

大 连 理 工 大 学

姓名: _____

学号: _____

学院 (系): _____

_____ 级 _____ 班

教师: _____

课程名称: 工科数学分析基础 (二) 试卷: A 考试形式: 闭卷

授课院 (系): 数学科学学院 考试日期: 2019 年 6 月 21 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

装

得 分	
--------	--

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1、曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 上点 $(1, -2, 2)$ 处的切平面方程为_____,
法线方程为_____。

2、设函数 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数, 在 $(-1, 1]$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} 3, & -1 < x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 1 \end{cases}, \text{ 函数 } f(x) \text{ 的 Fourier (傅里叶) 级数是:}$$

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x, \quad x \in (-\infty, +\infty), \text{ 其和函数是 } S(x), \text{ 则}$$

$$S\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad S(11) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3、函数 $z = (x + e^y)^x$ 在点 $(1, 0)$ 处的全微分 $dz|_{(1,0)} = \underline{\hspace{2cm}} dx + \underline{\hspace{2cm}} dy$ 。

4、设有数量场 $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, 则梯度 $\text{gradu}|_{(1,1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$,
散度 $\text{div}(\text{gradu})|_{(1,1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、函数 $f(x) = e^x$ 展为 $x-1$ 的幂级数是_____, 收敛域是_____。

得分	
----	--

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1、微分方程 $y'' - y = \sin x$ 的一个特解形式为 ()

A、 $xe^x(a \cos x + b \sin x)$; B、 $a \cos x + b \sin x$;

C、 $e^x(a \cos x + b \sin x)$; D、 $ax \cos x + bx \sin x$ 。

2、设 $f(x, y) = 3x - x^3 + y^2 + 2y$, 则下列说法正确的是 ()。

A、 $f(-1, -1)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值; B、 $f(-1, -1)$ 是 $f(x, y)$ 的极大值;

C、 $f(1, -1)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值; D、 $f(1, -1)$ 是 $f(x, y)$ 的极大值。

3、均匀曲线 $L: y = \sqrt{1-x^2}$ 的质心坐标为 $(0, \bar{y})$, 则 $\bar{y} =$ ()

A、 $\frac{1}{\pi}$; B、 $\frac{2}{\pi}$; C、 $\frac{3}{\pi}$; D、 $\frac{1}{2\pi}$ 。

4、在以下级数中, 发散的是 ()。

A、 $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$; B、 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n} - \ln(1 + \frac{1}{n}))$; C、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+2}{n^3+3n}$; D、 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n - \ln n}$ 。

5、设曲面 $\sum z = \sqrt{1-x^2-y^2}$, 则曲面积分 $\iint_{\sum} z dS =$ ()。

A、 $\frac{\pi}{4}$; B、 $\frac{\pi}{3}$; C、 $\frac{\pi}{2}$; D、 π 。

得分	
----	--

三、(10 分) 求微分方程组 $\begin{cases} y_1' = 2y_1 + 3y_2 \\ y_2' = 2y_1 - 3y_2 \end{cases}$ 的通解。

得 分	
--------	--

四、(10 分) 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n}$ ，求：1、收敛域；2、和函数。

得 分	
--------	--

五、(10 分) 计算曲线积分 $\int_L (x^2 + 2xy^2)dx + (2x^2y - y^3)dy$, 其中 L 为从点 $A(0,1)$ 沿圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 的四分之一弧到点 $B(1,2)$ 的一段曲线。

得分	
----	--

六、(10 分) 求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x(y^2 + z)dydz + y(x^2 + x)dzdx + yzdx dy$,

其中 Σ : 曲面 $z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$, 取下侧。

得 分	
--------	--

七、(10 分) 设变换 $\begin{cases} u = x - 2y \\ v = x + 3y \end{cases}$ 可把方程 $6\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ 简化为以 u 、 v 为自变量的方程，可化为什么样的形式？其中二阶偏导数连续。