

金沢大学大学院自然科学研究科		博士前期課程入学試験 問題用紙
対 象	機械科学専攻, 電子情報科学専攻, 環境デザイン学専攻	
試験科目名	数 学	P. 1 / 1

2018 年 8 月 21 日 (火) 09:00 - 10:00

- [注意] 1. 問題 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ のうち, 2 題を選択して解答すること.
 2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

- $\boxed{1}$ (1) 次の微分方程式を解け.

$$(a) \frac{d^4 y}{dx^4} - 4 \frac{d^3 y}{dx^3} + 7 \frac{d^2 y}{dx^2} - 12 \frac{dy}{dx} + 12y = 0 \quad (b) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = \sin x$$

- (2) 次の微分方程式を考える.

$$\left(\frac{1}{x} + xy\right) dx + x^2 dy = 0 \quad (*)$$

- (a) 2 変数関数 $\lambda(x, y) = x^a y^b$ が微分方程式 (*) の積分因子となるような実数 a, b の値を求めよ.
 (b) 微分方程式 (*) を解け.

- $\boxed{2}$ ベクトル場 $A = (x + y + z, x^2 + y^2 + z^2, xy + yz + zx)$ と曲面 $S : x^2 + 4y^2 + z^2 = 4, z \geq 0$ を考える. $n = (n_x, n_y, n_z)$ は曲面 S 上の単位法線ベクトルで $n_z \geq 0$ とする.

(1) $f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + z^2$ に対し, $\text{grad } f$ を求めよ.

(2) 曲面 S 上の点 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{4}, \sqrt{2}\right)$ における n を求めよ.

(3) $\text{rot } A$ を求めよ.

(4) 面積分 $\iint_S \text{rot } A \cdot n dS$ の値を求めよ.

- $\boxed{3}$ (1) 複素関数 $f(z) = \frac{(z^2 + 1)^2}{z^2(z^2 - 4z + 1)}$ の, 単位円 $C : |z| = 1$ の内部にある全ての特異点と, それらの留数を求めよ.

(2) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \theta}{2 - \cos \theta} d\theta$ の値を求めよ.

- $\boxed{4}$ $f(x)$ は

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < \frac{\pi}{2}), \\ -\frac{2}{\pi}x + 2 & (\frac{\pi}{2} \leq x < \pi), \\ \frac{2}{\pi}x - 2 & (\pi \leq x < \frac{3}{2}\pi), \\ 1 & (\frac{3}{2}\pi \leq x < 2\pi), \end{cases}$$

で定義される周期 2π の周期関数であるとする.

(1) $\int_0^{2\pi} f(x) dx$ の値を求めよ.

(2) 不定積分 $\int x \cos ax dx$ を求めよ. ただし $a \neq 0$ は定数である.

(3) $f(x)$ のフーリエ級数展開を求めよ.

(4) (3) の結果を利用して $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ の値を求めよ.