姓名：__________

学号：__________

学院（系）：________

_____ 级_____ 班

教师：__________

装

大 连 理 工 大 学

课程名称： 工科数学分析基础（二） 试卷：A 考试形式： 闭卷

授课院(系)：数学科学学院 考试日期：2017 年 6 月 23 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得分	

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. 曲面 $x^2+y^2+z^2=6$ 在点 $(1,2,1)$ 处的切平面方程是__________________，

   法线方程是__________________________ 。

2. 函数 $u(x,y,z)=xy+2yz+3zx$ 在点 $P_0(1,\text{-}1,1)$ 处的梯度 $gradu\big|_{P_0}=$__________，

   设向量 $\vec{L}=(1,-2,2)$，则方向导数 $\left.\dfrac{\partial u}{\partial \vec{L}}\right|_{P_0}=$_________。

3. 设 $z=f(e^x\sin y,y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$____________，

   $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$____________________________________。

4. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，函数 $f(x)$ 在 $(-1,1]$ 上的表达式为

   $f(x)=\begin{cases}2,-1<x\le 0\\ x^3,0<x\le 1\end{cases}$ ，$f(x)$ 的 Fourier（傅里叶）级数的和函数是 $S(x)$，

   则 $S(1)=$__________，$S(100)=$__________。

5. 曲线 L 为上半圆周 $y=\sqrt{1-x^2}$，则曲线积分 $\displaystyle\int_L \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}ds=$__________；

   曲面 $\sum$ ：$z^2=x^2+y^2(0\le z\le 1)$，则曲面积分 $\displaystyle\iint_{\Sigma}(x+y+z)\,\mathrm{d}S=$__________。

得分	

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．微分方程组 $\begin{cases} y_1' = 3y_1 - y_2 \\ y_2' = -y_1 + 3y_2 \end{cases}$ 的通解为（　　　）

(A) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$； (B) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{4x}$；

(C) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4x}$； (D) $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{4x}$。

2．已知函数 $f(x,y) = \dfrac{e^x}{x-y}$，则（　　　）

（A） $f_x' - f_y' = 0$；（B） $f_x' + f_y' = 0$；（C） $f_x' - f_y' = f$；（D） $f_x' + f_y' = f$。

3．向量场 $\vec{A}(x,y,z) = (2ax - y^2, x^2 - 2yz, z^2 - 2z)$ 是无源场，则常数 $a =$（　　　）

(A) -1；　　(B) 0；　　(C) 1；　　(D) 2。

4．设 $D = \left\{(x,y) \middle| x^2 + y^2 \le 2x, x^2 + y^2 \le 2y\right\}$，则 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy =$（　　　）

（A） $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$；

（B） $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$；

（C） $2\int_0^1 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{x} f(x,y) dy$；(D) $2\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y) dy$。

5．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{\sqrt{n}} - \dfrac{1}{\sqrt{n+1}}\right) \sin(n+k)$（$k$ 为常数）（　　　）

（A）绝对收敛；（B）条件收敛；（C）发散；（D）收敛性与 k 有关。

得分	

三、**（10 分）**求微分方程 $y'' - y' - 2y = (1-2x)e^x$ 的通解。

得分	

四、（10 分）用拉格朗日 (Lagrange) 乘子法求函数 $f(x,y)=x^2+4xy+y^2$ 在单位圆 $x^2+y^2=1$ 上的最大值和最小值。

得分	

五、（**10 分**）将函数 $f(x)=\arctan\frac{1+x}{1-x}$ 展为 x 的幂级数，并求收敛域。

得分	

六、（**10** 分）**求曲面积分** $I=\iint\limits_{\Sigma} xz\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(x^2+y^3)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $\sum$ $:z=x^2+y^2(0\le z\le 1)$，取下侧。

得分	

七、（10 分）计算曲线积分 $\int_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$，其中 L 为从点 $A(1,1)$ 沿直线到点 $B(-1,0)$，再沿曲线 $y = x^2 - 1$ 到点 $C(1,0)$。