第 2 章练习题

一、单选题（共 12 题，32.4 分）

1、计算下面行列式，

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

A、 2

B、 -2

C、 3

D、 -3

正确答案： B

2、 设$|a_1, a_2, a_3| = 2$, 求$|3a_1 + 4a_2 + 5a_3, 2a_2 + 3a_3, a_3| =??$

A、 6

B、 -6

3、 12

4、 -12

正确答案： 3

3、 设$A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), B = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + 9\alpha_3)$,
$|A| = 1$, 求$|B| =??$

A、 -2

B、 2

3、 3

4、 -3

正确答案：

4、 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & x \\ 0 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$是$x$的一次多项式,其一次项的系数等于(   ).

A、 18

B、 -18

C、 9

D、 -9

正确答案： B

5、$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & x \\ 0 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$是$x$的一次多项式,其一次项的系数等于( ).

A、 18

B、 -18

C、 9

D、 -9

正确答案： B

解析：

6、方程$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & x \\ 1 & 4 & 4 & x^2 \\ 1 & 8 & -8 & x^3 \end{vmatrix} = 0$的根是( ).

A、 1,2,2

B、 1,2,-2

C、 2,2,1

D、 1,1,2

正确答案： B

解析：

7、初等阵的行列式分别为

$|E_{i,j}| =$ (   ) ; $|E_i(k)| =$ (   ) ; $|E_{(i,j)}(k)| =$ (   ) ;

A、 1,1,1

B、 -1,k,1

3、 -1,k,k

4、 1,k,-1

正确答案： B

8、$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (\quad)$

A、 -1

B、 1

C、 0

D、 2

正确答案： B

9、$\begin{vmatrix} 8 & 4 & 2 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ 64 & 16 & 4 & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 \end{vmatrix} = (\quad)$

A、 12

B、 -12

C、 18

D、 -18

正确答案： A

10、如果一个$n \geq 2$阶行列式中元素均为± 1，则此行列式的值必为(　　)

A、 -1

B、 1

C、 奇数

D、 偶数

正确答案： D

11、

设A,B分别为m,n阶方阵，C为$m \times n$型矩阵，$|A|=2,|B|=3$，则

$$\begin{vmatrix} C & A \\ B & O \end{vmatrix} = (\quad)$$

A、 $6 \times (-1)^{m+n}$

B、 $6 \times (-1)^{m \times n}$

C、 $6 \times (-1)^{|m-n|+m}$

D、 $6 \times (-1)^{|n-m|+m}$

正确答案： B

解析：

12、设三阶方阵A的按列分块为$A=[a_1,a_2,a_3]$，$|A|=2$，$B=[a_1+2a_2+3a_3, 2a_1+2a_2+5a_3, a_1-a_2+2a_3]$，则满足$B=AP$的三阶方阵$P$和$|B|$分别为(　)

A、 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，$-2$

B、 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，$2$

C、$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$，$-2$

D、$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$，$2$

正确答案： C

解析：

二、多选题（共 2 题，5.2 分）

1、假设 A,B 为方阵，则下边选项中 A,B 行列式值相同的是(　)

A、$A \xrightarrow{r_1+r_2} B$

B、$A \xrightarrow{r_1 \times k} B$

C、$A \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_2} B$

D、$A \xrightarrow{r_1+r_2+r_3+r_4} B$

正确答案： AD

解析：主要考察初等变换对矩阵行列式的影响

2、下列行列式中为零的有

A、$\begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -5 & -6 & -7 \\ 2 & 5 & 0 & -8 & -9 \\ 3 & 6 & 8 & 0 & -10 \\ 4 & 7 & 9 & 10 & 0 \end{vmatrix}$

B、$\begin{vmatrix} x_1+1 & x_1+2 & \cdots & x_1+n \\ x_2+1 & x_2+2 & \cdots & x_2+n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_n+1 & x_n+2 & \cdots & x_n+n \end{vmatrix}$ (n>2)

C、$\begin{vmatrix} 0 & a & a & a & a \\ a & 0 & a & a & a \\ a & a & 0 & a & a \\ a & a & a & 0 & a \\ a & a & a & a & 0 \end{vmatrix}$ $a \neq 0$

D、$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

正确答案： AB

解析：

三、填空题（共 8 题，20.8 分）

1、

$$已知A=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & -1 & 1 \end{bmatrix}，则A_{12}=$$

$$\det\left(A(1,2)\right)=$$

正确答案：

第 1 空:

1

第 2 空:

-1

解析：

2、 设$|a_1, a_2, a_3| = 2$, 求$|3a_1 + 4a_2 + 5a_3, 2a_2 + 3a_3, a_3| = ??$

正确答案：

第 1 空:

12

解析：

3、 设$A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), B = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + 9\alpha_3)$, $|A| = 1$, 求$|B| = ??$

正确答案：

第 1 空:

2

解析：利用倍加变换不改变矩阵行列式与行列式线性性质第一条

4、 已知四阶行列式D中第三列的元素依次为$-1, 2, 0, 1$.

(1)如果D的第三列元素的余子式依次为$5, 3, -7, 4$, 求$D = ??$

(2) 如果第四列的元素的余子式依次为$5, a, -7, 4$, 求$a = ??$

正确答案：

第 1 空:

-15

第 2 空:

-9/2

解析：第一要注意这里是余子式，而非代数余子式，所以要注意符号；第二注意前面是第三列，后面是第四列，对应代数余子式的正负不一致。

5、设行列式$D=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$，第四行各元素的余子式之和=？？第四行各元素的代数余子式之和=？？

正确答案：

第 1 空:

28

第 2 空:

0

解析：

6、初等阵的行列式分别为

$|E_{i,j}|=$(　　　　　　)；$|E_i(k)|=$(　　　　　　)；$|E_{i,j}(k)|=$(　　　　　　)；

正确答案：

第 1 空:

-1;负 1;负一

第 2 空:

k;

第 3 空:

1;一

解析：

7、已知四阶行列式 D 中第三列的元素依次为-1,2,0,1.

(1)如果D的第三列元素的余子式依次为5,3,-7,4,则

D= ______________(2)如果第四列

元素的余子式依次为5,a,-7,4，则

a=__________

正确答案：
第1空:
-15

第2空:
-9/2；-4.5

设A, B, C分别为m, n, k阶方阵，$|A|=2, |B|=5$，$|C|=6$，则

8、 $$\begin{vmatrix} O & O & C \\ O & B & O \\ A & O & O \end{vmatrix} = (\quad)$$

正确答案：
第1空:

；60*（-1）^(mn+mk+nk)；(-1)^(mn+mk+nk)*60

解析：

四、判断题（共16题，41.6分）

1、设A,B为同阶方阵，则|A+B|=|A|+|B|

正确答案： 错误

2、设A为奇数阶方阵，则有|-A|=-|A|.

正确答案： 正确

3、A为反对称阵，则|A|=0.

正确答案： 错误

4、n阶方阵A经初等变换化为B,则$|A|=|B|$

正确答案： 错误

5、若$|A|=0$,则$A=0$

正确答案： 错误

6、若A为n阶方阵,则$|kA|=k|A|$

正确答案： 错误

7、设 A,B 为同阶方阵，则|A+B|=|A|+|B|

正确答案： 错误

8、设 A 为奇数阶方阵，则有|-A|=-|A|.

正确答案： 正确

9、A 为反对称阵，则|A|=0.

正确答案： 错误

10、若A为n阶方阵,则$|kA|=k|A|$

正确答案： 错误

11、n阶方阵A经初等变换化为B,则$|A|=|B|$

正确答案： 错误

12、下列对行列式的初等变换是否正确？

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \xlongequal{2r_2-r_1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$$

正确答案： 错误

解析：错，这不是一次倍加变换，而是一次倍乘$2r_2$，和一次倍加r_2-r_1，所以，结果应为行列式再乘 1/2

13、任意矩阵A满足$|A^TA|=|AA^T|$

正确答案： 错误

解析：反例：如 A=[1,1]

14、已知A,B为n阶方阵，是否有等式$\begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix}=|A|^2-|B|^2$ 成立？

正确答案： 错误

解析：错，反例$A=E_2$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

15、已知A,B为n阶方阵，是否有等式$\begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix}=|A+B|\cdot|A-B|$ 成立？

正确答案： 正确

$$\text{证明：}\begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix} \xlongequal{r_i+r_{i+n},i=1,\cdots,n} \begin{vmatrix} A+B & B+A \\ B & A \end{vmatrix}$$

解析：$$\xlongequal{c_{i+n}-c_i,i=1,\cdots,n} \begin{vmatrix} A+B & O \\ B & A-B \end{vmatrix} = |A+B|\cdot|A-B|$$

16、A,B 为同阶方阵，则|AB|=|BA|。

正确答案： 正确

解析：