
| AP PI | 2.3 | 71.24 | 0 | 43.54 | 85.21 | 0.56 |
| RF PID | 2.61 | 71.7 | 5.44 | 38.32 | 87.57 | 0.89 |
| RF PID | 2.61 | 71.7 | 6.4 | 38.32 | 89.5 | 0.94 |

Tabla1 Mejores PIDs encontrados para la planta de 1er orden al variar parámetros.

Notemos entonces que para plantas de 1er orden los mejores fueron PI pero los PID también obtuvieron buenos resultados.

Similarmente para el modelo de la planta de 2do orden las mejores 10 soluciones fueron:

| Diseño Original | kc | ti | td | bp | ts | sp% |
|-----------------|------|-------|-------|-------|--------|------|
| AP PID | 2.12 | 79.01 | 12.14 | 47.26 | 82.78 | 1.86 |
| AP PID | 2.12 | 79.01 | 14.28 | 47.26 | 89.72 | 1.56 |
| AP PID | 1.84 | 79.01 | 12.14 | 54.35 | 95.43 | 1.54 |
| AP PID | 2.12 | 79.01 | 16.42 | 47.26 | 96.99 | 1.47 |
| AP PID | 2.12 | 90.86 | 12.14 | 47.26 | 100.43 | 0 |
| AP PID | 1.84 | 79.01 | 14.28 | 54.35 | 102.67 | 1.41 |
| AP PID | 1.84 | 79.01 | 16.42 | 54.35 | 109.83 | 1.4 |
| RF PID | 3.07 | 82.46 | 5.44 | 32.57 | 110.08 | 8.38 |
| RF PID | 3.07 | 82.46 | 6.4 | 32.57 | 110.56 | 7.14 |
| RF PID | 3.07 | 82.46 | 7.36 | 32.57 | 110.82 | 6.01 |

Tabla2 Mejores PIDs encontrados para la planta de 2do orden al variar parámetros.

Ningún PI cumplió las condiciones en el caso de la planta de segundo orden, además partiendo del PID diseñado por RF no se llegó a ningún controlador que redujera el tiempo de estabilización más allá de 110s.

Observemos que el controlador más rápido se dio por un PI, sin embargo tengamos en cuenta que este resultado se dió en un sistema de 1er orden sin tiempo muerto; esto puede explicar porque en apariencia parece más rápido. Recordemos pues que en un modelo de 2do orden el segundo polo representa el tiempo muerto siempre que no sea un sistema de polo doble. En ese sentido el modelo de 2do orden tiene en cuenta ese retraso natural y quizás por eso es que no resultó en la respuesta más rápida de todas. En general los PIDs parecen ser más generalizables tanto para modelos de 1er orden como de 2do orden.