補足説明

質問:遮断角周波数(コーナ角周波数)を求めるとき、|実数| = |虚数|とするのは何故か。

$$H(\omega) = \frac{A}{B + i\omega C}$$
 のような周波数特性(周波数伝達関数)が与えられたとします。

この絶対値を求めると、
$$|H(\omega)| = \frac{A}{\sqrt{B^2 + (\omega C)^2}} = \frac{A/B}{\sqrt{1^2 + (\omega C/B)^2}}$$

教科書では、絶対値の式より、分母を $1>> \omega C/B$ の場合と、 $1<<\omega B/C$ の場合に分けて、 $1>> \omega C/B$ の場合は、 $\omega C/B$ が無視され、周波数特性を持たない定数となり、 $1<<\omega B/C$ の場合は、1が無視され、角周波数に反比例する関数になると説明していると思います。また、この2つの場合分けの中間点に当たる、 $1=\omega B/C$ が遮断周波数の条件です。しかし、わざわざ絶対値を計算するまでもなく、伝達関数の実部のBと虚部の ωC のどちらを無視するかということと同じなので、場合分けの中間点である|実数|=|虚数|=|となる ωE 、遮断周波数として求めることができます。絶対値を付けるのは、負の ωE を求める必要がないためです。(理論的には、S平面の下半分に負の ωE が存在します)

[注意] この遮断周波数の求め方は、伝達関数の分子と分母がそれぞれ $j\omega$ の1次関数に因数分解できる場合にしか使えません。2次以上の因数がある場合は、 ω の大小で場合分けができないためです。

補足説明 (続き)

遮断周波数の定義として、通過域 $(1>>\omega C/B)$ の振幅A/Bに対して、 $(A/B)/\sqrt{2}$ となる周波数(または-3.01dB減衰する周波数)が遮断周波数であると習った人もいるかもしれません。前ページの定義では、 $\omega C/B=1$ が遮断角周波数の条件でしたが、この ω に対して、

$$|H(\omega)| = \frac{A/B}{\sqrt{1^2 + (\omega C/B)^2}} = \frac{A/B}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{A/B}{\sqrt{2}}$$

となり、 $\omega C/B = 1$ の条件で求めた ω と、大きさが通過域から $1/\sqrt{2}$ に減衰する角周波数は等しいことが分かります。

[注意] 遮断周波数を $1/\sqrt{2}$ に減衰する周波数と覚えている人が多いようですが、遮断周波数は振幅特性の傾きが変わる周波数(コーナ周波数)で定義され、その結果、遮断周波数では $1/\sqrt{2}$ の振幅になると考えるのが適切です。

参考

- 増幅回路の遮断周波数と中域利得は周波数応答式から容易に求められるため、試験ではよく出題されますが、これらは負荷抵抗や負帰還(NFB)量によって設定または制御される値なので、増幅回路の性能指標(FoM)ではありません。
- 増幅回路自体の増幅性能は、利得帯域幅積(GBW, GBP)または ユニティゲイン周波数(fu)により表されますので、これらの値 およびバイアス依存性を求められるようにしておきましょう。