

無限次元ガウスの消去法を用いた radii-polynomial approach の改良

関根研究室 2131701 齋藤 悠希

背景と目的

radii-polynomial approach・・・非線形方程式の解の精度保証に使われる定理

既存手法と提案手法の比較

	計算	精度
既存手法	簡略化	悪い
提案手法	無限次元ガウスの消去法	良い

簡略化部分を、無限次元ガウスの消去法で計算する
→ 精度を改善する

radii-polynomial approach

$$\|AF(\tilde{x})\|_X \leq Y_0$$

$$\|I - AA^\dagger\|_{\mathcal{L}(X)} \leq Z_0$$

$$\|A(DF(\tilde{x}) - A^\dagger)\|_{\mathcal{L}(X)} \leq Z_1$$

$$\|A(DF(b) - DF(\tilde{x}))\|_{\mathcal{L}(X)} \leq Z_2(r)$$

$$\forall b \in \overline{B(\tilde{x}, r)}$$

このとき, radii polynomial を以下で定義する.

$$p(r) := Z_2(r)r^2 - (1 - Z_1 - Z_0)r + Y_0$$

提案手法

radii-polynomial approach の一部, Y_0 の評価式

$$\|AF(\tilde{x})\|_X$$

に対して, 無限次元ガウスの消去法を適用する.

$$A = DF(\bar{x})^{-1}, \quad \phi := DF(\bar{x})^{-1}F(\tilde{x}) \text{ より}$$

$$DF(\bar{x})\phi = F(\tilde{x})$$

$$\begin{pmatrix} \Pi_N DF(\bar{x}) \Pi_N & \Pi_N DF(\bar{x}) (I - \Pi_N) \\ (I - \Pi_N) DF(\bar{x}) \Pi_N & (I - \Pi_N) DF(\bar{x}) (I - \Pi_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Pi_N \phi \\ (I - \Pi_N) \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_N F(\tilde{x}) \\ (I - \Pi_N) F(\tilde{x}) \end{pmatrix}$$

今後の課題

- 無限次元ガウスの消去法を用いた Y_0 の展開
- Julia を用いたプログラムの実証