radii polynomial approach における無限次元ガウスの消去法

（指導教員　関根 晃汰　准教授）
関根研究室　2131701 齋藤 悠希

1 はじめに

radii polynomial approach における無限次元ガウスの消去法

定義 2.0【σ-加法族】 Ω の部分集合族 $\mathcal{F}$ が以下の性質を満たすとき，Ω を σ-加法族という．

(1) $\Omega \in \mathcal{F}$
(2) $A \in \mathcal{F} \Longrightarrow A^c \in \mathcal{F}$
(3) $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$ に対して以下のことが成り立つ（σ-加法性，完全加法性，加算加法性）：

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F} \tag{1}$$

$A \subset \Omega$ に「確率」を定めたい．矛盾なく「確率」が定まる集合をあらかじめ決めておきたい．それが σ-加法族である．Ω と $\mathcal{F}$ の組 $(\Omega, \mathcal{F})$ を**可測空間**という．また，$\mathcal{F}$ の元を**可測集合**（または事象，Event）という．

定義 2.1【確率測度】 $(\Omega, \mathcal{F})$ を可測空間とする．$\mathcal{F}$ 上の関数 P が次を満たすとき，これを**確率測度**という．

- $0 \leq P(A) \leq 1 \ \ (\forall A \in \mathcal{F})$
- $P(\Omega) = 1$
- $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$ が $A_i \cap A_j = \emptyset \ (\forall i \neq j)$ のとき，次が成り立つ（σ-加法性，完全加法性）：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \tag{2}$$

P が $(\Omega, \mathcal{F})$ の確率測度のとき，$(\Omega, \mathcal{F}, P)$ を**確率空間**という．

例 2.2【一定時間に到着するメールの数】 $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$ で，

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} \frac{\lambda^{\omega}}{\omega!} e^{-\lambda} \tag{3}$$

とすると，これも確率測度になっている（A は強度 λ の Poisson 過程に従うという）．

Ω が加算無限の場合，$\mathcal{F} = 2^{\Omega}$ を考えておけば問題ない．$0 \leq h(\omega) \leq 1, \sum_{\omega \in \Omega} h(\omega) = 1$ となるような h を用いて $P(A) = \sum_{\omega \in A} h(\omega)$ とおけば，P は確率測度となる．この $h(\omega)$ のことを，確率質量関数という．