Calibrage de caméra

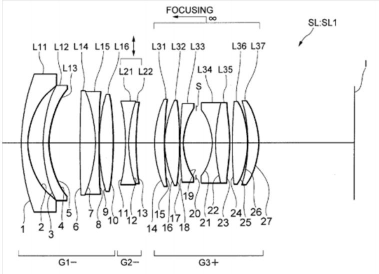
Michel Roux

Institut Mines Télécom, Télécom ParisTech

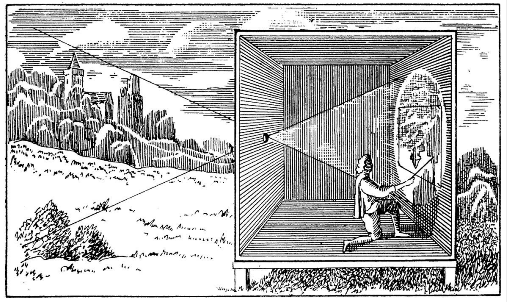
8 mars 2016

Relation géométrique entre une scène 3D et son image

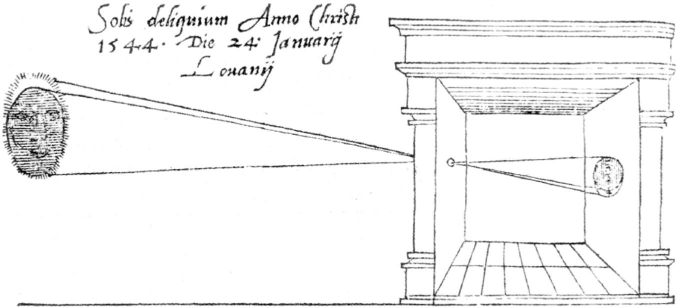
L'appareil photographique



Camera obscura

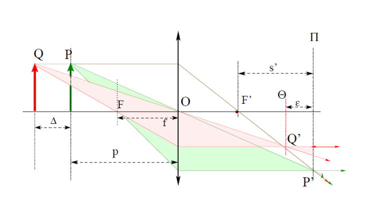


Camera obscura

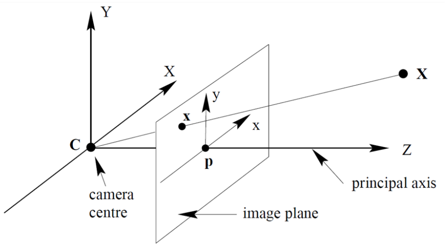


The Great Picture

Lentille mince



Projection perspective : le modèle sténopé



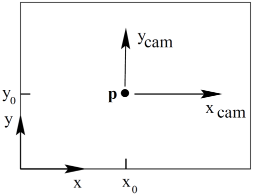
$$\lambda \begin{pmatrix} x \\ y \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

soit, en coordonnées homogènes :

d'où $\begin{array}{l} x = fX/Z \\ y = fY/Z \end{array}$

$$\begin{pmatrix} s\ x \\ s\ y \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Coordonnées image



$$k_x x_{cam} = x - x_0$$
$$k_y y_{cam} = y - y_0$$

avec k_x, k_y : nombre de pixels par mm

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} s\ x \\ s\ y \\ s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & x_0 \\ 0 & k_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} s\ x_{cam} \\ s\ y_{cam} \\ s \end{pmatrix}$$

Paramètres intrinsèques

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} s\ x \\ s\ y \\ s \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

K : matrice 3×3, triangulaire supérieure, matrice de calibrage de la caméra. En posant $f_x = f\ k_x$ et $f_y = f\ k_y$:

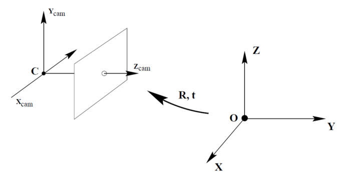
$$K = \begin{bmatrix} f_x & \sigma & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Paramètres intrinsèques de la caméra :

- f_x, f_y : focales en x et y, s'expriment en *pixels* (scaling),
- x_0, y_0 : position du point principal, intersection de l'axe optique et du plan focal (en *pixels*),
- σ : *skew*, suivant l'angle entre les axes x et y, en général $\sigma = 0$.

Espace objet

Paramètres extrinsèques : rotation et translation 3D



$$\begin{pmatrix} X_{cam} \\ Y_{cam} \\ Z_{cam} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Transformation rigide entre les coordonnées caméra et l'espace objet.

- R : matrice de rotation 3×3
- $\mathbf{t}$: vecteur de translation 3×1

Matrice de projection

Concaténation des matrices

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = K \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = K\,[R|\mathbf{t}]\,\mathbf{X}$$

qui définit la matrice 3×4 de projection d'un espace euclidien 3D vers une image.

$$\mathbf{x} = P\mathbf{X}$$

avec

$$P = K\,[R|\mathbf{t}] = K\;R\left[I|R^T\mathbf{t}\right]$$

Le centre de la caméra : $(X, Y, Z)^T = -R^T\mathbf{t}$

Caméra projective

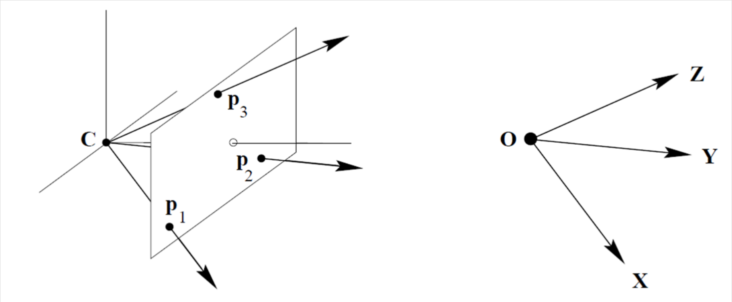
Le modèle de caméra pour une projection perspective est une transformation linéaire entre coordonnées homogènes.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = [P(3x4)] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

point de l'espace objet (en *mm*) $\rightarrow$ point de l'image (en *pixels*)

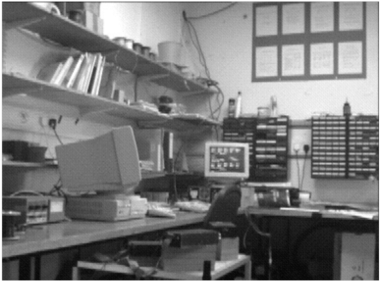
- Le centre de la caméra est le vecteur nul de P
- P a 11 degrés de liberté
- P est de rang 3.

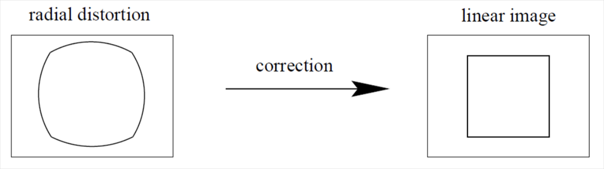
Matrice de calibrage et points de fuite



Les 3 points définis par les 3 premières colonnes de P sont les points de fuite des 3 directions de l'espace objet.

Distorsion géométrique





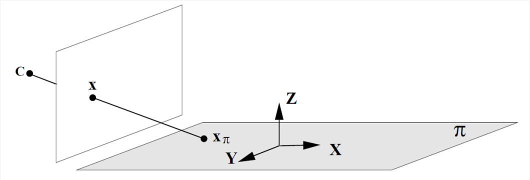
Distorsion géométrique

image distordue

Distorsion géométrique

image corrigée

Projection d'un plan



- Considérons le plan défini par $Z = 0$,
- Un point X de ce plan ce projette en un point x de l'image,
- Soit :

$$x = PX = [p_1 \;\; p_2 \;\; p_3 \;\; p_4] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = [p_1 \;\; p_2 \;\; p_4] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix}$$

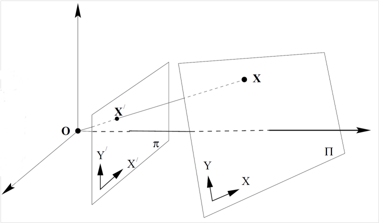
qui est l'équation d'une homographie planaire.

Projection d'un plan

Projection d'un plan

Projection d'un plan

Projection d'un plan

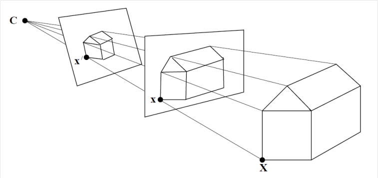


$$x' = Hx$$

où H est une homographie planaire (matrice 3×3, homogène, non-singulière).

Projection d'un plan

Cône de rayons

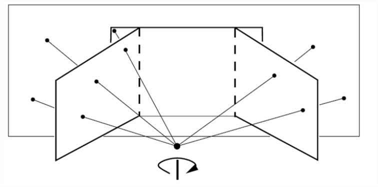


- Une image est l'intersection du cône de rayons qui passent par le centre optique.
- Deux images, qui ont le même centre optique, sont reliés par une homographie planaire.

Corrrection de perspective

Rotation vs. translation

Mosaïque d'images



- Rotation de la caméra autour de son centre optique.
- Les images sont reliées l'une à l'autre par une transformation homographique.

Mosaïque d'images




Mosaïque d'images

Mosaïque d'images

Bibliographie

- Olivier Faugeras , *Three-Dimensional Computer Vision A Geometric Viewpoint*, MIT Press, Cambridge, 1993.
- Kyoji Nariai, Yoshiya Matsui, *Fundamentals of Practical Aberration Theory*, World Scientific, 1993.
- José-Philippe Pérez, *Optique géométrique, ondulatoire et polarisation*, Masson, Paris, 4ème édition, 1994.
- Michel Dhome, *Perception visuelle par imagerie vidéo*, Traité IC2, série Signal et image, Hermes-Lavoisier, Paris 2003.
- Richard Hartley, Andrew Zisserman, *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press, 2nd edition, 2004.