H24

四 続き

(2)

(1)より

$$f(x) = \frac{2}{\pi} - \cos \pi x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-1)^m}{\pi} \left\{ \frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m-1} \right\} \cos 2m\pi x$$

$$= \frac{2}{\pi} - \cos \pi x - \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{4m^2-1} \cos 2m\pi x$$

ここで $x = 0$ とする

$$f(0) = |\cos \pi \cdot 0| - \cos \pi \cdot 0 = 0$$

$$0 = \frac{2}{\pi} - \cos \pi \cdot 0 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{4m^2-1} \cos 2m\pi \cdot 0$$

$$\frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{4m^2-1} = \frac{2}{\pi} - 1$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{4m^2-1} = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$$