姓名：__________

学号：__________

学院（系）：________

_____ 级_____ 班

教师：__________

装

大 连 理 工 大 学

课程名称： 工科数学分析基础（二） 试卷： A 考试形式： 闭卷

授课院(系)：数学科学学院 考试日期：2018 年 6 月 29 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得分	

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1、曲线 $x=2t+1, y=\sin t, z=e^t$ 在 $P_0(1,0,1)$ 处的切线方程是________________，法平面方程是________________。

2、函数 $u(x,y,z)=xy^2z^2$ 在点 $P_0(1,1,1)$ 处的最大方向导数是________________，设向量 $\vec{L}=(2,2,1)$，则方向导数 $\left.\dfrac{\partial u}{\partial \vec{L}}\right|_{P_0}=$________________。

3、设向量场 $\vec{A}=(xy^2, x+y+z^2, xyz)$，则向量场散度 $\left.div\,\vec{A}\right|_{(2,1,1)}=$______________，旋度 $\left.rot\,\vec{A}\right|_{(2,1,1)}=$______________。

4、设函数 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，函数 $f(x)$ 在 $(-1,1]$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases} x-1, -1<x\le 0 \\ x^2, 0<x\le 1 \end{cases}$，$f(x)$ 的 Fourier（傅里叶）级数的和函数是 $S(x)$，则 $S\left(\dfrac{1}{2}\right)=$__________，$S(99)=$__________。

5、二次积分 $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy=$______________；曲线积分 $\oint_L (x^2+2xy^2+4y^2)ds=$________，曲线 L：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，L 的周长为 a。

得分	

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1、微分方程组 $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 4y_1 + 3y_2 \end{cases}$ 的通解为（　　）

(A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{5x}$；　(B) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{5x}$；

(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{5x}$；　(D) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{5x}$。

2、函数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2$ 的极小值点是（　　）

（A）$(2,2)$；　（B）$(2,0)$；　（C）$(0,2)$；　（D）$(0,0)$。

3、曲面 $\sum\ : z = x^2 + y^2 (0 \le z \le 1)$ 的面积是（　　）

（A）$\frac{\pi}{2}(5\sqrt{5}-1)$；（B）$\frac{\pi}{3}(5\sqrt{5}-1)$；（C）$\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$；(D) $\frac{\pi}{12}(5\sqrt{5}-1)$。

4、函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x - 2017z = \varphi(y - 2018z)$ 确定，其中 φ 为可微函数，则 $2017\frac{\partial z}{\partial x} + 2018\frac{\partial z}{\partial y} =$（　　）

（A）0；（B）1；（C）2；（D）3。

5、以下命题中正确的是（　　）

（A）若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^{\ 2}$ 收敛；

（B）若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，且 $u_n > 0, n = 1, 2, \ldots,$，则 $\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$；

（C）若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，且 $\lim_{n\to\infty} v_n = 1$ ，则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 收敛；

（D）若 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(u_{2n-1} + u_{2n}\right)$ 收敛，且 $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$，则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛。

得分	

三、（**10 分**）求微分方程 $y''+4y'+4y=e^{-2x}$ 的通解。

得分	

四、（10 分） 设有幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}x^n$ 。1、求其收敛域；2、求其和函数 $S(x)$ 的表达式。

得分	

五、（10 分）求曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}(x^2+2xy)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+yzdzdx+(x^2+\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，

其中 $\sum$ $:x^2+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1(z\geq 0)$，取上侧。

得分	

六、（**10 分**）设函数 $z=f(xy,yg(x))$，其中 f 具有二阶连续偏导数，函数 $g(x)$ 可导且在 $x=1$ 处取得极值 $g(1)=1$，求 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}$。

得分	

七、（10 分）设二元函数 f,g,h,φ 在闭区域 D： $x^2+y^2\le 1$ 上具有二阶连续偏导数。

1、证明积分等式：$\iint\limits_D (f'_x g+f'_y h)dxdy=\oint\limits_L fgdy-fhdx-\iint\limits_D (fg'_x+fh'_y)dxdy$，其中 L 为 D 的正向（逆时针方向）边界。

2、若 φ 在 D 上满足：$\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=1$，求 $\iint\limits_D (x\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}+y\dfrac{\partial\varphi}{\partial y})dxdy$。