Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 8 / 3 / 2

Выполнил:
студент 105 группы
Кирнев Ю. П.

Преподаватели:
Русол А. В.
Гуляев А. В.

Москва
2023

Содержание

1. Постановка задачи

В ходе лабораторной работы было необходимо реализовать численный метод поиска корней уравнения и вычисление площади плоской фигуры. ограниченной тремя кривыми. Требования к заданию:

- Точки пересечения графиков, образующие вершины фигуры, площадь которой нам необходимо вычислить находятся с помощью метода касательных.
- Вычисление площади происходит с помощью интегрирования методом трапеций.
- Отрезок для применения методов нахлождения корней, вычисляется аналитически;

Функции, в моем варианте:

1. $f_1 = e^x + 2$;
2. $f_2 = -2x + 8$;
3. $f_3 = \frac{5}{x}$.

2. Математическое обоснование

Рассмотрим ограничения на функции для сходимости метода касательных (метода Ньютона)= [1]: $f(a) * f(b) < 0$, $f(x)$ непрерывно дифференцируема на $[a, b]$; производная $f'(x)$ монотона и не меняет знак$[a, b]$. И исходя из этих ограничений на функции и их производные найдем отрезки, на которых будет осуществляться поиск вершин фигуры для увелечения скорости поиска.

- $f_{12} = e^x + 2 + 2x - 8$;
  Функция непрерывно дифференцируема как разность непрерывно дифференцируемых функций $f1$ и $f2$.

  $$f'_{12} = e^x + 2;$$
  $$f_{12}(1) = -1.28;$$
  $$f_{12}(2) = 5.38;$$
  $$f_{12}(1) * f_{12}(2) = -6.88 < 0;$$

  Поэтому будем исселедоватьf_{12} на интервале [1, 2]

- $f_{13} = e^x + 2 + 5/x$;
  Функция непрерывно дифференцируема как разность непрерывно дифференцируемых функций $f1$ и $f3$.

  $$f'_{12} = e^x - 5/x^2;$$
  $$f_{13}(-3) = 0.38;$$
  $$f_{13}(-2) = -0.36;$$
  $$f_{13}(-3) * f_{13}(-2) = -0.13 < 0;$$

  Поэтому будем исселедовать f_{13} на интервале [-3, -2]

- $f_{23} = -2x + 8 + 5/x$;
  Функция непрерывно дифференцируема как разность непрерывно дифференцируемых функций $f2$ и $f3$.

  $$f'_{23} = -2 + 5/x^2;$$
  $$f_{23}(-1) = 5;$$
  $$f_{23}(-0.1) = -41.8;$$
  $$f_{23}(-1) * f_{23}(-0.1) = -209 < 0;$$

  Поэтому будем исселедовать f_{23} на интервале [-1, -0.1]

Интеграл вычисляется с помощью метода трапеций, так же как и в методе касательных для решения уравнений функция является непрерывно дифференцируемой на отрезке. Вычиления происходят с помощью увеличения числа разбиений, до тех пор пока точность между двумя последующими разбиениями не будет меньше искомой точности. Формула для вычисления интеграла методом трапеций:
$I = h(0.5F_0 + F_1 + ... + F_{n-1} + 0.5F_n, F_i = F(a + ih), h = (b - a)/n$ [1].

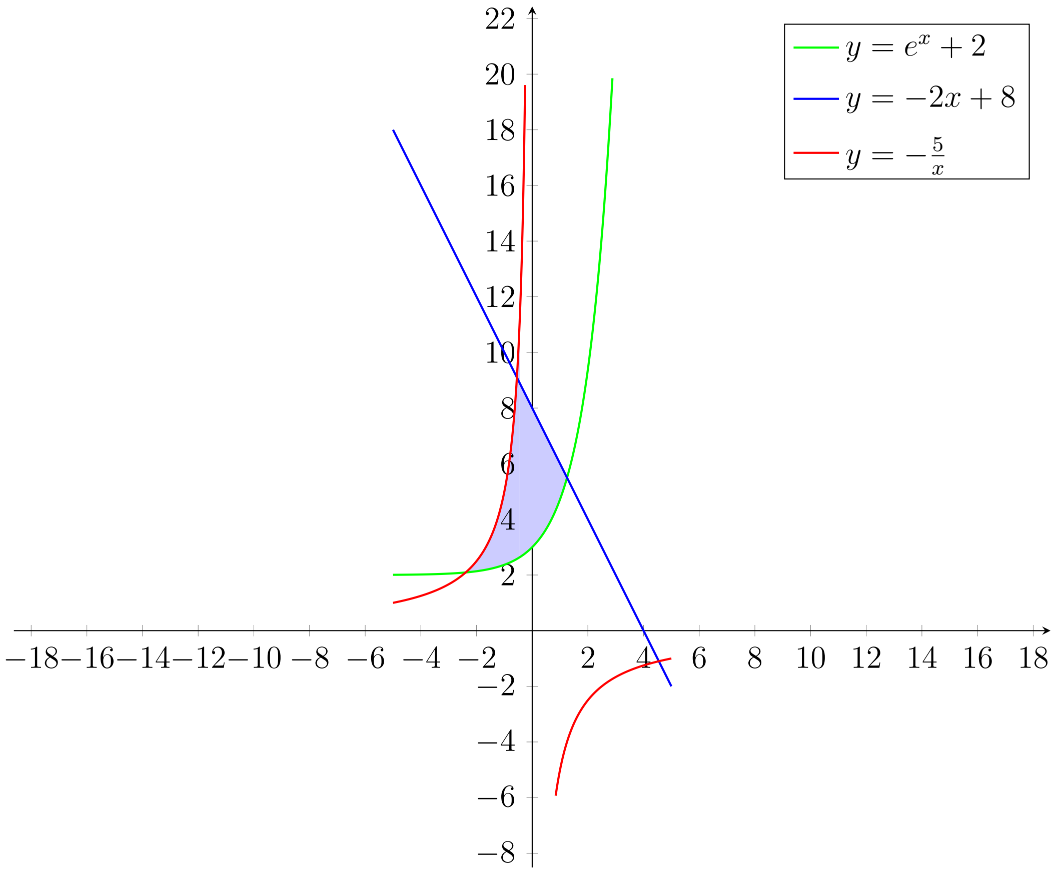

Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Вычислим точности ε_1 и ε_2 с помощью котороых нам необходимо будет искать площадь, учитывая правило Рунге. Каждая из вершин фигуры, полученной на пересечении графиков функции считается с точностью ε_1, таким образом площадь фигуры будет вычислена с точностью $3\varepsilon_1^2$. Вычисление интеграла производится с погрешностью ε_2, поэтому итоговая точность $3\varepsilon_1^2 + 3\varepsilon_2 < \varepsilon$. Чтобы неравенство выполнялось, учитывая значение $\varepsilon = 0.001$ из условия, возьмем $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.0001$.

3. Результаты экспериментов

В данном разделе необходимо привести результаты проведенных вычислений: координаты точек пересечения (таблица 1) и площадь полученной фигуры.

Кривые	x	y
1 и 2	1.252	5.496
1 и 3	-2.391	2.092
2 и 3	-0.549	9.098

Таблица 1: Координаты точек пересечения

Результаты можно представить не только в текстовом виде, но и проиллюстрировать графиком (рис. 2).

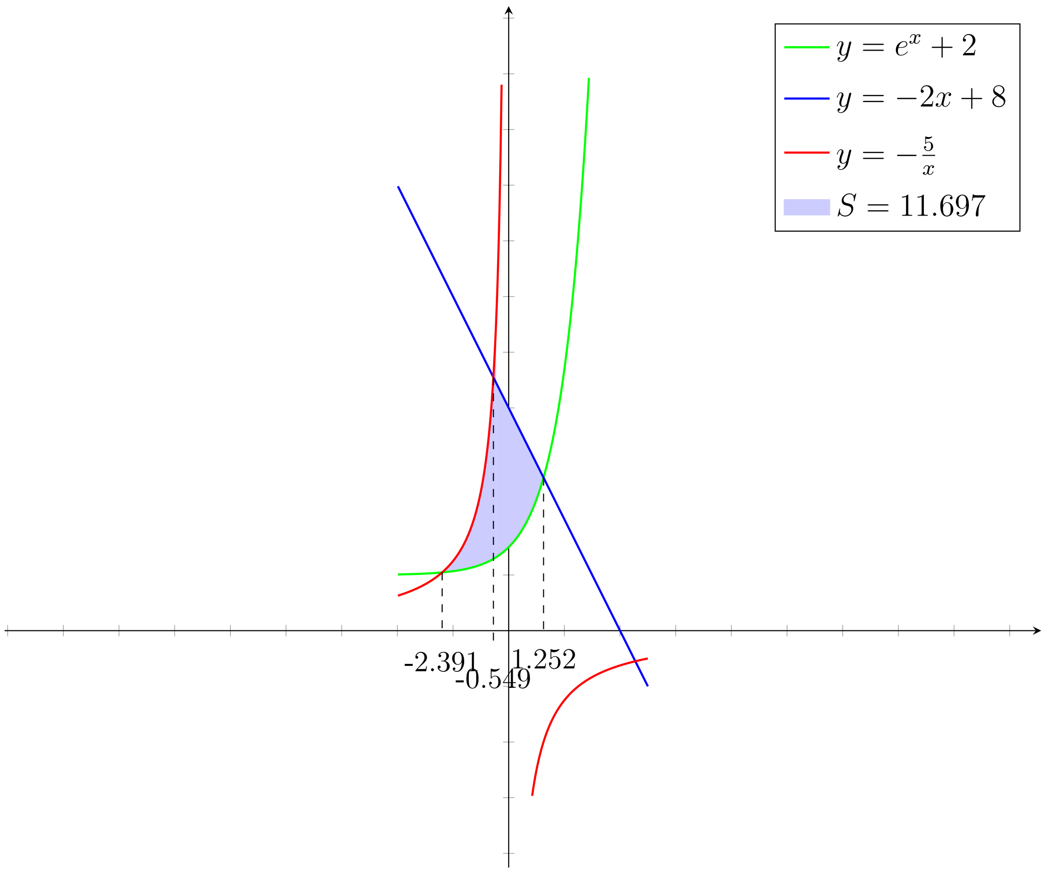

Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

4. Структура программы и спецификация функций

Моя программа состоит из шести модулей: main.c (основная часть программы, обрабатывающая вводимые параметры и управляющая работой программы), root.c (функция, реализующая численный метод для нахождения корня с помощью метода касательных (метода Ньютона)), integral.c (функция, реализующая численный метод для вычисления интеграла с помощью метода трапеций), f1.asm, f2.asm и f3.asm (функции и их производные в соответствии с вариантом задания)

4..1 Модуль main.c

1. Считывает все введенные параметры командной строки и согласно заданному условию выводит необходимое параметры.

int main(const int argc, const char *argv[])

4..2 Модуль root.c

1. Находит координату решения уравнения f = g, f и g - функции, а fpr и gpr их производные соответственно, на отрезке [a, b] с точностью eps1 с помощью метода касательных (метода Ньютона);

double root (double (*f)(double), double (*fpr)(double), double (*g)(double), double(*gpr)(double), double a, double b, double eps1)

4..3 Модуль integral.c

1. Вычисляет значение интеграла функции f на отрезке [a, b] с точностью eps2 с помощью метода трапецийЖ

double integral (double (*f)(double), double a, double b, double eps2)

4..4 Модуль f1.asm

1. Вычисляет значение функции $f_1 = e^x + 2$ в точке x;
   На ассемблере: global f1, на Си: double f1(double x)

2. Вычисляет значение производной функции f1: $f_1 pr = e^x$ в точке x;
   На ассемблере: global f1pr, на Си: double f1pr(double x)

4..5 Модуль f2.asm

1. Вычисляет значение функции $f_2 = -2x + 8$ в точке x;
   На ассемблере: global f2, на Си: double f2(double x)

2. Вычисляет значение производной функции f2 $f_2pr = -2$ в точке x;
   На ассемблере: global f2pr, на Си: double f2pr(double x)

4..6 Модуль f3.asm

1. Вычисляет значение функции $f_3 = -5/x$ в точке x;
   На ассемблере: global f3, на Си: double f3(double x)

2. Вычисляет значение производной функции f3: $f_3pr = 5/x^2$ в точке x;
   На ассемблере: global f3pr, на Си: double f3pr(double x)

5. Сборка программы (Make-файл)

Процесс сборки:

- Компиляция: цели main.o, f1.o, f2.0, f3.0, root.o integral.o;
- Линковка: цель all;
- Удаление объектных файлов: цель clean;

Текст makefile:

```
all: prog

prog: main.o f1.o f2.o f3.o
gcc -o prog main.o f1.o f2.o f3.o -m32 -lm

main.o: main.c
gcc -c -o main.o main.c -m32

f1.o: f1.asm
nasm -f elf32 -o f1.o f1.asm

f2.o: f2.asm
nasm -f elf32 -o f2.o f2.asm

f3.o: f3.asm
nasm -f elf32 -o f3.o f3.asm

clean:
rm *.o prog
```

Список литературы

[1] В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Бл.Х.Сендов "Математический анализ"третье издание Издательство проспект и Издательство Московского университета 2004