radii polynomial approach における
無限次元ガウスの消去法

（指導教員　関根 晃汰　准教授）
関根研究室　2131701 齋藤 悠希

1. 研究背景と目的

微分方程式の解の精度保証付き数値計算では，Newton 法の半局所的収束定理を精度保証付き数値計算に利用した Newton-Kantorovich 定理がある．この定理は，連立一次方程式や非線形方程式，偏微分方程式などほとんどの微分方程式に用いることができる．しかし，十分条件が厳しく非線形作用素の解を求める必要があり，数値計算に多くの手間がかかる．

本研究では，Newton-Kantorovich 型定理の一部を変更し，数値計算を減らすとともに，既存手法との精度比較を行うことを目的とする．

2. Newton-Kantorovich の定理

X, Yを Banach 空間，$\mathcal{L}(X,Y)$をXからYへの有界線形作用素の集合とする．有界線形作用素$A^\dagger \in \mathcal{L}(X,Y), A \in \mathcal{L}(X,Y)$を考え，作用素$F : X \to Y$が$C^1-\mathrm{Fr\acute{e}chet}$微分可能とする．いま，$\tilde{x} \in X$に対して，正定数$Y_0, Z_0, Z_1$および非減少関数$Z_2(r)(r > 0)$が存在して，次に不等式を満たすとする．

$$\begin{aligned} \|AF(\tilde{x})\|_X &\le Y_0 \\ \|I - AA^\dagger\|_{\mathcal{L}(X)} &\le Z_0 \\ \|A\big(DF(\tilde{x}) - A^\dagger\big)\|_{\mathcal{L}(X)} &\le Z_1 \\ \|A(DF(b) - DF(\tilde{x}))\|_{\mathcal{L}(X)} &\le Z_2(r) \end{aligned} \tag{1}$$