

# radii polynomial approach における無限次元ガウスの消去法

(指導教員 関根 晃汰 准教授)

関根研究室 2131701 齋藤 悠希

## 1 はじめに

定義 2.0【 $\sigma$ -加法族】  $\Omega$  の部分集合族  $\mathcal{F}$  が以下の性質を満たすとき， $\Omega$  を  $\sigma$ -加法族という．

- (1)  $\Omega \in \mathcal{F}$
- (2)  $A \in \mathcal{F} \implies A^c \in \mathcal{F}$
- (3)  $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$  に対して以下のことが成り立つ ( $\sigma$ -加法性，完全加法性，加算加法性)：

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F} \quad (1)$$

$A \subset \Omega$  に「確率」を定めたい．矛盾なく「確率」が定まる集合をあらかじめ決めておきたい．それが  $\sigma$ -加法族である． $\Omega$  と  $\mathcal{F}$  の組  $(\Omega, \mathcal{F})$  を可測空間という．また， $\mathcal{F}$  の元を可測集合 (または事象，Event) という．

定義 2.1【確率測度】  $(\Omega, \mathcal{F})$  を可測空間とする． $\mathcal{F}$  上の関数  $P$  が次を満たすとき，これを確率測度という．

- $0 \leq P(A) \leq 1$  ( $\forall A \in \mathcal{F}$ )
- $P(\Omega) = 1$
- $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$  が  $A_i \cap A_j = \emptyset$  ( $\forall i \neq j$ ) のとき，次が成り立つ ( $\sigma$ -加法性，完全加法性)：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad (2)$$

$P$  が  $(\Omega, \mathcal{F})$  の確率測度のとき， $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  を確率空間という．

例 2.2【一定時間に到着するメールの数】

$\Omega = \{0, 1, 2, \dots\}$  で，

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} \frac{\lambda^\omega}{\omega!} e^{-\lambda} \quad (3)$$

とすると，これも確率測度になっている ( $A$  は強度  $\lambda$  の Poisson 過程に従うという)．

$\Omega$  が加算無限の場合， $\mathcal{F} = 2^\Omega$  を考えておけば問題ない． $0 \leq h(\omega) \leq 1, \sum_{\omega \in \Omega} h(\omega) = 1$  となるような  $h$  を用いて  $P(A) = \sum_{\omega \in A} h(\omega)$  とおけば， $P$  は確率測度となる．この  $h(\omega)$  のことを，確率質量関数という．