第 1 章练习题

一、单选题（共 8 题）

1、设A是$t\times k$矩阵，B是$k\times t$矩阵，若B的第j列元素全为零，则下列结论正确的是( )

A、AB的第j行元素全为零

B、AB的第j列元素全为零

C、BA的第j行元素全为零

D、BA的第j行元素全为零

正确答案： B

2、设A为n阶方阵，e_i表示第i个分量是1，其余分量都是零的n元列向量，则$e_i^TAe_j=$( )

A、A的第(i,i)元

B、A的第(j,j)元

C、A的第(i,j)元

D、A的第(j,i)元

正确答案： C

3、

矩阵A的分块形式为$A=[a_1,a_2,\cdots,a_n]$，则A^T的形式可以表示为

A、$$A^T=\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

B、$$A^T=\begin{bmatrix} a_1^T \\ a_2^T \\ \vdots \\ a_n^T \end{bmatrix}$$

C、$A^T=\left[a_1^T,a_2^T,\cdots,a_n^T\right]$

正确答案： B

4、

设 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{B}=\begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+a_{11} & a_{32}+a_{12} & a_{33}+a_{13} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{P}_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{P}_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

则（　　　　）正确。

A、$\mathbf{AP}_1\mathbf{P}_2$

B、$\mathbf{AP}_2\mathbf{P}_1$

C、$\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\mathbf{A}$

D、$\mathbf{P}_2\mathbf{P}_1\mathbf{A}$

正确答案： C

5、$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{2020}=(\quad)$

A、$\begin{pmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

B、$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

C、$\begin{pmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

D、 $\begin{pmatrix} 12 & 9 & 15 \\ 5 & 4 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}$

正确答案： A

6、 设$B=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=\begin{pmatrix} \beta_1^T \\ \beta_2^T \\ \beta_3^T \end{pmatrix}$分别是$B$的列,行分块,$E_{1,3}B=$

A、 $\begin{pmatrix} \beta_3^T \\ \beta_2^T \\ \beta_1^T \end{pmatrix}$

B、 $(\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1)$

C、 $\begin{pmatrix} \beta_1^T+\beta_3^T \\ \beta_2^T \\ \beta_3^T \end{pmatrix}$

D、 $(\alpha_1+\alpha_3,\alpha_2,\alpha_3)$

正确答案： A

7、 已知$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3),B=(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1)$, $B=AP$,则$P=($ $)$.

A、 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C、 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

D、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

正确答案： D

8、 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 8 & 5 \end{pmatrix}$的等价标准形为（　　　）

A、 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

B、 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

D、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

正确答案： D

二、多选题（共 2 题）

1、

设 $\mathbf{A}$ 为 4×5 型矩阵，$\mathbf{B}$ 为 5×4 型矩阵，$\mathbf{C}$ 为 4×1 型矩阵，$\mathbf{D}$ 为 5×4 型矩阵，判断下列哪些表达式是正确的

A、 BA

B、 A(B+D)

C、 ABC

D、 AD+BC

E、 ABABC

正确答案： ABCE

2、对于矩阵的乘法，以下定律哪些不成立？

A、 结合律

B、 消去律

C、 交换律

D、 分配律

正确答案： BC

三、填空题（共 6 题）

1、$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$ ______________

答案为：$\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -5 & -7 \\ 9 & 15 \end{pmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2、

=

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & x \end{pmatrix}$$

则 x=______________

正确答案：

第 1 空:

-4

3、

设$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, AB = BA$ 求x和y

$x =$ [填空1] , $y =$ [填空2]

正确答案：

第 1 空:

1

第 2 空:

2

4、

设$\mathbf{a}\in\mathbf{R}^n, k=\mathbf{a}^T\mathbf{a}\neq 0, \mathbf{A}=\mathbf{E}-\mathbf{a}\mathbf{a}^T, \mathbf{B}=\mathbf{E}+3\mathbf{a}\mathbf{a}^T$， $\mathbf{AB}=\mathbf{E}$，求k.

正确答案：
第 1 空:
2/3；三分之二；3 分之 2

5、

已知$\alpha=[1,2,-1]^T$，且$(\alpha\alpha^T)^{15}=k(\alpha\alpha^T)$，则$k=$__.

正确答案：
第 1 空:

；6 的 14 次幂；6 的 14 次方；

6、

设$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow[r_2+r_1]{r_1+r_2} B$, $B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $a=$__, $b=$__, $c=$__, $d=$__.

正确答案：
第 1 空:
0；零

第 2 空:
5；五

第 3 空:
-1；负 1；负一；-1;

第 4 空:
8；八

解析：

四、判断题（共 22 题，57.2 分）

1、$(\mathbf{A}+\mathbf{B})^2=\mathbf{A}^2+2\mathbf{AB}+\mathbf{B}^2$；

正确答案： 错误

解析：A，B 不一定可交换

2、设 A 和 E 为同阶矩阵，下式是否正确

$(\mathbf{A}+\mathbf{E})^2=\mathbf{A}^2+2\mathbf{A}+\mathbf{E}$；

正确答案： 正确

解析：矩阵 A 和 E 可交换顺序

3、设 A 和 E 为同阶矩阵，下式是否正确

$(\mathbf{A}+\mathbf{E})(\mathbf{A}-\mathbf{E})=(\mathbf{A}-\mathbf{E})(\mathbf{A}+\mathbf{E})$

正确答案： 正确

解析：A 和 E 可交换顺序

4、下式是否正确

若 $\mathbf{A}^2=\mathbf{O}$, 则 $\mathbf{A}=\mathbf{O}$；

正确答案： 错误

5、对称阵的第 i 行与第 i 列的对应元素相等.

正确答案： 正确

6、若 A为反对称阵，则 A^k也为反对称阵（k 为正整数）；

正确答案： 错误

解析：k 分奇数和偶数

7、若 $\mathbf{A}^2=\mathbf{E}$, 则 $\mathbf{A}=\mathbf{E}$ 或 $\mathbf{A}=-\mathbf{E}$

正确答案： 错误

解析：例如：A=diag（1，-1）

8、

设A, B是n阶方阵，则$(AB)^2 = A^2B^2 \Rightarrow AB = BA$

正确答案： 错误

解析：反例：

9、

设A, B是n阶方阵，则$(AB)^2 = A^2B^2 \Leftarrow AB = BA$;

正确答案： 正确

10、设A为n阶方阵,且$A^2 = A$,则$A = E$或$A = O$

正确答案： 错误

11、

设A, B, C, D都是n阶方阵，若$AB = CD$；问是否对任意n阶方阵X都有$AXB = CXD$

正确答案： 错误

12、对任意矩阵A，A^TA与AA^T都是对称阵

正确答案： 正确

13、对任意矩阵A，$A + A^T$是对称阵

正确答案： 错误

14、若$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$都是n元列向量，则$\mathbf{a}^T\mathbf{b} = \mathbf{b}^T\mathbf{a}$

正确答案： 正确

解析：两边都是数，对一个数求转置仍为其本身的值

15、若$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$都是n元列向量，则$\mathbf{ab}^T = \mathbf{ba}^T$

正确答案： 错误

解析：举例验证即可

16、

对任意的n元列向量u，都有$(\mathbf{uu}^T)(\mathbf{uu}^T) = (\mathbf{u}^T\mathbf{u})(\mathbf{uu}^T)$.

正确答案： 正确

17、

只用倍加行变换能把方阵A化为下三角阵。

正确答案： 正确

18、若A与B等价，则B与A等价。

正确答案： 正确

19、

一次对调可用三次倍加和一次倍乘表示。

正确答案： 正确

20、

若A与B等价，B与C等价，则A与C等价。

正确答案： 正确

21、矩阵A只经过初等行变换就可以化成标准形

正确答案： 错误

22、

$\begin{pmatrix} E_{i,j}(k) & O \\ O & E \end{pmatrix}$是倍加阵，$\begin{pmatrix} E & O \\ O & E_{i,j}(k) \end{pmatrix}$不是倍加阵。

正确答案： 错误