

H23

2011

金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙		
対 象	電子情報工学専攻, 機能機械科学専攻, 人間・機械科学専攻, 社会基盤工学専攻	
試験科目名	数 学	P.1 / 1

2011年8月22日(月) 10:00 - 11:00

- [注意] 1. 問題 1, 2, 3, 4 のうち, 2 題を選択して解答すること.
2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

1 次の微分方程式を解け.

- (1) $y \frac{dy}{dx} = e^{y^2+x}$
 (2) $x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$
 (3) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = x$
 (4) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 4x + 3e^x$

2 a, b を正の定数とする. 曲面 $S: r(\theta, t) = (a(1-t)\cos\theta, b(1-t)\sin\theta, t)$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $0 \leq t \leq 1$ とベクトル場 $A = (z-y, x-z, y-x)$ に対して, 次の問いに答えよ.

- (1) $\text{rot} A$ を求めよ.
 (2) 曲線 $C: r(\theta) = (a\cos\theta, b\sin\theta, 0)$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ に対して $\int_C A \cdot dr$ を求めよ.
 (3) S の単位法線ベクトル n を求めよ. ここで, n の z 成分は正とする.
 (4) $\iint_S \text{rot} A \cdot n \, dS$ を求めよ.

3 定数 a ($a > 1$) に対して, $f(z) = \frac{z^2+1}{z(z-a)(az-1)}$ とおく.

- (1) $f(z)$ の特異点とそこでの留数を求めよ.
 (2) 実積分 $I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta}{1-2a\cos\theta+a^2} d\theta$ は変換 $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) によって, 複素積分 $\frac{i}{2} \int_{|z|=1} f(z) dz$ と表されることを示せ.
 (3) 積分 I を求めよ.

4 (1) 積分 $\int_0^\pi |\cos t| e^{-st} dt$ を求めよ.

(2) $|\cos t| = |\cos(t+\pi)|$ を用いて, ラプラス変換 $\mathcal{L}[|\cos t|] = \int_0^\infty |\cos t| e^{-st} dt$ を計算せよ.