

radii polynomial approach における無限次元ガウスの消去法

(指導教員 関根 晃汰 准教授)

関根研究室 2131701 齋藤 悠希

1 はじめに

radii polynomial approach における無限次元ガウスの消去法

定義 2.0【 σ -加法族】 Ω の部分集合族 \mathcal{F} が以下の性質を満たすとき， Ω を σ -加法族という．

- (1) $\Omega \in \mathcal{F}$
- (2) $A \in \mathcal{F} \implies A^c \in \mathcal{F}$
- (3) $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$ に対して以下のことが成り立つ (σ -加法性，完全加法性，加算加法性)：

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F} \quad (1)$$

$A \subset \Omega$ に「確率」を定めたい．矛盾なく「確率」が定まる集合をあらかじめ決めておきたい．それが σ -加法族である． Ω と \mathcal{F} の組 (Ω, \mathcal{F}) を可測空間という．また， \mathcal{F} の元を可測集合（または事象，Event）という．

定義 2.1【確率測度】 (Ω, \mathcal{F}) を可測空間とする． \mathcal{F} 上の関数 P が次を満たすとき，これを確率測度という．

- $0 \leq P(A) \leq 1$ ($\forall A \in \mathcal{F}$)
- $P(\Omega) = 1$
- $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$ が $A_i \cap A_j = \emptyset$ ($\forall i \neq j$) のとき，次が成り立つ (σ -加法性，完全加法性)：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad (2)$$

P が (Ω, \mathcal{F}) の確率測度のとき， (Ω, \mathcal{F}, P) を確率空間という．

例 2.2【一定時間に到着するメールの数】

$\Omega = \{0, 1, 2, \dots\}$ で，

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} \frac{\lambda^\omega}{\omega!} e^{-\lambda} \quad (3)$$

とすると，これも確率測度になっている (A は強度 λ の Poisson 過程に従うという)．

Ω が加算無限の場合， $\mathcal{F} = 2^\Omega$ を考えておけば問題ない． $0 \leq h(\omega) \leq 1, \sum_{\omega \in \Omega} h(\omega) = 1$ となるような h を用いて $P(A) = \sum_{\omega \in A} h(\omega)$ とおけば， P は確率測度となる．この $h(\omega)$ のことを，確率質量関数という．