

总体参数

```

/* 常数（请勿修改） -----*/
#define FMCW_RISE_STEP (12.02e-9)          ///< FMCW上升时间步长,单位s
#define WAVE_LENGTH (0.0124266303834197)  ///< 波长
#define ADC_SAMPLE_RATE (10.4e6)          ///< ADC采样率
#define NUM_TX_ANTENNA (1)                ///< 发射天线数量
#define NUM_RX_ANTENNA (2)                ///< 接收天线数量

/* 参数设置 =====*/

#define FMCW_RISE_STEP_FREQ_KHZ (103U)    ///< FMCW上升频率步长,单位KHz
#define FMCW_RISE_STEP_NUM (2270U)       ///< FMCW上升频率步数,步长FMCW_RISE_STEP
#define COHERENT_CHIRP_GAP (1120U)       ///< 相干组中chirp间隔,步长FMCW_RISE_STEP

#define RX_ANTENNA_SPACING (6.98e-3)     ///< 接收天线间距

#define NUM_SAMPLE (256)                 ///< 采样点
#define NUM_COHERENT_CHIRP (8)           ///< 相干累加的chirp数
#define NUM_CHIRP (64)                   ///< 帧内chirp数量
#define NUM_RANGEBIN (16)                ///< 一阶FFT输出Range Bin数量,一般根据最大测距范围设定

#define COHE_ACC_SCALE_FACTOR 70         ///< 相干累加后数据的缩放倍数的分子,分母为16。
// 即当该参数设置为8时,相干累加后数据的缩放倍数为8/16 = 0.5

// #define MAX_SPEED_RANGE (2.325827952) ///< 最大测速,自动计算Chirp周期
#define MAX_SPEED_RANGE (2.314946047)   ///< 最大测速,自动计算Chirp周期

#define TIME_FRAME_FULL (200e-3)        ///< 帧时长

    ///< 静态杂波更新周期,单位: s
#define STATIC_CLUTTER_UPDATE_PERIOD (2.0)
    ///< 静态杂波更新权重,越大对慢速目标抑制越快
#define STATIC_CLUTTER_UPDATE_WEIGHT ((uint32_t)(0.1 * (double)((uint64_t)1 << 31)))

// 计算一些次生参数
#define BANDWIDTH ((double)(NUM_SAMPLE * FMCW_RISE_STEP_FREQ_KHZ * 1000)
/ (ADC_SAMPLE_RATE * FMCW_RISE_STEP)) ///< 等效带宽
    ///< 等效Chirp时长
#define TIME_CHIRP ((double)NUM_SAMPLE / ADC_SAMPLE_RATE)

#define NUM_CHANNEL (NUM_TX_ANTENNA * NUM_RX_ANTENNA)

#define TIME_CHIRP_TOTAL_EXPECTED ((double)WAVE_LENGTH
/ (4.0 * MAX_SPEED_RANGE))                ///< 期望的Chirp总时长

```

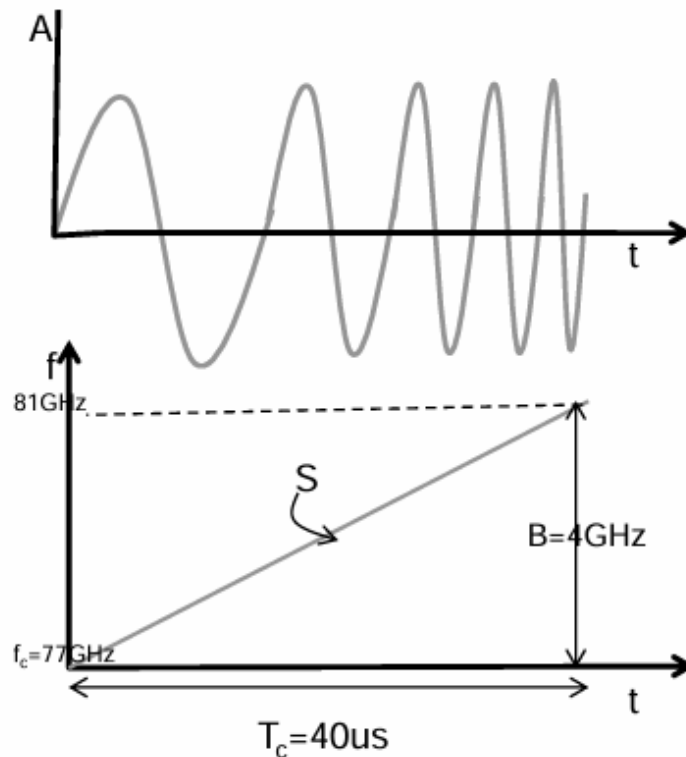
```
#define TIME_COHERENT_CHIRPS ((double)(FMCW_RISE_STEP_NUM + COHERENT_CHIRP_GAP)
    * FMCW_RISE_STEP * NUM_COHERENT_CHIRP) ///< 相干Chirp总时长

#define TIME_SUBFRAME_INTERVAL_US    ///< SUBFRAME间隔
((uint32_t)((TIME_CHRIP_TOTAL_EXPECTED - TIME_COHERENT_CHIRPS) * 1e6))
///< Chirp总时长
#define TIME_CHRIP_TOTAL (TIME_COHERENT_CHIRPS + TIME_SUBFRAME_INTERVAL_US / 1e6)
    ///< 等效帧间隔
#define TIME_CHRIPGAP (TIME_CHRIP_TOTAL - TIME_CHIRP)
```

距离

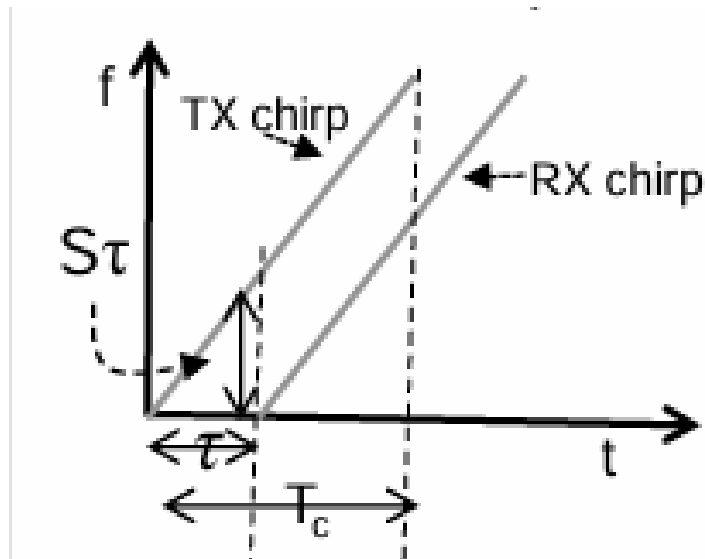
公式推导

目标静止时，目标和雷达之间没有多普勒频偏，回波信号和发射信号之间只是存在一个时延，因此回波信号波形图是发射信号波形图沿时间轴的左右平移，如下左图。假设静止目标距雷达的距离为R，电磁波在空气中的传播速度为c，则接收信号和发射信号之间存在固定的信号延迟 τ ，因此理想情况下，发射信号假设为：



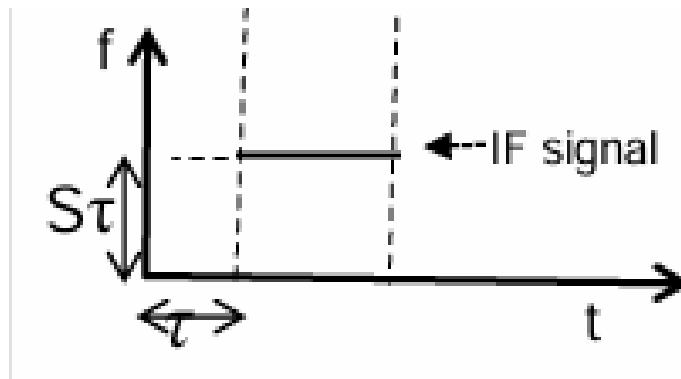
$$s_t(t) = A \cos \left(2\pi \left(f_0 t + \frac{S t^2}{2} \right) + \phi_0 \right)$$

回波信号模型可表示为：



$$s_r(t) = K A \cos \left(2\pi \left(f_0(t - \tau) + \frac{S(t - \tau)^2}{2} \right) + \phi_0 \right)$$

中频信号的相位：



$$p_t(t) - p_r(t) = 2\pi f_0\tau + 2\pi S\tau t - \pi S\tau^2$$

对时间求导得到：

$$f_m = S\tau = \frac{B}{T_c} \frac{2R}{c} = \frac{2BR}{cT}$$

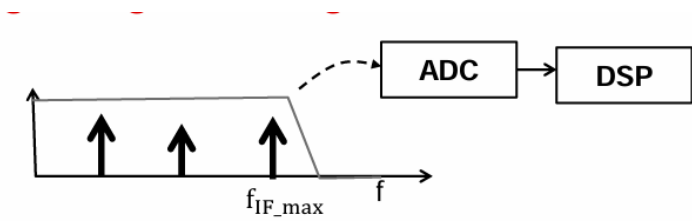
进而：

$$R = \frac{cT_c f_m}{2B}$$

由此，我们可以得出结论，雷达的探测距离与信号的斜率有关，斜率越小，探测距离越大。

距离最大值

因为我们在混频后面要通过一个低通滤波器，所以低通滤波器的下限即决定着中频信号的上限，也制约着距离最大值，



$$R_{max} = \frac{cT_c f_{max}}{2B} = \frac{c f_{max}}{2S}$$

即验证了上面斜率越大，探测距离越小的理论
代码中对最大值做了限制为9米

```
config.tracker_cfg.radius_range[0] = 0.3; ///< 距离范围最小值
config.tracker_cfg.radius_range[1] = 9;    ///< 距离范围最大值
```

距离分辨率

如图,根据上面，离雷达距离不同，中频信号的频率也不同，那中频信号差多少能在中频信号里面分开呢，这就取决于频率分辨率，而根据傅里叶变换的公式，频率分辨率为

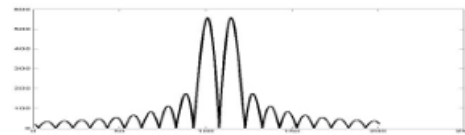
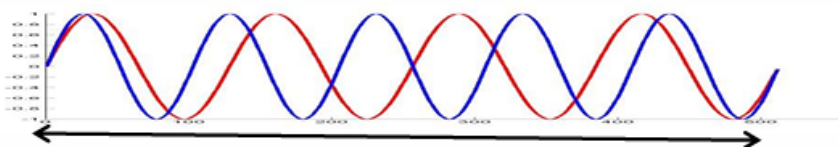
$$\frac{1}{T} \text{（} T \text{ 为观察窗口时长）}$$



这里T是观察窗口时长，那么频率分辨率1/T,而这两个信号，红色调完成 2 个周期，蓝色调完成 2.5 个周期，所以频率分辨率为

$$\frac{2.5 - 2}{T} = \frac{0.5}{T} < \frac{1}{T}$$

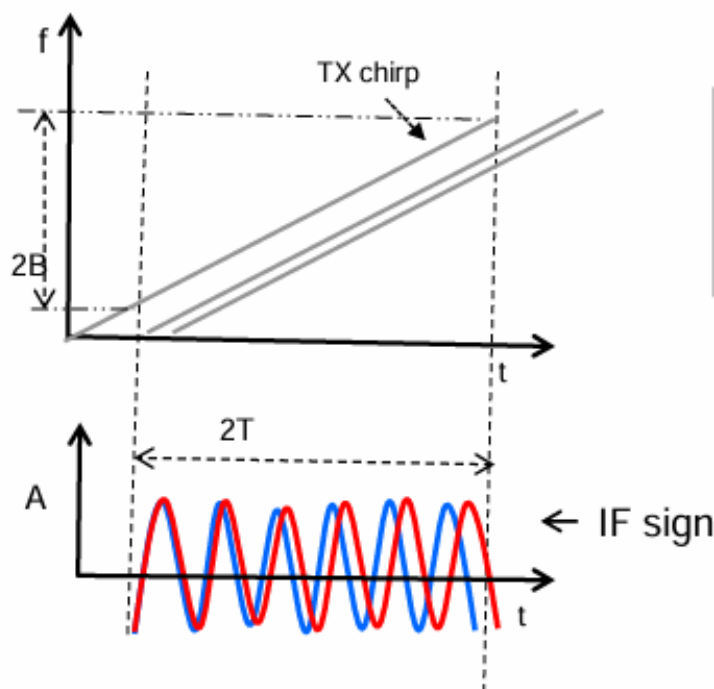
所以在频谱上无法有效分辨。



这个时候我们想到可以增加观察到时间到 $2T$ ，那么频率分辨率为

$$\frac{5 - 4}{2T} = \frac{1}{2T} = \frac{1}{2T} \text{ (这个时候分辨率变为 } 1/2T \text{)}$$

这个时候就可以在频谱上分辨出来了，增加观察到时间在频率是意味着增加带宽，



一般情况下，我们的观测时间不可能无限增大或者成两倍增大，那我们要讨论一下在固定的 $1/T$ 分辨率下，距离的分辨率是多少，距离跟中频信号的频率关系为

$$\Delta f = \frac{S2\Delta d}{c}$$

这个值要大于 $1/T$

$$\Delta f > \frac{1}{T_c} \Rightarrow \frac{S2\Delta d}{c} > \frac{1}{T_c} \Rightarrow \Delta d > \frac{c}{2ST_c} \Rightarrow \frac{c}{2B} \text{ (since } B = ST_c \text{)}$$

理解:在观察窗口一定的时候，增加带宽(即增加斜率)可以有效的提高距离分辨率，只有在时间一定时候，增加尽可能多的带宽，目标之间的中频信号的间隔就越大，那么距离分辨率就越大。

所以距离分辨率为

$$d_{resc} = \frac{c}{2B}$$

链接待代码中

带宽为 $((double)((256) * (103U) * 10e6)/((10.4e6) * (12.02e - 9))) = 210930500.45$ 。

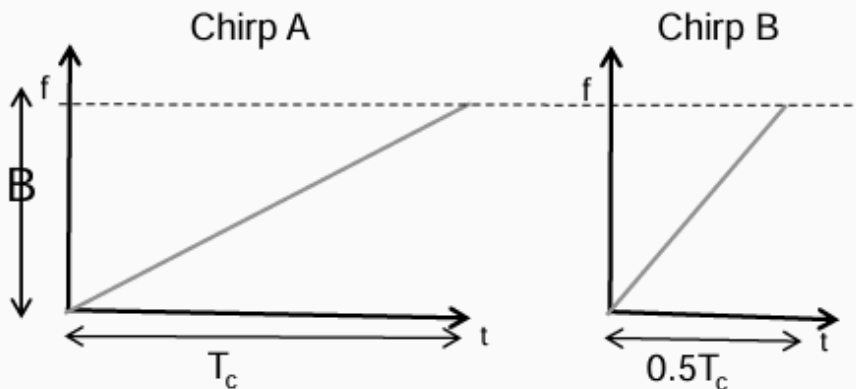
```
#define BANDWIDTH ((double)(NUM_SAMPLE * FMCW_RISE_STEP_FREQ_KHZ * 1000) / (ADC_SAMPLE_RATE * FI
```

带入我们算得分辨率为

$$d_{resc} = \frac{c}{2B} = \frac{3e8}{2 * 210930500.45} = 0.711135 \text{米}$$

在这里回答一下PPT的问题

- Which of these two chirps gives a better range-resolution?
– What is the intuition behind this result?

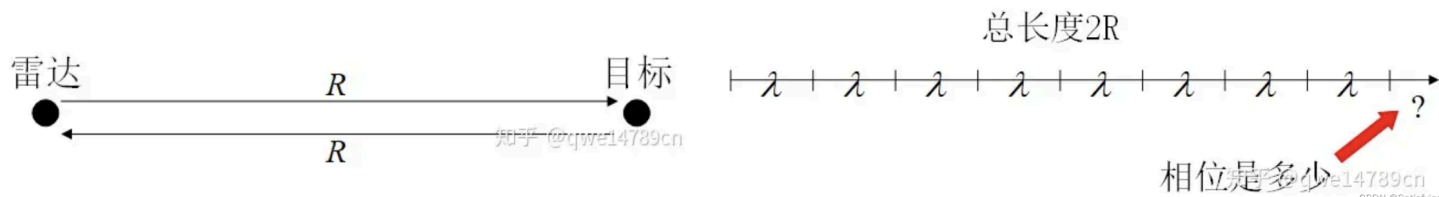
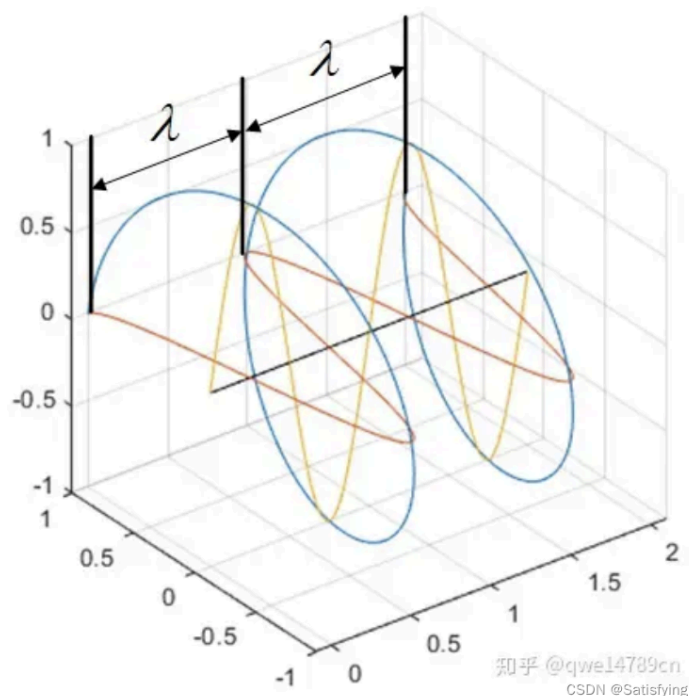
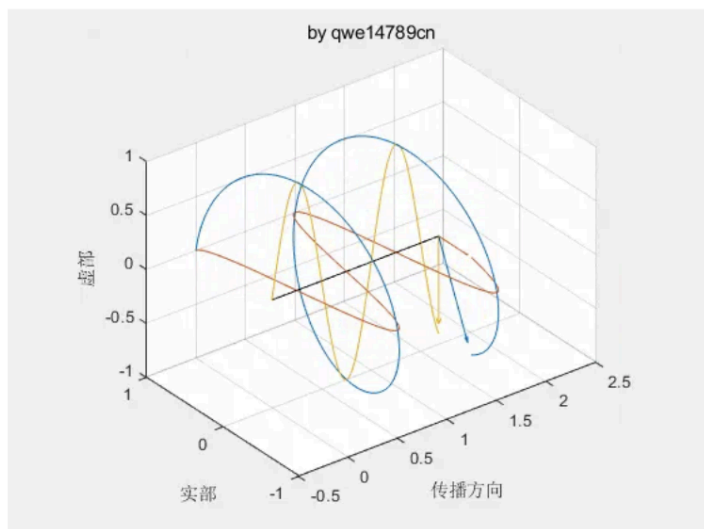


在这里我们套公式的话，他们的分辨率是一样的，同时也给我们了两种获得一样分辨率的两种波形文件配置的方法，要么增加带宽，要么增加观测时间，总之归根结底带宽决定了分辨率，

速度

公式推导

当冲激信号1完整的转了一圈，电磁波在空间中走了多远呢？一个波长 λ 即，电磁波在空间中转一圈 2π ，就传播了一个波长 λ ，发射信号的目标速度信息就体现在回波信号的相位变化上。



从上图可以看到，余下的长度是

$$r = 2R - k\lambda$$

对应的相位为

$$\phi = \frac{r}{\lambda} * 2\pi$$

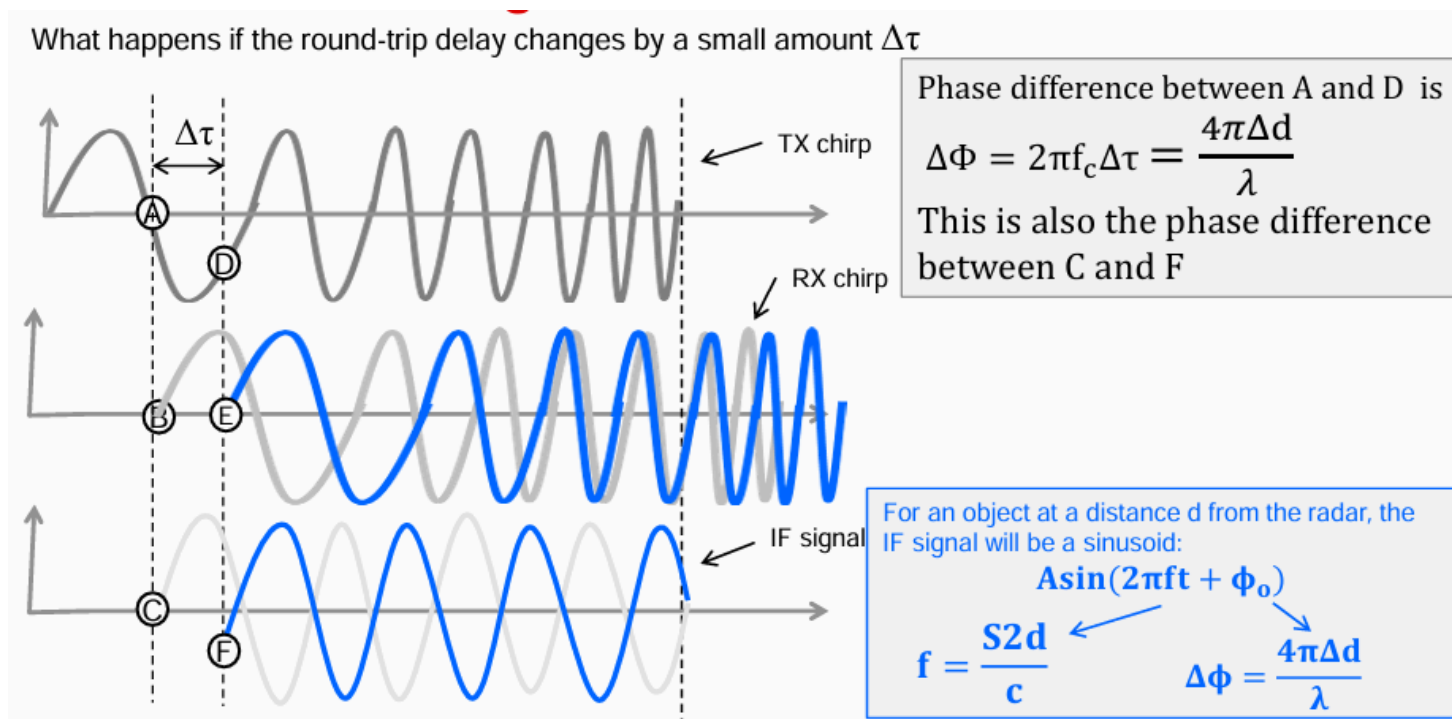
因为相位变化也具有周期性，所以也可以表示为：

$$\phi = \frac{2R}{\lambda} * 2\pi$$

体现在指数信息上，那么发射信号的相位就是

$$e^{j\theta} = e^{j\frac{4\pi R}{\lambda}}$$

由于速度信息是包含在不同chrip间回波的相位中，连续发送L个chrip信号，其相位信息是随着chrip个数在不断变化的，因此对回波信号按照距离维-多普勒维排列存储之后，同一列的不同行对应的是相同频率、不同相位的回波信号（同频不同相）。具有相同频率、不同初始相位的正弦信号经过FFT变换，会在相同频率处产生峰值，但峰值信号的相位不同，峰值的相位等于正弦波的初始相位。因此对多普勒维做FFT，即可提取出回波信号的相位信息，即可解算出速度。中频信号对目标微小位移的灵敏度是非常高的。



这是一个chrip对应的图解，连续发送L个chrip信号，由于物体的移动，回波的时延会有些许不同，所以对的回波相位不同，相位与相对位移之间的关系为

$$\phi = \frac{4\pi\Delta d}{\lambda}$$

同时

$$\Delta d = vT_c$$

即在一个chrip时间内乘以速度

$$\omega = \frac{4\pi v T_c}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{\lambda \omega}{4\pi T_c}$$

结论: 速度是由不同chrip回波信号的相位之间的差异决定的

速度最大值

由常识可知道，相位不能大于180度，因为大于180的话你就不知道是正转的180+,还是负转的180-了，那么速度的最大值的约束就是小于 π ，即

$$\frac{4\pi v T_c}{\lambda} < \pi \Rightarrow v < \frac{\lambda}{4\pi T_c}$$

带入到代码中

```
#define WAVE_LENGTH (0.0124266303834197) ///< 波长

#define NUM_SAMPLE (256)          ///< 采样点
#define ADC_SAMPLE_RATE (10.4e6)   ///< ADC采样率
#define TIME_CHIRP ((double)NUM_SAMPLE / ADC_SAMPLE_RATE) ///< 等效Chirp时长
```

代码中做了如下限制，是根据速度最大值来反向逆推出chirp周期

```
#define MAX_SPEED_RANGE (2.314946047) ///< 最大测速，自动计算Chirp周期
```

速度分辨率

既然速度是由于不同chrip的相位决定的，那分辨率自然由相位的分辨率决定,当你发送N个chrip，那么速度的分辨率也就是

$$\Delta w = \frac{4\pi \Delta v T_c}{\lambda} > \frac{2\pi}{N} (N \text{ 为 } chirp \text{ 个数}) \Rightarrow \Delta v > \frac{\lambda}{2NT_c}$$

结论：想要增大速度分辨率，需要增大chrip个数

带入到代码中

```
#define WAVE_LENGTH (0.0124266303834197) ///< 波长
#define NUM_COHERENT_CHIRP (8)          ///< 相干累加的chrip数
#define NUM_CHIRP (64)                  ///< 帧内chrip数量
#define TIME_CHIRP ((double)NUM_SAMPLE / ADC_SAMPLE_RATE) ///< 等效Chirp时长24.615us
```

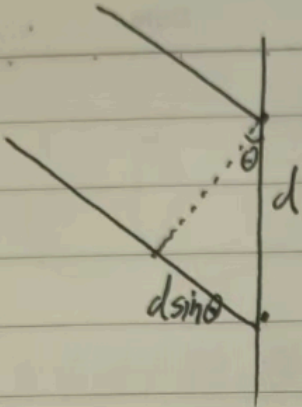
$$\Delta v = \frac{\lambda}{2NT_c} = 3.15 \text{ cm/s}$$

角度

公式推导

Date. . .

测角



在波长大 λ ，相位转动 2π 。

$$\phi_{\text{相}} = \frac{d \sin \theta}{\lambda} \cdot 2\pi$$
$$\theta = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2\pi d} \Delta\phi\right)$$

求得

$$d\theta = \frac{\lambda}{2\pi d \cos \theta} \cdot d\phi$$

精度 波长小一点，d大一点，d\phi。

但 d 不能太大，当 $d \sin \theta > \lambda$ 时 $\phi > 2\pi$ 。

理解:还是根据相位的不同来分辨的，不过这不是比较不同chrip之间的相位差距，而是同一个chrip在不同天线会走不同的距离，比如图片中，两个天线走的路程差了一个

$$d \sin \theta$$

这个时候通过比较这两个天线的回波，就可以知道这个角度了
由于这是两个天线之间的光程差，故

$$\omega = \frac{2\pi d \sin(\theta)}{\lambda} \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda \omega}{2\pi d} \right)$$

角度最大值

由于角度是由于相位决定的，所以可以根据理论上的 ω 限制来推导出最大角度的限制,最大180

$$\theta_{max} = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{2d} \right)$$

对应代码中

```
#define WAVE_LENGTH (0.0124266303834197) ///< 波长
#define NUM_RX_ANTENNA (2)                ///< 接收天线数量
#define RX_ANTENNA_SPACING (6.98e-3)      ///< 接收天线间距
```

$$\theta_{max} = \sin^{-1} \left(\frac{0.0124266303834197}{2 * 6.98e-3} \right) = 62.7 \text{度}$$

角度分辨率

由于还是靠相位去分辨，根据两个目标之间的角度差要能区分出来，

$$\Delta\omega = \frac{2\pi d}{\lambda} (\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin(\theta))$$

$$\approx \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta) \Delta\theta$$

$$\Delta\omega > \frac{2\pi}{N}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta) \Delta\theta > \frac{2\pi}{N}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta > \frac{\lambda}{Nd \cos(\theta)}$$

Since derivative of $\sin(\theta)$ is $\cos(\theta)$

$$\frac{\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin(\theta)}{\Delta\theta} = \cos(\theta)$$

$$\theta_{res} = \frac{\lambda}{Nd \cos(\theta)}$$

带入到代码中

```
#define WAVE_LENGTH (0.0124266303834197) ///< 波长
#define NUM_RX_ANTENNA (2) ///< 接收天线数量
#define RX_ANTENNA_SPACING (6.98e-3) ///< 接收天线间距
```

$$\theta_{res} = \frac{0.0124266303834197}{2 * 6.98e - 3 * \cos(\theta)} = \frac{0.895}{\cos(\theta)}, \text{ 比如在45度误差就2度}$$