# 無限次元ガウスの消去法を用いた radii-polynomial approach の改良

関根研究室 2131701 齋藤 悠希

#### 背景と目的

radii-polynomial approach・・・非線形方程式の解の精度保証に使われる定理 既存手法と提案手法の比較

	計算	精度
既存手法	簡略化	悪い
提案手法	無限次元ガウスの消去法	良い

簡略化部分を、無限次元ガウスの消去法で計算する → 精度を改善する

#### radii-polynomial approach

 $\tilde{x}\in X$ に対して、正定数 $Y_0,Z_0,Z_1$ および、非減少関数 $Z_2(r)(r>0)$ が存在して、次の式を満たすとする.

$$\begin{split} \|AF(\tilde{x})\|_X &\leq Y_0 \\ \|I - AA^\dagger\|_{\mathcal{L}(X)} &\leq Z_0 \\ \|A\big(DF(\tilde{x}) - A^\dagger\big)\|_{\mathcal{L}(X)} &\leq Z_1 \\ \|A(DF(b) - DF(\tilde{x}))\|_{\mathcal{L}(X)} &\leq Z_2(r), \ \forall b \in \overline{B(\tilde{x},r)} \end{split}$$

#### radii-polynomial approach

このとき, radii polynomial を以下で定義する.

$$p(r) := Z_2(r)r^2 - (1 - Z_1 - Z_0)r + Y_0$$

これに対し、 $p(r_0)<0$ となる $r_0>0$ が存在するならば、 $F(\tilde{x})=0$ を満たす解  $\tilde{x}$  が  $b\in\overline{B(\tilde{x},r)}$  内に一意に存在する.

## 提案手法

radii-polynomial approach の一部,  $Y_0$ の評価式

$$\|AF(\tilde{x})\|_X$$

に対して,無限次元ガウスの消去法を適用する.

$$A = DF(\bar{x})^{-1}, \quad \phi \coloneqq DF(\bar{x})^{-1}F(\tilde{x})$$
より 
$$DF(\bar{x})\phi = F(\tilde{x})$$

$$\begin{pmatrix} \Pi_N DF(\bar{x})\Pi_N & \Pi_N DF(\bar{x})(I-\Pi_N) \\ (I-\Pi_N)DF(\bar{x})\Pi_N & (I-\Pi_N)DF(\bar{x})(I-\Pi_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Pi_N \phi \\ (I-\Pi_N)\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_N F(\tilde{x}) \\ (I-\Pi_N)F(\tilde{x}) \end{pmatrix}$$

### 今後の課題

・無限次元ガウスの消去法を用いた $Y_0$ の展開

• Julia を用いたプログラムの実証