無限次元ガウスの消去法を用いた radii-polynomial approach の改良

関根研究室　2131701　齋藤 悠希

目的と背景

- radii-polynomial approach とは

  非線形方程式の解の精度保証に使われる定理

- 既存の radii-polynomial approach では，計算が簡略化されている
  $\longrightarrow$ 精度に難がある

- 無限次元ガウスの消去法を用いて，radii-polynomial approach の精度を改善する．

radii-polynomial approach

$$\begin{aligned}
\|AF(\tilde{x})\|_X &\le Y_0 \\
\|I - AA^\dagger\|_{\mathcal{L}(X)} &\le Z_0 \\
\|A\big(DF(\tilde{x}) - A^\dagger\big)\|_{\mathcal{L}(X)} &\le Z_1 \\
\|A(DF(b) - DF(\tilde{x}))\|_{\mathcal{L}(X)} &\le Z_2(r) \\
\forall b &\in \overline{B(\tilde{x}, r)}
\end{aligned}$$

このとき，radii polynomial を以下で定義する．

$$p(r) := Z_2(r)r^2 - (1 - Z_1 - Z_0)r + Y_0$$

提案手法

radii-polynomial approach の一部， Y_0の評価式

$$\|AF(\tilde{x})\|_X$$

に対して，無限次元ガウスの消去法を適用する．

$A = DF(\bar{x})^{-1}, \quad \phi := DF(\bar{x})^{-1}F(\tilde{x})$より

$$DF(\bar{x})\phi = F(\tilde{x})$$

$$\begin{pmatrix} \Pi_N DF(\bar{x})\Pi_N & \Pi_N DF(\bar{x})(I-\Pi_N) \\ (I-\Pi_N)DF(\bar{x})\Pi_N & (I-\Pi_N)DF(\bar{x})(I-\Pi_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Pi_N\phi \\ (I-\Pi_N)\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_N F(\tilde{x}) \\ (I-\Pi_N)F(\tilde{x}) \end{pmatrix}$$

今後の課題

- 無限次元ガウスの消去法を用いたY_0の展開

- Julia を用いたプログラムの実証