4.a

$\beta(Av, Aw) = (Av)^T J_n Aw$

$A \in Symp(2n) \Rightarrow A^{-1} J A = J$

$\beta(Av, Aw) = (Av)^T J_n Aw$

$= v^T \underbrace{A^T J_n A}_{J} w = v^T J w$

Es gilt auch, da $v \in H_\lambda$, $w \in H_\mu$:

$Av = \lambda v$, $Aw = \mu w$

$\beta(Av, Aw) = \beta(\lambda v, \mu w)$

wegen Bilinienarität von β

$\Rightarrow \beta(\lambda v, \mu w) = \lambda\mu\, \beta(v, w)$

$= \lambda\mu\, v^T J w$

$\Rightarrow \lambda\mu\, v^T J w = v^T J w$

$\lambda\mu \neq 1 \Rightarrow v^T J w = 0$

$\Rightarrow \beta(H_\lambda, H_\mu) = 0$

$\Rightarrow (\lambda\mu - 1) v^T J w = 0$

4.b Sei $\lambda \in \{-1, 1\}$

$\Rightarrow \lambda = \lambda^{-1}$

$\Rightarrow \beta|_{(H_\lambda \oplus H_{\lambda^{-1}}) \times (H_\lambda \oplus H_{\lambda^{-1}})}$

$= \beta|_{(H_\lambda \oplus H_\lambda) \times (H_\lambda \oplus H_\lambda)}$

$= \beta|_{H_\lambda \times H_\lambda}$

nach (4.a) ist

$\beta(H_\lambda, H_\lambda) \neq 0$

$\Rightarrow$ β ist nicht alternierend für $\lambda = \pm 1$

$\Rightarrow$ β ist symplektisch für $\lambda \neq \pm 1$.

$\Rightarrow \beta|_{(H_\lambda \oplus H_{\lambda^{-1}}) \times (H_\lambda \oplus H_{\lambda^{-1}})}$ ist symplek

4.c