一、单选题

1.由已知可得 $P_1AP_2=E$, $A=P_1^{-1}P_2^{-1}$,　　因为 $P_1^{-1}=P_1$,所以 $A=P_1\,P_2^{-1}$.

答案选（C）

2. 由 $AB+E=A+B$ 可得，$(A-E)(B-E)=O.$

若 $|A-E|\neq 0$,则 $A-E$ 可逆. 由 $(A-E)(B-E)=O$ 消去 $A-E$，可得 $B-E=0$， 这与 $B\neq E$ 矛盾，所以

$|A-E|=0.$

同理可知，$|B-E|=0.$

答案选（A）

3. $\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$为倍加矩阵,$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$为对调矩阵,左乘倍加矩阵等同于做倍加行变换，右乘对调矩阵等同于做对调列变换。

注意：$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}^2$ $=E$，也可以说连着做两次对调变换相当于什么也没做。

$$\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^2\begin{pmatrix}1&4&7\\2&5&8\\3&6&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}^5=\begin{pmatrix}9&24&39\\2&5&8\\3&6&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}39&24&9\\8&5&2\\9&6&3\end{pmatrix}$$

答案选（C）

4. $A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\-1&1&-2\\2&-2&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}(1,-1,2)=ab^T$, 其中$a=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$,$b=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$

$$A^k=(ab^T)^k=(ab^T)(ab^T)\cdots(ab^T)=a(b^Ta)(b^Ta)\cdots(b^Ta)b^T=(b^Ta)^{k-1}(ab^T)=(b^Ta)^{k-1}A$$
$$m=(b^Ta)^{k-1}=6^{k-1}$$

答案选（B）

5. 该题不太好想。解题过程如下：

因为该行列式的阶数为n, 所以该行列式全部展开以后共有 $n!$ 项,每一项都是n个数相乘的形式,乘完要么为1,要么为-1.

由 $n\geq 2$ 可知，$n!$ 为偶数.

该行列式全部展开以后，如果结果为 1 的项有奇数个，那么结果为-1 的项也有奇数个，行列式的值为偶数。

如果结果为 1 的项有偶数个，那么结果为-1 的项也有偶数个，行列式的值也为偶数。

答案选（B）

6 . 上课讲过，答案选（B）

7 . 按伴随矩阵的定义计算即可，答案选（D）

8．$\begin{vmatrix} 1-x & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2-x & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3+x & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4-x \end{vmatrix} \overset{\substack{r_2-2r_1 \\ r_3-3r_1 \\ r_4-4r_1}}{=} \begin{vmatrix} 1-x & 1 & 1 & 1 \\ 2x & -x & 0 & 0 \\ 3x & 0 & x & 0 \\ 4x & 0 & 0 & -x \end{vmatrix} \overset{\substack{c_1+2c_2 \\ c_1-3c_3 \\ c_4+4c_4}}{=} \begin{vmatrix} 4-x & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x \end{vmatrix} = x^3(4-x)$

9．A、B、C 都是错的，上课讲过这些情况。

１０．见学习通

１１．该题用到性质２－７，$a_{11}A_{21}+a_{12}A_{22}+\cdots+a_{1n}A_{2n}=0$

因为第一行的数全为１，所以 $A_{21}+A_{22}+\cdots+A_{2n}=0$

同理，$A_{31}+A_{32}+\cdots+A_{3n}=0,\cdots,A_{n1}+A_{n2}+\cdots+A_{nn}=0$

所有代数余子式之和＝$A_{11}+A_{12}+\cdots+A_{1n}$，这是所给行列式按照第一行的展开式，结果为 $n!$

二、判断题

１． 用到书上第９页例１－５，当ＡＢ＝ＢＡ时，ＡＢ才为对称矩阵。

２． 将Ａ做一次对调变换得到Ｂ，Ａ和Ｂ等价，但 $|A|=-|B|$

３． 反例，令 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, AB 可逆，但是 A 和 B 都不可逆。

三、多选题

１． 该题用到结合律

由 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 可得, $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$C=\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} A\right)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，按照这种形式想为选项C

也可按照下面形式想，$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}\left(A\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right)$，这时为选项B

做该题还有一种想法：

由 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 可得,

$C \xrightarrow{r_3-2r_1} H \xrightarrow{c_1\leftrightarrow c_2} A$ 和 $C \xrightarrow{c_1\leftrightarrow c_2} M \xrightarrow{r_3-2r_1} A$

从上面两个式子倒着想可得

$A \xrightarrow{c_1\leftrightarrow c_2} H \xrightarrow{r_3+2r_1} C$ 和 $A \xrightarrow{r_3+2r_1} M \xrightarrow{c_1\leftrightarrow c_2} C$

2. 可以验证选项 A 的左右不相等，注意这不是倍加变换

选项 **B**，$|-A| = (-1)^n |A|$，上课讲过

选项 C 为书上 38 页 4（3），上课讲过

选项 D 为书上 48 页思考题第 1 题，上课讲过

选项 E 为书上 48 页提高题第 3 题，上课讲过

3.4.5.6.这四道题都应该会的

四、填空题

1，3 这两题应该会做

2. $$f(x)=\begin{vmatrix} x & 2x & 1 & 0 \\ 1 & x & 2 & 3 \\ 2 & 3 & x & 2 \\ 1 & 1 & 2 & x \end{vmatrix} \overset{\text{按第一行展开}}{=} x\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 3 & x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix} - 2x\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

从上式找出x^3的项，为$-2x^3$