

一、选择题 每小题 5 分，共 50 分. 下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请将答案涂写在答题卡上.

1. 曲面  $z = x^3 + y^2$  在点  $(1, 1, 2)$  处的切平面和法线方程依次为 ( A )

(A)  $3x + 2y - z = 3$   $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = 2-z$

(B)  $3x + 2y + z = 7$   $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = z-2$

(C)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = 2-z$   $3x + 2y - z = 3$

(D)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = z-2$   $3x + 2y + z = 7$

2. 设函数  $f(x, y) = 3x + 4y - x^2 - 2y^2 - 2xy$ ,

则  $f(x, y)$  有唯一的 ( **B** )

(A) 极小值  $\frac{5}{2}$

(B) 极大值  $\frac{5}{2}$

(C) 极大值  $-\frac{15}{2}$

(D) 极小值  $-\frac{15}{2}$

3. 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

则 ( A )

(A)  $f'_x(0, 0) = 0, f''_{xy}(0, 0) = -1$

(B)  $f'_x(0, 0) = 1, f''_{xy}(0, 0) = -1$

(C)  $f'_x(0, 0) = 0, f''_{xy}(0, 0) = 1$

(D)  $f'_x(0, 0) = 1, f''_{xy}(0, 0) = 1$

4. 将函数  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 1] \\ 1-x, & x \in (1, 2] \end{cases}$  展成 Fourier 级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{2}, \text{ 其中 Fourier 系数 } b_n = \int_0^2 f(x) \sin \frac{n\pi x}{2} dx$$

( $n = 1, 2, \dots$ ), 级数的和函数记为  $S(x)$ , 则 ( C )

$$(A) \quad S(1) = 1, S\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{1}{2} \quad (B) \quad S(1) = \frac{1}{2}, S\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$(C) \quad S(1) = \frac{1}{2}, S\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{1}{2} \quad (D) \quad S(1) = 1, S\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

5. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  则级数

$$f(0) + f'(0) + \cdots + f^{(n)}(0) + \cdots \quad ( \text{ B } )$$

(A) 绝对收敛.

(B) 条件收敛.

(C) 发散, 且部分和数列趋于  $+\infty$

(D) 发散, 且部分和数列趋于  $-\infty$

6. 以下四个正项级数中, 发散的是 ( **D** )

$$(A) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

$$(B) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)$$

$$(C) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + \ln n}{n^4 - \cos n}$$

$$(D) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{2n-1}{2n} \right)$$

7. 设曲面  $S : z = \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $0 \leq z \leq 1$ ), 则曲面积分

$$\iint_S z \, dS = ( \text{ B } )$$

(A)  $\frac{2}{3}\pi$     (B)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$     (C)  $\sqrt{2}\pi$     (D)  $\pi$

8. 设  $V$  是由两个曲面  $z = x^2 + y^2$  和  $z = 2 - x^2 - y^2$  围成的  $\mathbf{R}^3$  中的有界闭区域, 则三重积分  $\iiint_V z \, dV =$   
( C )

(A)  $\frac{4}{3}\pi$     (B)  $\frac{8}{3}\pi$     (C)  $\pi$     (D)  $\frac{1}{2}\pi$



9. 二次积分  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} x \cos(1-y)^2 dy = ( \text{A} )$

(A)  $\frac{1}{4} \sin 1$  (B)  $-\frac{1}{4} \sin 1$  (C)  $\frac{1}{4} \cos 1$  (D)  $-\frac{1}{4} \cos 1$

10. 设曲线  $L: x^2 + y^2 = 1$  ( $x \geq 0, y \geq 0$ ), 质量线密度

$\rho \equiv 1$ , 则  $L$  对  $x$  轴的转动惯量等于 ( **B** )

- (A)  $\frac{\pi}{8}$     (B)  $\frac{\pi}{4}$     (C)  $\frac{\pi}{2}$     (D)  $\pi$