

金沢大学大学院自然科学研究科		博士前期課程入学試験 問題用紙	
対 象	機械科学専攻, 電子情報科学専攻, 環境デザイン学専攻		
試験科目名	数 学	P. 1	/ 1

2017 年 8 月 22 日 (火) 9:00 – 10:00

[注意] 1. 問題 [1], [2], [3], [4] のうち, 2 題を選択して解答すること.

2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

[1] 次の微分方程式を解け.

$$(1) \frac{d^4 y}{dx^4} + 8 \frac{d^2 y}{dx^2} + 16y = 0$$

$$(2) \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 3 \sin 2x$$

$$(3) 3 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 3x^2 + 2x - 1$$

$$(4) (y^3 \sin 2y + 3x^2 y) dx + (2xy^3 \cos 2y - 2x^3) dy = 0 \quad (y > 0)$$

[2] ベクトル場 $A = (y - x, z - y, x - z)$, $B = (z, x, y)$ について次の問いに答えよ.

(1) $\text{rot}(A \times B)$ を求めよ.

(2) 曲線 $C: r(t) = (1, t, t^2) \quad (0 \leq t \leq 1)$ に対して線積分 $\int_C B \cdot dr$ を求めよ.

(3) 楕円面 $S: x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$ に対して, 面積分 $\iint_S \{\text{grad}(B \cdot (\text{rot}(A \times B)))\} \cdot n dS$ を求めよ. ただし, n は S の外向き単位法線ベクトルとする.

[3] z を変数とする複素関数

$$f(z) = \frac{1}{(z^2 - 4z + 5)(z^2 + 9)}$$

について次の問いに答えよ.

(1) $f(z)$ の全ての特異点と各特異点における留数を求めよ.

(2) 積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

を求めよ. ただし, $C_R: z = Re^{i\theta} \quad (R > 0, 0 \leq \theta \leq \pi)$ として

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} f(z) dz = 0$$

であることを用いても良い.

[4] 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $F(s)$ に対するラプラス逆変換を $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ で表すとき, $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^3 + 1}\right]$ と

$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2-1)}\right]$ を求めよ.

(2) 次の微分方程式の初期値問題

$$\frac{d}{dt}x(t) + x(t) = t^2, \quad x(0) = 1$$

をラプラス変換を用いて解け.