目次

不完全観測下における構造推定:推定バイアスの影響と改善手法

金子 雄祐

概要

本稿では構造推定においてシグナルに不確実性が存在する場合における推定量へのバイアスを, 代表的なモデルである参入退出モデルを例にモンテカルロ・シミュレーションによって検証した. 結果として, 従来の参入退出モデルにおいて扱われてきた大規模産業において, また, 状態変数の数が増加するにつれ推定量は不確実性に対し頑健でなくなるという結果を得た. 同時に, バイアス改善のための推定手法を提案すると共に, 簡単な政策シミュレーションを行いバイアスの影響についても検証した.

1 導入

本稿では, 構造推定において, 状態変数に不確実性が存在する, つまり真の状態が不明な場合における推定値へのバイアスを検証することを目的とする. 構造推定アプローチの大きな利点として, 推定されたパラメータに基づく反実仮想に基づく政策評価が可能となるという点と、厚生評価が容易に可能であるという利点がある。 しかし, 状態変数に不確実性が存在する場合, 推定されたパラメータにバイアスが生じることが予想される. このような場合においては, 政策評価の有効性も減じることが考えられる. そのために, 本稿では動学離散選択モデル, その中でも代表的な簡単な参入退出モデルを用いてシミュレーションを行い Nested Fixed Point Algorithm による推定を行うことで

- 状態変数の不確実性によって推定されたパラメータにバイアスが生じることの検証
- 不確実性によってバイアスが生じやすくなる経済環境の検証
- バイアスを減じるための推定手法の提案
- 簡単な反実仮想政策評価

を行い, 従来の研究への疑問点の提示とその改善方法の提案を行うことを目的とする.

まず, 2 節において動学離散選択モデルの推定と実証研究における参入退出モデルの構造推定の先行研究について触れる. 3 節においては single-agent の参入退出モデルの概観と不確実性の導入を行う. 4 節においては推定手法の説明を行う. 5 節において, 状態変数が 3 つの場合と 5 つの場合の推定結果を示し, 参入費用が高い産業において, また, 状態変数が多くなるにつれ, 不確実性に対し推定結果が頑健でなくなっていくことを示すと同時に, 頑健性を保つための推定アルゴリズムの結果を提示する. 6 節において簡単な反実仮想政策評価を行い, 推定結果へのバイアスの悪影響を検討する. 7 節で結論と今後の課題の検討を行う.

2 先行研究

動学離散選択モデルの構造推定アプローチは Rust(1987) のバスエンジン交換モデルに端を発し, Hotz and Miller (1993), Aguirregabiria and Mira (2002) などで推定手法が提案されてきた. これらの推定手

法は実証産業組織論等の研究において多くの応用が存在している. Rust の提案した Nested Fixed Point Algorithm(以下 NFXP) を Single-agent の動学最適問題に応用した実証分析は多数存在し, 核プラントの運用問題を取り扱った Rust and Rothwell(1995) や, 退職行動について分析した Rust and Phelan(1997), Karlstrom et al.(2004), などがある.

動学離散選択モデルの構造推定は Single-agent 問題から, ゲーム構造を導入した Multi-agent 問題に拡張した研究が近年ではなされており, その中でも代表的なモデルに参入退出モデルがある. このモデルを用いた研究は, Ericson and Pakes(1995) による動的寡占市場モデルに端を発し，Pakes, Ostrovsky, and Berry(2007), 投資行動を扱った Bajari, Benkard, and Levin (2007), コンクリート産業を取り扱った Collard-Wexler (2013), チリのリテール産業を扱った Aguirregabiria and Mira (2007), アメリカ飛行機産業を扱った Aguirregabiria and Ho (2012) などがある.

ここで重要なのが, 従来の動学離散選択モデルにおいて対象となってきた産業は飛行機産業やコンクリート産業などの大規模産業, つまり参入費用が高い産業であるという点である. Collard-Wexler (2013) のコンクリート産業の研究を例に取ると, 新たなプラントを作るのに 3, 400 万ドル必要なのに対し, 継続運用する場合は年間平均 200 万ドル必要となる. 参入費用はサンク・コストとして推定されるが推定結果を見ると他の構造パラメータの推定値が 0.2 前後の値であるのに対し, サンクコストは 6.5 前後の値となっている. 本稿では参入費用の高い場合において推定結果にバイアスが生じやすいという結果を得るが, これらの先行研究を背景としている.

本稿では単純化のため, Single-agent の参入退出モデルを考える. Single-agent 版参入退出モデルの先行研究として国際貿易における輸出入行動を扱った Kasahara and Lapham(2013) を参考にした.

3 モデル

3.1 参入退出モデル

参入退出モデルとは, 企業が各期 (t $\in \mathbb{N}$) において, 参入 ($A_t = 1$) か退出 ($A_t = 0$) の意思決定を行い, 企業が各期に参入か退出に応じた利得を得るというモデルで、企業は動学的最適化を行うことで自己の利得を最大化する. 各期間における利得関数は以下のランダム効用モデルの式で書かれる.

$$U(s, \epsilon, a, \theta) = u_a(s, \theta) + \epsilon(a).$$

これは, u が確定的な効用の項で, ϵ が不確実な効用の項であることを表しているためランダム効用モデルと呼ばれている. u_0, u_1 は以下の式で書かれる.

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 && (A_t = 0) \\ u_1 &= \theta_{FE} - \theta_{EC}(1 - A_{t-1}) + \theta_{RS} * S_t && (A_t = 1). \end{aligned}$$

θ_{FE} は固定効果（つまり定数項）, θ_{EC} は参入費用, S_t は市場の状態を表す変数でこれが高い場合は利得が高くなる. S_t の構造については 3.2 節で扱う. また, $\epsilon(0), \epsilon(1)$ は企業の私的情報で, i.i.d. に極値分布 (タイプ 1) に従うと仮定される.

3.2 シグナル遷移 (State 数 3 つの場合)

参入退出モデルにおける状態変数は S_t と A_{t-1} である. 従来の構造推定においては完全に観測可能な S_t がマルコフ過程に従い遷移するとして推定が行われてきた.

本稿のモデルでは、S_t がマルコフ過程に従うシグナル S'_t を通じて不完全に観測される, つまり真の state が分からないというモデルに拡張する. まず状態変数の数を 3 つとし以下の仮定をおく.

$$
\begin{aligned}
S =& S' = \{1, 2, 3\} \\
S'_t =& 1 \Rightarrow S_t = 1 \\
S'_t =& 3 \Rightarrow S_t = 3 \\
S'_t =& 2 \Rightarrow [P(S_t = 1), P(S_t = 2), P(S_t = 3)] = [p, 1 - p - q, q]
\end{aligned}
$$

また, p, q は企業には既知だが, 分析者には未知と仮定する. これは p, q を企業がシグナルの誤観測の確率を主観的に評価したものと解釈すれば経済学的には妥当な仮定と言える.

また、S'_t の遷移行列を以下のように仮定する.

$$
capP = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}
$$

従って S'_t を観測した時の次期の S_{t+1} の遷移行列は次のように書ける.

$$
scapP = \begin{bmatrix} 0.9 + 0.1 * p & 0.1 * (1 - p - q) & 0.1 * q \\ 0.05 + 0.9 * p & 0.9 * (1 - p - q) & 0.05 + 0.9 * q \\ 0.1 * p & 0.1 * (1 - p - q) & 0.9 + 0.1 * q \end{bmatrix}
$$

これは, 従来の遷移行列のように, 今期 $S'_t = 1$ を観測した時に来期 $S_{t+1} = 1$ である確率が $0.9 + 0.1 * p$, 今期 $S'_t = 1$ を観測した時に来期 $S_{t+1} = 2$ である確率が $0.1 * (1 - p - q) \ldots$ というような表現となっている. まず, 状態変数が 3 つの場合についてシミュレーション及び推定を行い, 5.4 節の拡張においては状態変数の数を増やして分析を行う.

3.3 最適行動

この節の証明は Rust(1994) に負う. まず, シグナルの不確実性が存在しない場合について考える. 3.1, 3.2. の仮定より $s^t = (s_t, a_{t-1}) = s$ として,

- (条件付き独立:CI) $p(s^{t+1}, \epsilon_{t+1} | s^t, \epsilon_t, a_t) = p(s^{t+1} | s^t, a_t)$ かつ $p(\epsilon_t | x_t, a_t) = p(\epsilon_t)$.
- (加法分離性:AS) $U(s, \epsilon, a, \theta) = u(s, a, \theta) + \epsilon(a)$
- ϵ は i.i.d. に極値分布に従う

の仮定が成立している. ここで, δ を割引因子, s', a' を次期の s, a として

$$
v(s, a, \theta) = u_a(s, \theta) + \delta \int \int V(s', \epsilon, \theta) dp(\epsilon) dp(s' | s, a)
$$

を行動に対する価値関数とする. ここで, ベルマン方程式 $V(s, \epsilon, \theta)$ は

$$
V(s, \epsilon, \theta) = \max_a (v(s, a, \theta) + \epsilon(a))
$$

の形で書ける. この時, 企業は最適行動を行っているので a が観測される時,

$$
v(s, a, \theta) + \epsilon(a) \geq v(s, a', \theta) + \epsilon(a') \quad \forall a' \in A
$$

が成立している. 以下の $\hat{V}$ は McFadden の社会剰余関数と呼ばれる.

$$\hat{V}(s,\theta) = \int V(s,\epsilon,\theta)dp(\epsilon) = \int \max_a(v(s,a,\theta)+\epsilon(a))dp(\epsilon)$$

McFadden の社会剰余関数は以下の性質を持つ.

$$\frac{\partial \hat{V}(s,\theta)}{\partial v(s,i,\theta)} = P(a=i|s,\theta)$$

ここで、ϵ が極値分布に従うという仮定より以下の式が成立する.

$$P(a|s,\theta) = \frac{\exp(v(s,a,\theta))}{\sum_{a'\in A}\exp(v(s,a',\theta))}$$

また、行動に対する価値関数は

$$v(s,a,\theta) = u_a(s,\theta) + \delta \int \log(\sum_{a'} \exp(v(s',a',\theta)))dp(s'|s,a).$$

の不動点として与えられる. さて, 参入退出モデルにおいては $A=\{0,1\}$ で $s=(s_t,a_{t-1})$ である. 従って, 例えば $P(0|s_t,a_{t-1},\theta)$ は

$$\begin{aligned} P(0|s_t,a_{t-1},\theta) &= \frac{exp(v(s_t,a_{t-1},0,\theta))}{exp(v(s_t,a_{t-1},0,\theta)) + exp(v(s_t,a_{t-1},1,\theta))} \\ &= \frac{1}{1+exp(v(s,a_{t-1},1,\theta) - v(s_t,a_{t-1},0,\theta))}. \end{aligned}$$

最後に不確実性を導入するが, 変更点は今期シグナル s'_t を観測した際の次期の真の状態変数 s_{t+1} は scapP によって推移確率が分かるのでこれを用いて価値関数の計算をすれば良い. 従って, 行動に対する価値関数と ϵ の値から, 最適行動が求めることが可能である.

4 推定手法

4.1 データ: モンテカルロ・シミュレーション

モンテカルロ・シミュレーションを行うことで推定用のデータを生成する. まず、$capP$ に従う $\{S'_t\}$ の列と極値分布に従う $\epsilon(0),\epsilon(1)$ を乱数で生成する. 企業は $scapPi$ を所与として、3.3. 節のようにベルマン方程式を用いて解かれる動的最適化を行う. これにより、シグナルと行動の列 $\{S'_t, A_t\}$ が得られる. シミュレーションの結果によって推定値が大きく左右されないように、割引因子は 0.95 として企業数 100, 期間数 500 として 100 回シミュレーションを行って 100 セットのデータを生成した.

4.2 Nested Fixed Point Algorithm

この節では Rust(1987) において提案された Nested Fixed Point Algorithm(以下 NFXP) の説明を行う. まず, なぜ NFXP を用いるのかということであるが, 企業が最適化行動を行っているなら、定常な choice rule $f(\cdot)$ が求まる. しかし、実際の経済データでは選択にばらつきがあり、このばらつきをどのようにモデル化するかが問題になる. s を分析者に観測可能な要因, ϵ を分析者に観測不可能な要因として,
Model1: $f(s,\theta)+\epsilon$

Model1 はプロビット回帰を用いれば簡単に推定できるが、企業は s についてのみ最適化を行い、分析者にとって分からない私的情報については企業は最適化を行っていないという恣意的なモデルになっている.

Model2: $f(s, \theta, \epsilon)$
従って、Model2 のように企業は分析者にとって分からない私的情報も含めて最適化を行って選択を行っているというモデリングの方が整合的である. ここで, 分析者が観測できない ϵ を含めた最適化モデルをどのように推定するのかという困難が生じるが、NFXP を用いることで推定可能になる.

NFXP とは、以下の手順で条件付き選択確率 $P(a|s, \theta)$ を計算する手法である

1. 適当な θ の初期値を定める.
2. ベルマン方程式を解いて $v(s, a, \theta)$ を計算する
3. 3.3 節の方法で $P(a|s, \theta)$ を計算して対数尤度関数 $L(\theta) = \sum_{t=1}^{500} lnP(a|s, \theta)$ を求める
4. 最尤法から $L(\theta)$ を最大化する θ を求めて θ の値を更新する
5. 1 に戻り, θ が収束するまで 1-4 のループを繰り返す

この際, 初期値をどのように設定するかが問題になる. なぜなら初期値によって求まる最適解にばらつきが生じるからである. このため, 本稿では推定パラメータの真の値と, その周りに乱数を用いて生成した 9 セットの初期値の合計 10 セットを用いて 100 個のデータに対して NFXP を用いて, そのうちそれぞれのデータに対して尤度が最も高くなった初期値に対する推定結果を採用した. このようにして採用された 100 個の推定値の平均と標準偏差を 5 節では報告している.

5 推定結果

5.1 仮説

NFXP の価値関数の計算で、分析者が scapP ではなく capP を用いて、つまりシグナルの不確実性を仮定せず推定を行ったら、推定値は真の値から遠ざかるはずである。この時、capP を用いることで起こることとして、参入から退出への閾値と退出から参入への閾値の 2 つの閾値がズレることが予想される. この時, 2 つの閾値がずれるため 1 つの構造パラメータ, つまり定数項 (θ_{FE}) のみならず、θ_{EC}, θ_{RS} にも推定値のズレが生じるはずである。特に, ズレが生じるならばそれは参入, 及び退出行動の閾値によって大きく影響されるため, θ_{EC} が大きい場合に結果の違いが特に顕著に現れるはずである. また,scapP は $S'_t = 2$ を観測した時に $S_{t+1} = 1, 3$ となる確率が高くなっている. これは企業は不確実性に直面した際に, シグナル遷移に対しての反応が小さくなることを意味する. このため, 分析者が capP を用いて推定をした際はシグナルの遷移の効果, つまり θ_{RS} が過小評価されることが予想される.

5.2 推定結果 (3-State)

表 1 では p,q=0.3 とした推定結果を示している.

		parameters		
Experiment	Estimator	θ_{EC}	θ_{FE}	θ_{RS}
1	True-value	**1.000**	**-1.000**	**1.000**
	scapP	0.999(0.025)	-0.996(0.026)	0.998(0.017)
	capP	0.998(0.025)	-0.993(0.025)	0.987(0.016)
2	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**
	scapP	4.992(0.058)	-0.997(0.041)	0.998(0.035)
	capP	5.007(0.059)	-0.853(0.032)	0.822(0.025)
3	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**
	scapP	9.977(0.265)	-0.995(0.099)	0.994(0.083)
	capP	10.281(0.376)	-0.863(0.095)	0.779(0.062)
4	True-value	**1.000**	**-1.000**	**3.000**
	scapP	0.991(0.115)	-1.012(0.151)	3.019(0.135)
	capP	0.992(0.115)	-0.998(0.148)	3.003(0.133)
5	True-value	**1.000**	**-5.000**	**1.000**
	scapP	1.010(0.106)	-4.987(0.156)	0.997(0.043)
	capP	1.010(0.107)	-4.975(0.157)	0.994(0.043)

表 1　モンテカルロ・シミュレーション:　推定値の平均と標準偏差 (p,q=0.3)

scapP の列は NFXP において scapP を用いて, つまり分析者が p,q を既知としてその下で推定を行った結果, capP の列は NFXP において capP をもちいて, つまり分析者が主観的確率 p,q を評価せずに推定を行った結果を示している. 報告されている値のうち（）なしの部分は平均値, () 内の値は標準偏差であある. 表 1 の 1,2,3 のおいてはそれぞれ θ_{EC} の値を変化させたものに応じた推定結果を示している. 4, 5 はそれぞれ θ_{RS}, θ_{FE} の値を増加させて推定した結果を示している.

Remark1: 1 においては scapP を用いても capP を用いても推定値に変化は無いが, 2, 3 においては仮説通り capP を用いて推定した際に θ_{FE} と θ_{RS} の値が 0 に近い方へと推定値が過小評価されている.

Remark2: 4, 5 においては capP を用いても推定値にバイアスは出ていない.

仮説通り, θ_{EC} の値が大きい場合に推定値へのバイアスが生じることが分かった.

		parameters		
Experiment	Estimator	θ_{EC}	θ_{FE}	θ_{RS}
1	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.3	scapP	4.992(0.058)	-0.997(0.041)	0.998(0.035)
	capP	5.007(0.059)	-0.853(0.032)	0.822(0.025)
2	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.1	scapP	4.992(0.061)	-0.996(0.036)	0.997(0.031)
	capP	4.998(0.061)	-0.937(0.034)	0.925(0.028)
3	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.3	scapP	9.977(0.265)	-0.995(0.099)	0.994(0.083)
	capP	10.281(0.376)	-0.863(0.095)	0.779(0.062)
4	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.1	scapP	10.005(0.317)	-0.997(0.111)	0.996(0.083)
	capP	10.097(0.349)	-0.916(0.101)	0.882(0.068)

表 2　モンテカルロ・シミュレーション:　p,q=0.1, 0.3

表 2 においては p,q の値を 0.1 に変更して, シグナルの信頼性を高くした際の推定結果を $\theta_{EC} = 5, 10$ のケースについて推定した結果を示している.

Remark3: 1, 2 と 3, 4 をそれぞれ比較すると p, q の値が小さい場合は推定値にかかるバイアスが減じることが分かる. しかし, p,q が小さい場合でもバイアスが顕著に現れている.

このように, p,q が小さい場合においても推定結果が頑健でなくなるということが示された.

5.3　改善手法の提案

この節ではバイアスを減じるために, 改善手法として

$$scapP = \begin{bmatrix} 0.9 + 0.1 * p & 0.1 * (1 - p - q) & 0.1 * q \\ 0.05 + 0.9 * p & 0.9 * (1 - p - q) & 0.05 + 0.9 * q \\ 0.1 * p & 0.1 * (1 - p - q) & 0.9 + 0.1 * q \end{bmatrix}$$

の構造を分析者が既知とするが p,q を未知のパラメータ θ として, NFXP を用いて p,q も推定した結果を示す. ただし, 最適化において p,q には制約として

$$0 \leq p + q \leq 1$$
$$0 \leq p \leq 1$$
$$0 \leq q \leq 1$$

の 3 式を置いて制約付き最適化を行った. 推定結果が表 3 である.

Experiment	Estimator	parameters				
		θ_{EC}	θ_{FE}	θ_{RS}	p	q
1	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**	**0.3**	**0.3**
	capP	5.007(0.059)	-0.853(0.032)	0.822(0.025)	/	/
	scapP(with p,q)	4.992(0.058)	-1.001(0.069)	1.002(0.074)	0.321(0.052)	0.343(0.041)
2	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**	**0.3**	**0.3**
	capP	10.281(0.376)	-0.863(0.095)	0.779(0.062)	/	/
	scapP(with p,q)	9.997(0.309)	-1.006(0.105)	1.009(0.105)	0.331(0.053)	0.337(0.043)

表 3　モンテカルロ・シミュレーション: p,q を θ として推定した結果

scapP(with p,q) の列が分析者が scapP の構造を既知とするが p,q は未知として NFXP を実行した推定結果を示している.

Remark4: 1,2 共に p,q も未知のパラメータとして推定することによって θ_{FE}, θ_{RS} の推定値のバイアスは大きく改善している. また p,q の値も上手く推定できている.

しかし, p,q が上手く推定可能なことについては理論的に解明していない上に, このモデルの構造に大きく依拠している可能性が高い. 従って, 次節において状態変数を 5 つに増やした場合の拡張モデルの推定結果を示す.

5.4　推定結果 (5-State)

5.2,5.3 節では状態変数が 3 つの場合について推定を行ってきた. 次に, 状態変数を 5 つの場合について拡張して推定を行う.

まず, シグナルの不確実性を以下のように仮定する.

$$\begin{aligned}
S =& S' = \{1,2,3,4,5\} \\
S'_t =& 1 \Rightarrow [P(S_t = S'_t), P(S_t = S'_t + 1)] = [1-q, q] \\
S'_t =& 5 \Rightarrow [P(S_t = S'_t - 1), P(S_t = S'_t)] = [p, 1-p] \\
S'_t =& 2,3,4 \Rightarrow [P(S_t = S'_t - 1), P(S_t = S'_t), P(S_t = S'_t + 1)] = [p, 1-p-q, q]
\end{aligned}$$

また、S'_t の遷移行列を以下のように仮定する.

$$capP = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0.9 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$$

従って S'_t を観測した時の次期の S_t の遷移行列は次のように書ける.

$$scapP = \begin{bmatrix} 0.9(1-q)+0.1p & 0.9q+0.1(1-p-q) & 0.1q & 0 & 0 \\ 0.05(1-q)+0.9p & 0.05q+0.9(1-p-q)+0.05p & 0.05(1-p-q)+0.9q & 0.05q & 0 \\ 0.05p & 0.05(1-p-q)+0.9p & 0.05q+0.9(1-p-q)+0.05p & 0.9q+0.05(1-p-q) & 0.05q \\ 0 & 0.05p & 0.05(1-p-q)+0.9p & 0.05q+0.9(1-p-q)+0.05p & 0.9q+0.05(1-p) \\ 0 & 0 & 0.1p & 0.1(1-p-q)+0.9p & 0.1q+0.9(1-p) \end{bmatrix}$$

表 4 では表 1 同様, p,q=0.3 とした推定結果を示している.

		parameters		
Experiment	Estimator	θ_{EC}	θ_{FE}	θ_{RS}
1	True-value	**1.000**	**-1.000**	**1.000**
	scapP	0.999(0.035)	-0.995(0.030)	0.998(0.016)
	capP	0.992(0.035)	-0.923(0.029)	0.966(0.016)
2	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**
	scapP	4.991(0.086)	-1.000(0.077)	1.001(0.053)
	capP	5.015(0.087)	-0.539(0.048)	0.756(0.038)
3	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**
	scapP	10.072(0.628)	-0.980(0.196)	0.996(0.119)
	capP	10.193(0.677)	-0.420(0.110)	0.713(0.072)
4	True-value	**1.000**	**-1.000**	**3.000**
	scapP	0.991(0.161)	-1.005(0.213)	3.006(0.167)
	capP	0.990(0.161)	-0.953(0.205)	2.973(0.166)
5	True-value	**1.000**	**-5.000**	**1.000**
	scapP	1.000(0.035)	-4.995(0.078)	0.998(0.016)
	capP	0.992(0.035)	-4.877(0.077)	0.967(0.016)

表 4　モンテカルロ・シミュレーション:状態変数 5 つのケース (p,q=0.3)

Remark5: 状態変数が 3 つのケース同様, θ_{FE}, θ_{RS} が高い場合においては推定値にバイアスはあまり見られないが, θ_{EC} が高い場合においては推定値にバイアスが生じている. また, バイアスは状態変数 3 つのケースより大きくなっている.

表 5 では表 2 同様 p,q=0.1 とした推定結果を示している.

		parameters		
Experiment	Estimator	θ_{EC}	θ_{FE}	θ_{RS}
1	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.3	scapP	4.991(0.086)	-1.000(0.077)	1.001(0.053)
	capP	5.015(0.087)	-0.539(0.048)	0.756(0.038)
2	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.1	scapP	4.991(0.071)	-0.999(0.058)	1.000(0.047)
	capP	5.006(0.072)	-0.774(0.048)	0.873(0.041)
3	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.3	scapP	10.072(0.628)	-0.980(0.196)	0.996(0.119)
	capP	10.193(0.677)	-0.420(0.110)	0.713(0.072)
4	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**
p,q=0.1	scapP	10.039(0.549)	-1.000(0.165)	1.003(0.109)
	capP	10.169(0.605)	-0.688(0.120)	0.833(0.082)

表 5　モンテカルロ・シミュレーション:状態変数 5 つのケース (p,q=0.1,0.3)

Remark6: 表 2 同様, バイアスは p,q が 0.1 の場合においては小さくなっているが, やはり状態変数が 3 つのケースよりバイアスは大きくなっている.

表 6 は 5.3 節で提案した改善手法を用いて推定を行った推定結果を示している.

		parameter				
Experiment	Estimator	θ_{EC}	θ_{FE}	θ_{RS}	p	q
1	True-value	**5.000**	**-1.000**	**1.000**	**0.3**	**0.3**
	capP	5.015(0.087)	-0.539(0.048)	0.756(0.038)	/	/
	scapP(with p,q)	4.989(0.086)	-1.014(0.389)	1.012(0.120)	0.315(0.161)	0.201(0.305)
2	True-value	**10.000**	**-1.000**	**1.000**	**0.3**	**0.3**
	capP	10.193(0.677)	-0.420(0.110)	0.713(0.072)	/	/
	scapP(with p,q)	10.070(0.632)	-1.052(0.646)	1.042(0.192)	0.375(0.277)	0.316(0.336)

表 6　モンテカルロ・シミュレーション: p,q を θ として推定した結果

Remark7: 1,2 ともに θ_{FE}, θ_{RS} の推定値は大きく改善している. しかし, θ_{FE} については標準偏差が大きくなっている. また, p,q については 0.3 から大きく離れている上に, 標準偏差が極めて大きくなっている. これは, 状態変数が 3 つのケースより不確実性の構造が複雑になっているため, p,q の効果が識別できていないことによるものが大きいと思われる. また, p,q の推定値が大きく変動するため, θ_{FE}(定数項) の標準偏差が大きくなっていると思われる.

6　反実仮想分析

この節では簡単な反実仮想分析を行うことで推定バイアスが政策シミュレーションにもたらす影響を検証する. p,q=0.3 かつ状態変数 3 つ, $\theta_{EC}=5, \theta_{FE}=-1, \theta_{RS}=1$ のケースについて分析を行う.

政府が参入退出行動を盛んにするために参入費用 θ_{EC} を $\frac{1}{5}$ にするよう補助金を拠出する政策を行ったとする. 構造推定の結果, capP を用いて推定した結果は 5.2 節にあるように $\theta_{RS}=0.82$, $\theta_{FE}=-0.85, \theta_{EC}=5.00$ であった. この推定パラメータを元に企業の行動に対する価値関数と企業の参入確率を推定した結果が以下の表 7 である.

	Experiment			
	1	2	3	4
	$\theta_{RS}=1.0$	$\theta_{RS}=0.82$	$\theta_{RS}=1.0$	$\theta_{RS}=0.82$
	$\theta_{FE}=-1.0$	$\theta_{FE}=-0.85$	$\theta_{FE}=-1.0$	$\theta_{FE}=-0.85$
Descriptive Statistics	$\theta_{EC}=5$	$\theta_{EC}=5$	$\theta_{EC}=1$	$\theta_{EC}=1$
$v(a_t, a_{t-1}, s'_t)$				
v(0,0,1)	11.550	8.932	18.793	16.288
v(0,0,2)	16.089	12.390	23.218	19.716
v(0,0,3)	20.934	16.096	27.763	23.236
v(1,0,1)	9.057	6.271	18.289	15.741
v(1,0,2)	15.714	11.648	23.907	20.164
v(1,0,3)	22.397	17.054	29.610	24.655
v(1,1,1)	14.057	11.271	19.289	16.741
v(1,1,2)	20.714	16.648	24.907	21.164
v(1,1,3)	27.397	22.054	30.610	25.655
Prob. of being active	0.892	0.863	0.766	0.730

表 7　Policy Simulation

Experiment1, 3 は正しいパラメータの下で, Experiment2, 4 はバイアスのかかった推定パラメータの下で推定した結果を表している. 1, 2 が政策実行前, 3, 4 が政策実行後の推定結果を表している.

Remark7: 企業の参入確率は 1,2 ではそれぞれ 89.2%, 86.3%, 3,4 では 76.6%, 73.0% で政策実行後にはどちらも 13% 低下で参入退出行動は確かに盛んになっている. しかしどちらもバイアスによって 3% の誤差が生じている. また, 厚生評価に大きく影響する価値関数の計算結果であるが, 2,4 では市場の状態の効果の過少推定による影響でそれぞれ 3〜5 の過小評価が生じている. これにより厚生が大きく過小評価されるという結果となる.

7 結論, 今後の課題

本稿では, 構造推定において状態変数に不確実性が存在する場合における推定値へのバイアスをシミュレーションによって検証することを目的とした. 結果として, 仮説通り, 参入費用が大きい場合において推定結果に大きなバイアスが生じることが分かった. これは従来の実証分析で扱われてきた大規模産業について当てはまる結果であり, 従来の実証分析が不確実性に対して頑健でなくなる可能性を指摘するものである. また, 状態変数の数が増えるにつれ推定値は不確実性に対して頑健ではなくなり, p,q の値が小さい場合にもバイアスは大きく生じることが分かった. バイアスはシグナルの遷移の効果が p,q によって過小評価されることにより生じるものである. また, バイアスの改善アルゴリズムとして p,q も推定パラメータとして推定を行った結果, 状態変数が 3 つのケースにおいてはバイアスは大きく改善され, p,q の推定も上手く行われていたが, 状態変数 5 つのケースで不確実性の構造が複雑化した際には θ_{FE}, θ_{EC} の推定値は改善されたが, p,q の効果が識別できないことによって, p,q と定数項 (θ_{FE}) の標準偏差が極めて大きくなるという結果になった.

また, 政策シミュレーションの結果から, バイアスによって市場の状態の効果の過小評価が起こり, 厚生が過小評価されるという結果を得た. つまり, 不確実性によって確かに構造推定の利点である反実仮想シミュレーションの結果にも大きなバイアスをもたらすという結果を得た.

今後の課題としては

1. NFXP において p,q を推定パラメータとして推定した際に θ_{FE}, θ_{RS} の推定値が改善することの理論的証明.
2. 改善アルゴリズムにおいて p,q の効果を識別して,p,q の推定結果および θ_{FE} の標準偏差を改善する手法の提案
3. 本稿ではシミュレーションという形でデータを生成して推定を行ったが, 実際の経済現象でこのような不確実性下に直面したケースを探し, 実証分析を行う.

などが挙げられる.

特に 3 の経済学的なモチベーションという点においては, 2 節でも触れたように, 参入退出モデルは現在ではゲームモデルへの拡張が盛んに行われている. 今後の展望として, 改善アルゴリズムにおいて不確実性の効果の識別が可能になれば, 本稿で扱ったようなシグナルに不確実性が存在するケースの応用先として不完全観測公的シグナルゲームの構造を持つ産業の実証分析において活用できると思われる.

謝辞

本研究に際して、様々なご指導を頂きました指導教員の下津克己教授に感謝いたします。 また、卒業論文発表の際に多くの示唆やご指摘を下さいました神取道宏教授, 及び神取ゼミ, 下津ゼミの同期・後輩の皆様に感謝いたします。

参考文献

Aguirregabiria, V. and C.-Y. Ho (2012): "A dynamic oligopoly game of the US airline industry: Estimation and policy experiments," *Journal of Econometrics*, 168, 156–173.

Aguirregabiria, V. and P. Mira (2002): "Swapping the nested fixed point algorithm: A class of estimators for discrete Markov decision models," *Econometrica*, 1519–1543.

——— (2007): "Sequential estimation of dynamic discrete games," *Econometrica*, 1–53.

——— (2010): "Dynamic discrete choice structural models: A survey," *Journal of Econometrics*, 156, 38–67.

Bajari, P., J. Levin, et al. (2007): "Estimating Dynamic Models of Imperfect Competition," *Econometrica*, 75, 1331–1370.

Collard-Wexler, A. (2013): "Demand Fluctuations in the Ready-Mix Concrete Industry," *Econometrica*, 81, 1003–1037.

Ericson, R. and A. Pakes (1995): "Markov-perfect industry dynamics: A framework for empirical work," *The Review of Economic Studies*, 62, 53–82.

Hotz, V. J. and R. A. Miller (1993): "Conditional choice probabilities and the estimation of dynamic models," *The Review of Economic Studies*, 60, 497–529.

Karlstrom, A., M. Palme, and I. Svensson (2004): "A dynamic programming approach to model the retirement behaviour of blue-collar workers in Sweden," *Journal of Applied Econometrics*, 19, 795–807.

Kasahara, H. and B. Lapham (2013): "Productivity and the decision to import and export: Theory and evidence," *Journal of International Economics*, 89, 297–316.

Pakes, A., M. Ostrovsky, and S. Berry (2007): "Simple estimators for the parameters of discrete dynamic games (with entry/exit examples)," *The RAND Journal of Economics*, 38, 373–399.

Rust, J. (1987): "Optimal replacement of GMC bus engines: An empirical model of Harold Zurcher," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 999–1033.

——— (1994): "Structural estimation of Markov decision processes," *Handbook of econometrics*, 4, 3081–3143.

——— (1996): "Numerical dynamic programming in economics," *Handbook of computational economics*, 1, 619–729.

——— (2000): "Nested fixed point algorithm documentation manual," *Unpublished Manuscript. Version*, 6.

Rust, J. and C. Phelan (1997): "How social security and medicare affect retirement behavior in a world of incomplete markets," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 781–831.

Rust, J. and G. Rothwell (1995): "Optimal response to a shift in regulatory regime: The case of the US nuclear power industry," *Journal of Applied Econometrics*, 10, S75–S118.

補論:数値計算について

補論においては NFXP の推定および政策シミュレーションにおける数値計算の手法について触れる. 計算ソフトには Matlab を用い, NFXP の最適化においては fminunc コマンドにより準ニュートン法を用いた. ただし, 改善アルゴリズムにおいて p,q の値に制約をつけた最適化を実行する際は fmincon コマンドを用いた. fmincon を用いなかった際は推定ループ中に p,q の推定値が負の値を取り推定不能に陥るケースが生じた. また, 乱数の生成についてはメルセンヌ・ツイスタを用いて seed を設定することで乱数を制御した.