

H22 ④

(1)

$$F(s) = \frac{1}{s^3(s-1)}$$

$$= \frac{A}{s^3} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s} + \frac{D}{s-1} \quad \text{と仮定}$$

分母を払うと

$$A(s-1) + B \cdot s(s-1) + C \cdot s^2(s-1) + Ds^3 = 1$$

$$\begin{cases} C+D=0 & A=-1 \\ B-C=0 & B=-1 \\ A-B=0 & C=-1 \\ -A=1 & D=1 \end{cases}$$

よって

$$F(s) = -\frac{1}{s^3} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s-1}$$

$$f(t) = -\frac{1}{2}t^2 - t - 1 + e^{-t}$$

$$(2) F(s) = \frac{1}{(s+1)^3 s}$$

(1) 同様

$$F(s) = -\frac{1}{(s+1)^3} - \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s}$$

$$f(t) = -\frac{1}{2}t^2 e^{-t} - t e^{-t} - e^{-t} + 1$$

$$(3) F(s) = \frac{1}{(s^2 - 2s + 10)^2}$$

$$= \frac{1}{\{(s+1)^2 + 3^2\}^2}$$

分母の形を見てラプラス変換すると

 $e^{-t} \cos 3t$ か $e^{-t} \sin 3t$ があつて予想2乗を払っているので t がかかっていると考へ

$$\mathcal{L}[-t e^{-t} \cos 3t] = \frac{d}{ds} \frac{s+1}{(s+1)^2 + 3^2}$$

$$= \frac{3^2}{\{(s+1)^2 + 3^2\}^2}$$

$$e^{at} \sin wt \longleftrightarrow \frac{w}{(s-a)^2 + w^2}$$

$$e^{at} \cos wt \longleftrightarrow \frac{s-a}{(s-a)^2 + w^2}$$

$$t^n e^{at} \longleftrightarrow \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$$