金沢大学大学院自然科学研究科		博士前期課程入学試験　問題用紙
対　象	機械科学専攻，電子情報科学専攻，環境デザイン学専攻	
試験科目名	数　　学	P. 1　/　1

2012 年 8 月 28 日（火）10:00 – 11:00

[注意]　1. 問題 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ のうち，**2 題を選択して**解答すること．

2. 解答は各題ごとに分けて，**1 題を 1 枚の答案用紙の表**に書くこと．

$\boxed{1}$　次の微分方程式を解け．

(1)　$\dfrac{dy}{dx} + 2y = xe^{-3x}$　　(2)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + 4\dfrac{dy}{dx} = 2x^2 + x$

(3)　$\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} + 2y = 3\sin x$　　(4)　$\left(\dfrac{x}{y^2} - \dfrac{y}{x^2}\right)dx + \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{x^2}{y^3}\right)dy = 0$

$\boxed{2}$ (1)　ϕ をスカラー場とするとき，　$\operatorname{grad}\phi^2 = 2\phi \operatorname{grad}\phi$　を grad の定義を用いて示せ．

(2)　スカラー場 $\phi = xy - z$ に対して次の問いに答えよ．

(i) C を始点 $(1, 0, 0)$ と終点 $(3, 2, 2)$ を結ぶ線分とするとき，$\displaystyle\int_C (\phi \operatorname{grad}\phi) \cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．

(ii) S を円柱領域 $V : x^2 + y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq 2$ の表面とするとき，

$$\iint_S (\phi \operatorname{grad}\phi) \cdot \boldsymbol{n}\, dS$$

を求めよ．ただし，$\boldsymbol{n}$ は S の外向き法線ベクトルとする．

$\boxed{3}$　複素関数 $f(z) = \dfrac{1}{(z^2+4)(z^2-2z+2)}$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$f(z)$ の各特異点における留数を求めよ．

(2)　積分 $\displaystyle\int_{|z|=\sqrt{3}} f(z)\, dz$ の値を求めよ．

(3)　正の実数 R に対して，$C_R : z = Re^{i\theta}$　$(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ とする．

$\displaystyle\lim_{R\to\infty}\int_{C_R} f(z)\, dz = 0$ であることを用いて，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$ の値を求めよ．

$\boxed{4}$　$f(x)$ は周期 2 の関数で $f(x) = |\cos\pi x| - \cos\pi x$　$(-1 \leqq x < 1)$ で定められている．次の問いに答えよ．

(1)　$f(x)$ のフーリエ級数を求めよ．

(2)　(1) の結果を用いて $\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{4m^2-1}$ の値を求めよ．

No.

Date 2024 7 15

2013 数学

[1]

(1) $y = e^{-2\int dx}\left(\int e^{2\int dx} x e^{-3x} dx + c\right)$

$= e^{-2x}\left(\int x e^{-x} dx + c\right)$

$= e^{-2x}\left\{-(x+1)e^{-x} + c\right\}$

$\underline{y = -(x+1)e^{-3x} + ce^{-2x}}$ //

$\int x e^{-x} dx$

$= \int x \cdot (-(e^{-x})') dx$

$= -xe^{-x} + \int e^{-x} dx$

$= -xe^{-x} - e^{-x}$

$= -e^{-x}(1+x)$

(2) $D^2 + 4D = 2x^2 + x$

$D(D+4) = 2x^2 + x$

一般解を y_1 とすると,

$y_1 = C_1 + C_2 e^{-4x}$

特殊解を $y_2 = Ax^3$ とおき, 与式に代入すると

$6Ax + 12Ax^2 = 2x^2 + x$

$\begin{cases} 6A = 1 \\ 12A = 2 \end{cases} \rightarrow A = \frac{1}{6}$

以上より,

$\underline{y = C_1 + C_2 e^{-4x} + \frac{1}{6}x^3}$ //

$\frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

(3) $(D^2 + D + 2)y = 3\sin x$

一般解を y_1 とすると,

$y_1 = e^{-\frac{1}{2}x}\left(C_1 \sin\frac{\sqrt{7}}{2}x + C_2 \cos\frac{\sqrt{7}}{2}x\right)$

特殊解を $y_2 = A\sin x + B\cos x$ とおき, 与式に代入すると

$-A\sin x - B\cos x + A\cos x - B\sin x + 2A\sin x + 2B\cos x = 3\sin x$

$(A-B)\sin x + (B+A)\cos x = 3\sin x$

$\begin{cases} A - B = 3 \\ A + B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = \frac{3}{2} \\ B = -\frac{3}{2} \end{cases}$

以上より,

$\underline{y = e^{-\frac{1}{2}x}\left(C_1 \sin\frac{\sqrt{7}}{2}x + C_2 \cos\frac{\sqrt{7}}{2}x\right) + \frac{3}{2}(\sin x - \cos x)}$ //

(4) $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}\right) = -2\frac{x}{y^3} - \frac{1}{x^2}$

$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{x} - \frac{x^2}{y^3}\right) = -\frac{1}{x^2} - 2\frac{x}{y^3}$

完全微分方程式なので,

$\int_0^x \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} dx + \int_0^y 0\, dy = C$

$\left[\frac{x^2}{2y^2} + \frac{y}{x}\right]_0^x = C$

$\underline{\frac{x^2}{2y^2} + \frac{y}{x} = C}$ //

2

(1) $\mathrm{grad}\,\phi^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x}\phi^2, \frac{\partial}{\partial y}\phi^2, \frac{\partial}{\partial z}\phi^2\right)$

$= \left(2\phi\frac{\partial}{\partial x}\phi, 2\phi\frac{\partial}{\partial y}\phi, 2\phi\frac{\partial}{\partial z}\phi\right)$

$= 2\phi\left(\frac{\partial}{\partial x}\phi, \frac{\partial}{\partial y}\phi, \frac{\partial}{\partial z}\phi\right)$

$= \underline{2\phi\,\mathrm{grad}\,\phi}$ //

(2)-(i)

$r(t) = (t, t-1, t-1)$ $(1 \leqq t \leqq 3)$ とすると、

$\phi\,\mathrm{grad}\,\phi = (xy - z)(y, x, -1)$

$= \{t(t-1) - (t-1)\}(t-1, t, -1)$

$= (t^2 - 2t + 1)(t-1, t, -1)$

$\frac{dr}{dt} = (1, 1, 1) \Leftrightarrow dr = (1,1,1)dt$

したがって、

(与式) $= \int_1^3 (t^2-2t+1)(t-1, t, -1)\cdot(1,1,1)\,dt$

$= \int_1^3 (t^2-2t+1)(t-1+t-1)\,dt$

$= \int_1^3 (t^2-2t+1)(2t-2)\,dt$

$= \int_1^3 2t^3 - 6t^2 + 6t - 2\,dt$

$= \left[\frac{1}{2}t^4 - 2t^3 + 3t^2 - 2t\right]_1^3$

$= \left\{\left(\frac{81}{2} - 54 + 27 - 6\right) - \left(\frac{1}{2} - 2 + 3 - 2\right)\right\}$

$= \left(\frac{81}{2} - 33\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)$

$= 40 - 32$

$= \underline{8}$ //

(2)-(ii)

ガウスの発散定理より、

(与式) $= \iiint_V \mathrm{div}(\phi\,\mathrm{grad}\,\phi)\,dV$

$= \iiint_V y^2 + x^2 + 1\,dV$

$x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta,\ z = z$ とすると、$(0 \leqq r \leqq 1,\ 0 \leqq \theta \leqq 2\pi,\ 0 \leqq z \leqq 2)$

$dV = r\,dr\,d\theta\,dz$ と表せるので、

$= \int_0^2\int_0^{2\pi}\int_0^1 (r^2+1)\,r\,dr\,d\theta\,dz$

$= \int_0^2\int_0^{2\pi}\int_0^1 r^3 + r\,dr\,d\theta\,dz$

$= \int_0^2\int_0^{2\pi}\left[\frac{1}{4}r^4 + \frac{1}{2}r^2\right]_0^1 d\theta\,dz$

$= 2\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)$

$= 4\pi\cdot\frac{3}{4}$

$= \underline{3\pi}$ //

Date 2024 7 15

2013 数学

[3]

(1) $\mathrm{Res}[2i] = \lim_{z\to 2i} \frac{1}{(z+2i)(z^2-2z+2)} = \underline{\frac{1}{40}(2+i)}$

$\mathrm{Res}[-2i] = \lim_{z\to -2i} \frac{1}{(z-2i)(z^2-2z+2)} = \underline{\frac{1}{40}(2-i)}$

$\mathrm{Res}[1+i] = \lim_{z\to 1+i} \frac{1}{(z^2+4)(z-1+i)} = \underline{-\frac{1}{20}(1+2i)}$

$\mathrm{Res}[1-i] = \lim_{z\to 1-i} \frac{1}{(z^2+4)(z-1-i)} = \underline{-\frac{1}{20}(1-2i)}$

(2) 留数定理より,

$\int_{|z|=\sqrt{3}} f(z)\,dz$

$= 2\pi i\left(\mathrm{Res}[1+i] + \mathrm{Res}[1-i]\right)$

$= \underline{-\frac{1}{5}\pi i}$

(3) Cを C_Rと$\underbrace{\text{実軸}}_{}$ ($-R \leq x \leq R$) で構成された閉曲線とする。

$\int_C f(z)\,dz = \int_{C_R} f(z)\,dz + \int_{-R}^{R} f(x)\,dx$

極限をとって,

$\lim_{R\to\infty} \int_C f(z)\,dz = \lim_{R\to\infty} \int_{C_R} f(z)\,dz + \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$

問題文より, $\lim_{R\to\infty} \int_{C_R} f(z)\,dz = 0$ なので,

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{R\to\infty} \int_C f(z)\,dz$

留数定理より,

$\lim_{R\to\infty} \int_C f(z)\,dz = 2\pi i\left(\mathrm{Res}[2i] + \mathrm{Res}[1+i]\right)$

$= 2\pi i\left\{\frac{1}{40}(2+i) - \frac{1}{20}(1+2i)\right\}$

$= 2\pi i \cdot \left(-\frac{3}{40} i\right)$

$= \underline{\frac{3}{20}\pi}$

No.

Date

平成25年度及び平成24年度（10月期） 金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問 題 用 紙		
専攻名	電子情報科学専攻（一般選抜 A 試験）	
試験科目名	専門科目 ①電気回路	P. 1／7

注：問１と問２の解答は別々の答案用紙に書くこと．

問１．図１の交流回路の定常状態に関する以下の問に解答せよ．

(1) 端子 a' に対する端子 a の電圧を，理想交流電圧源の電圧 $\dot{E}$ とインピーダンス $\dot{Z}_1$ および $\dot{Z}_2$ を用いて表せ．

(2) 理想交流電圧源を取り除きその間を短絡させた時の端子 a－a' からみたインピーダンスを，$\dot{Z}_1$ および $\dot{Z}_2$ を用いて表せ．

(3) 理想交流電圧源を再度接続し，端子 a－a' を短絡させた時，端子 a から端子 a' に向かって流れる電流 $\dot{I}$ を求めよ．

(4) 電源電圧が $e(t)=\sqrt{2}E\sin\omega t$ であり，$\dot{Z}_1$ が抵抗 R のみで構成され，$\dot{Z}_2$ がコンデンサ C のみで構成されるとき，(3)の電流 $\dot{I}$ の瞬時値 $i(t)$を求めよ．

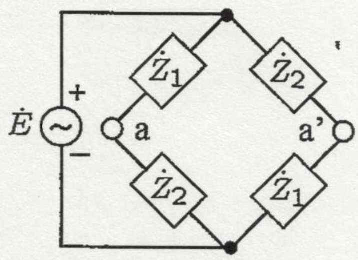


図１

問２．過渡現象に関する以下の問に解答せよ．

(1) 受動回路において，抵抗のみにより構成される回路は過渡現象を示さないが，コイルやコンデンサが回路に含まれるとその回路は過渡現象を示すようになる．その物理的理由を簡単に述べよ．

(2) 図２に示す理想直流電流源に接続された RL 回路において，スイッチ S_1 を開状態，スイッチ S_2 を閉状態で十分長い時間を経過させた．その後時刻 t=0 において，S_1 を閉じると同時に S_2 を開いたときの過渡現象について考える．

(a) コイル L および抵抗 R_2 に流れる電流 i_L, i_R に関する回路方程式を求めよ．

(b) 電流 i_L, i_R の初期条件を求めよ．

(c) 微分方程式の直接解法により電流 i_L, i_R を求めよ．さらに i_L, i_R の時間変化を，時刻 t が負の領域から十分時間が経過した時刻までの領域に渡って図示せよ．

(3) 図３に示す理想直流電圧源に接続された RL 回路において，スイッチ S が開状態で十分長い時間経過した後，時刻 t=0 でスイッチ S を閉じた．この場合の抵抗 R_2 に流れる電流 i_R を，ラプラス変換法により求めよ．

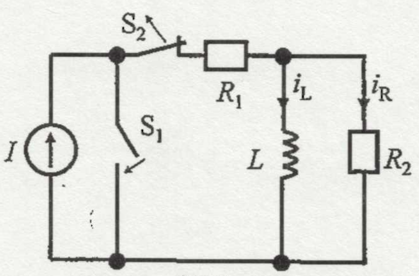


図２

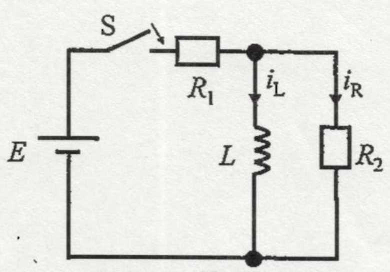


図３

2013 電気回路

問1

(1) $V_a = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}E$, $V_a' = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}E$ より、求める電圧は、

$$V_a - V_a' = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1+Z_2}E$$ //

(2) $\frac{2Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}$ //

(3) $\frac{E}{2Z_1} - \frac{E}{2Z_2} = \frac{Z_2-Z_1}{2Z_1Z_2}E$ //

(4) $\dot{I} = \frac{\frac{1}{j\omega C} - R}{2R\cdot\frac{1}{j\omega C}}\dot{E}$

$= \frac{1-j\omega CR}{2R}\dot{E}$

$i(t) = \frac{\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}{2R}\cdot\sqrt{2}E\sin(\omega t+\theta)$

$= \frac{E\sqrt{1+\omega^2C^2R^2}}{\sqrt{2}R}\sin(\omega t+\theta)$ // $(\theta = -\arctan(\omega CR))$

問2

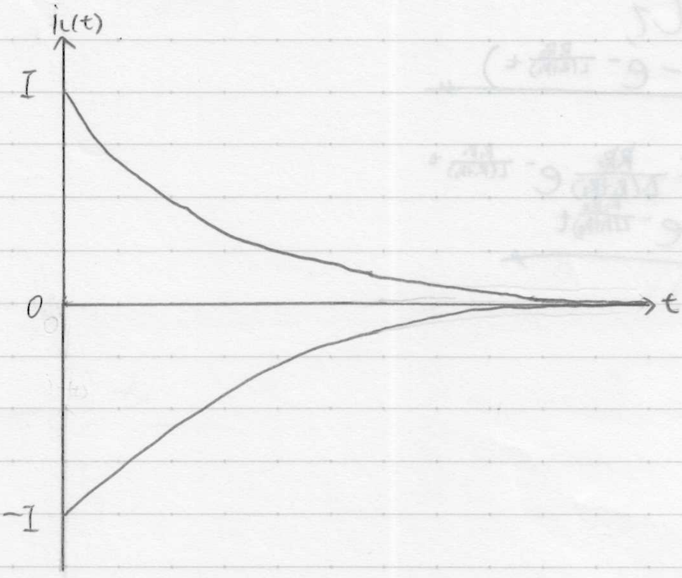
(2)-(a)

$$\begin{cases} L\frac{di_L}{dt} = R_2 i_R & \cdots ① \\ i_L + i_R = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

(2)-(b)

$t=0$ について、

$$\begin{cases} i_L = I \\ i_R = 0 \end{cases}$$



(3)-(c)

①に②を代入して、

$L\frac{di_L}{dt} + R_2 i_L = 0$

$\frac{di_L}{dt} + \frac{R_2}{L}i_L = 0$

↓

$i_L = Ce^{-\frac{R_2}{L}t}$

初期条件より、

$C = I$

以上より、

$$\begin{cases} i_L = Ie^{-\frac{R_2}{L}t} \\ i_R = -Ie^{-\frac{R_2}{L}t} \end{cases}$$ //

(3) $\begin{cases} E = R_1(i_L + i_R) + L\dfrac{di_L}{dt} & \cdots ① \\ L\dfrac{di_L}{dt} = R_2 i_R & \cdots ② \end{cases}$

②より,

$i_R = \dfrac{L}{R_2}\cdot\dfrac{di_L}{dt} \cdots ③$

③を①に代入

$R_1\left(i_L + \dfrac{L}{R_2}\cdot\dfrac{di_L}{dt}\right) + L\dfrac{di_L}{dt} = E$

$\left(\dfrac{R_1 L}{R_2} + L\right)\dfrac{di_L}{dt} + R_1 i_L = E$

$\dfrac{L(R_1+R_2)}{R_2}\cdot\dfrac{di_L}{dt} + R_1 i_L = E$

ラプラス変換して,

$\dfrac{L(R_1+R_2)}{R_2}\cdot sI_L + R_1 I_L = \dfrac{E}{s}$

$\left\{\dfrac{L(R_1+R_2)}{R_2}s + R_1\right\}I_L = \dfrac{E}{s}$

$\{L(R_1+R_2)s + R_1R_2\}I_L = \dfrac{ER_2}{s}$

$I_L = \dfrac{ER_2}{s\{L(R_1+R_2)s + R_1R_2\}}$

$I_L = \dfrac{E}{R_1}\left\{\dfrac{1}{s} - \dfrac{L(R_1+R_2)}{L(R_1+R_2)s + R_1R_2}\right\}$

$I_L = \dfrac{E}{R_1}\left(\dfrac{1}{s} - \dfrac{1}{s + \frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}}\right)$

$\dfrac{A}{s} + \dfrac{B}{L(R_1+R_2)s + R_1R_2} = \dfrac{\{AL(R_1+R_2)+B\}s + AR_1R_2}{s\{L(R_1+R_2)s + R_1R_2\}}$

$\begin{cases} AL(R_1+R_2) + B = 0 \\ AR_1R_2 = ER_2 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} A = \dfrac{E}{R_1} \\ B = -\dfrac{EL(R_1+R_2)}{R_1} \end{cases}$

逆変換して,

$i_L = \dfrac{E}{R_1}\left(1 - e^{-\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}t}\right)$ //

$i_R = \dfrac{L}{R_2}\cdot\dfrac{E}{R_1}\cdot\dfrac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}e^{-\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}t}$

$= \dfrac{E}{R_1+R_2}e^{-\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}t}$ //

注：問１と問２の解答は別々の答案用紙に書くこと．

問１．図１のような長方形電極をもった平行平板型コンデンサを考える．電極の縦横の長さはそれぞれa [m]およびb [m]，電極間隔はd [m]であり，長さaの辺の方向に沿って長さx [m]だけ誘電率ε [F/m]の誘電体が挿入されている．電極間の誘電体以外の部分は誘電率ε_0 [F/m]の空気で満たされている．ただし，$\varepsilon > \varepsilon_0$である．この状態において，コンデンサの上側電極に$+Q$ [C]，下側電極に$-Q$ [C]の電荷を与えた．

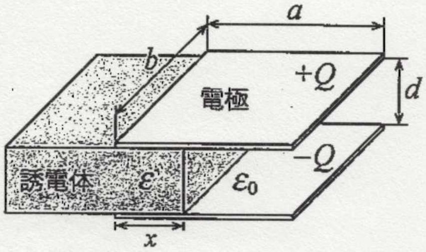


図１

(1) コンデンサ内における誘電体中と空気中で同一となるのは，電界E [V/m]または電束密度D [C/m^2]のどちらか．

(2) 誘電体が挿入された状態での，このコンデンサの静電容量C [F]を求めよ．

(3) このコンデンサに蓄えられているエネルギーU [J]を求めよ．

(4) 挿入している誘電体にはどのような力F [N]が働くか．大きさと力の向きを示せ．

(5) もし，誘電体がxの増加する方向に少し移動したとする．その時，コンデンサのエネルギーは増加するのか減少するのか．

次に，図１の設定において，上下電極の電荷$\pm Q$を取り払い，電極間に外部から直流電圧V_0 [V]を印加した．

(6) このコンデンサに蓄えられているエネルギーU [J]を求めよ．

(7) 挿入している誘電体にはどのような力F [N]が働くか．大きさと力の向きを示せ．

(8) もし，誘電体がxの増加する方向に少し移動したとする．その時，コンデンサのエネルギーは増加するのか減少するのか．

問２．図２のように，空気中に置かれた長さℓ [m]，半径a [m]の円筒状ソレノイドコイル（N回巻き）に，電源から一定の直流電流I [A]が供給されている．空気の透磁率をμ_0 [H/m]とし，以下の問に答えよ．ただし$a \ll \ell$で，かつコイルは密に巻かれており，ソレノイドコイル内部には磁界が均一に発生し，外部に漏れる磁界の影響は無視できるものとする．

(1) ソレノイドコイル内部の磁界H [A/m]の大きさと向きを求めよ．

(2) ソレノイドコイル内部の磁束Φ [Wb]を求め，ソレノイドコイルのインダクタンスL [H]を計算せよ．

(3) ソレノイドコイルに蓄えられている磁気エネルギーU_m [J]を求めよ．

(4) このときソレノイドコイルには，長さ方向に縮まろうとする力が働く．電流Iが一定で，コイルの長さが$\ell - \Delta\ell$に縮んだとき（$\Delta\ell \ll \ell$），電源からコイルに供給されるエネルギーΔU_p [J]を求めよ．

(5) (4)において，ソレノイドコイルに蓄えられている磁気エネルギーの変化分ΔU_m [J]を求めよ．

(6) ソレノイドコイル全体が縮まろうとする力F [N]を求めよ．

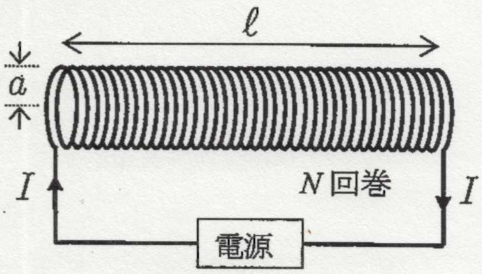


図２

No.
Date 2024 7 15

2013 電磁気

問1

(1) D

(2) $C = \varepsilon \frac{lx}{d} + \varepsilon_0 \frac{l(a-x)}{d}$

$= \frac{l\{\varepsilon x + \varepsilon_0(a-x)\}}{d}$

(3) $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 d}{2l\{\varepsilon x + \varepsilon_0(a-x)\}}$

(4) Q一定のとき、xが増加する方向を力の正の向きとすると、$F = -\frac{\partial U}{\partial x}$ と表せるので、

$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{Q^2 d \cdot \cancel{2}l(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\cancel{2}4 l^2\{\varepsilon x+\varepsilon_0(a-x)\}^2} = \frac{Q^2 d(\varepsilon-\varepsilon_0)}{2l\{\varepsilon x+\varepsilon_0(a-x)\}^2} > 0$

大きさ：$\frac{Q^2 d(\varepsilon-\varepsilon_0)}{2l\{\varepsilon x+\varepsilon_0(a-x)\}^2}$ ，向き：右向き

(5) 減少する

(6) $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{l\{\varepsilon x+\varepsilon_0(a-x)\}V_0^2}{2d}$

(7) V一定のとき、xが増加する向きを力の正の向きとすると $F = \frac{\partial U}{\partial x}$ と表せるので、

$F = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{l(\varepsilon-\varepsilon_0)}{2d} > 0$

大きさ：$\frac{l(\varepsilon-\varepsilon_0)}{2d}$ ，向き：右向き

(8) 増加する

問2

(1) $H = \frac{NI}{l}$

(2) $\Phi = \frac{\mu_0 NI}{l} \cdot \pi a^2 = \underline{\frac{\mu_0 \pi N I a^2}{l}}$ //

$L = \frac{\Phi}{I} = \underline{\frac{\mu_0 \pi N a^2}{l}}$ //

(3) $U = \frac{1}{2} L I^2 = \underline{\frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2}{2l}}$ //

(4) $U(l) + \Delta U_p = U(l - \Delta l)$

↓

$$\Delta U_p = U(l-\Delta l) - U(l)$$
$$= \frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2}{2}\left(\frac{1}{l-\Delta l} - \frac{1}{l}\right)$$
$$= \frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2}{2} \cdot \frac{l-(l-\Delta l)}{l(l-\Delta l)}$$
$$= \frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2 \Delta l}{2l(l-\Delta l)}$$

ここで、$\Delta l \ll l$ より、$l - \Delta l = l$ とみなせるので、

$\Delta U_p = \underline{\frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2 \Delta l}{2l^2}}$ //

(5) $\Delta U_m = \Delta U_p = \underline{\frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2 \Delta l}{2l^2}}$ //

(6) $\Delta U_m = F \cdot \Delta l$ $\qquad \left(\frac{\partial U}{\partial l} = -\frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2}{2l^2}\right)$

$F = \frac{\Delta U_m}{\Delta l}$

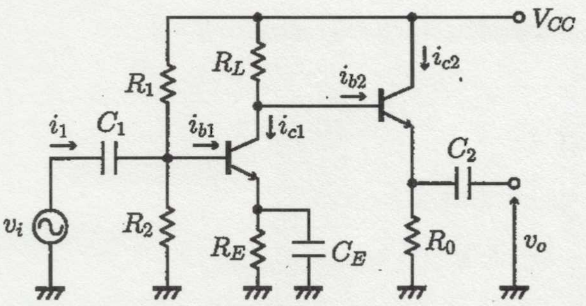
$\underline{F = \frac{\mu_0 \pi N I^2 a^2}{2l^2}}$ //

注：問 1 と問 2 の解答は別々の答案用紙に書くこと．

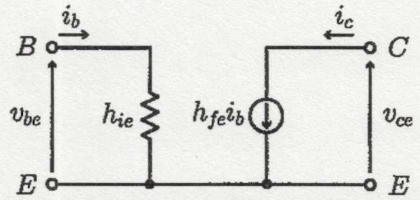
問 1. 図 1(a) に示すトランジスタを用いた増幅回路について，以下の間に答えよ．ただし，トランジスタの等価回路は図 1(b) で与えられるものとする．また，並列記号 (//) を用いてよい．

(1) 小信号等価回路を描け．ただし，交流信号に対して，各コンデンサのインピーダンスは十分小さいものとする．また，2 つのトランジスタの等価回路における h_{ie} と h_{fe} は同一とする．

(2) 電圧利得 $A = \dfrac{v_o}{v_i}$ を求めよ．



(a) 回路構成



(b) トランジスタの等価回路

図 1. トランジスタを用いた増幅回路

問 2. 図 2 に示すオペアンプ (演算増幅器) を用いた回路について，以下の問に答えよ．ただし，用いるオペアンプは理想オペアンプ (入力インピーダンス $=\infty$，出力インピーダンス $=0$、利得 $=\infty$，帯域 $=\infty$) とする．

(1) 電圧利得 $G(\omega) = \dfrac{v_o}{v_i}$ を求めよ．ここで，ω は入力 v_i の角周波数である．

(2) $|G(0)|$ を求めよ．

(3) $|G(\infty)|$ を求めよ．

(4) $|G(\omega)|$ が ω に依存しないための条件を求めよ．ただし，R_1，R_2，C_1，C_2 は非零値とする．

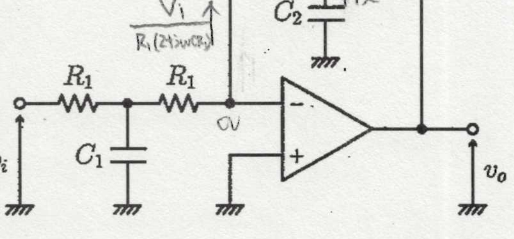


図 2. オペアンプを用いた回路

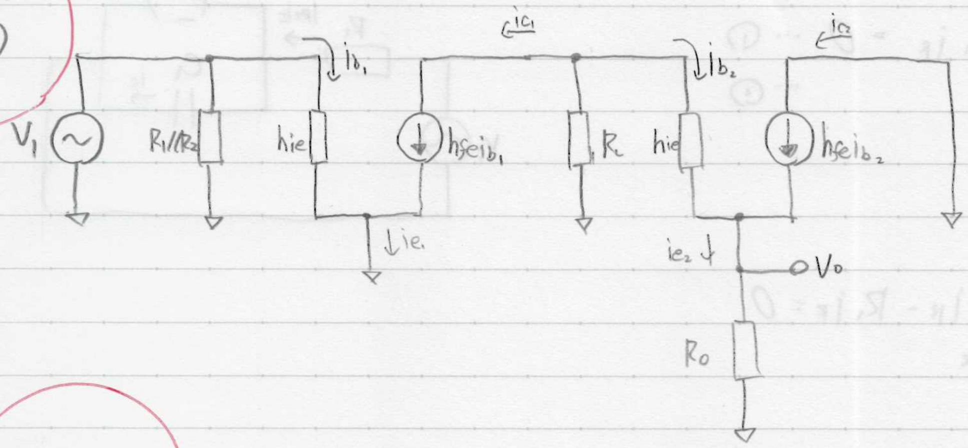
No.

Date 2024 7 · 15

2013 電子回路

問1

(1)



(2)
$$\begin{cases} V_0 = R_0 i_{e2} & \cdots ① \\ i_{e2} = (1+h_{fe}) i_{b2} & \cdots ② \\ -R_L(i_{c_1}+i_{b2}) - h_{ie} i_{b2} = V_0 & \cdots ③ \\ i_{c_1} = h_{fe} i_{b_1} & \cdots ④ \\ i_{b_1} = \dfrac{V_1}{h_{ie}} & \cdots ⑤ \end{cases}$$

⑤を④に代入

$$i_{c_1} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} V_1 \cdots ⑥$$

⑥を③に代入

$$-R_L \cdot \frac{h_{fe}}{h_{ie}} V_1 - (R_L + h_{ie}) i_{b2} = V_0$$

$$(R_L + h_{ie}) i_{b2} = -\left(\frac{h_{fe} R_L}{h_{ie}} V_1 + V_0\right)$$

$$i_{b2} = -\frac{h_{fe} R_L V_1 + h_{ie} V_0}{h_{ie}(R_L + h_{ie})} \cdots ⑦$$

⑦を②に代入

$$i_{e2} = -\frac{(1+h_{fe})(h_{fe} R_L V_1 + h_{ie} V_0)}{h_{ie}(R_L + h_{ie})} \cdots ⑧$$

⑧を①に代入

$$V_0 = -\frac{R_0(1+h_{fe})(h_{fe} R_L V_1 + h_{ie} V_0)}{h_{ie}(R_L + h_{ie})}$$

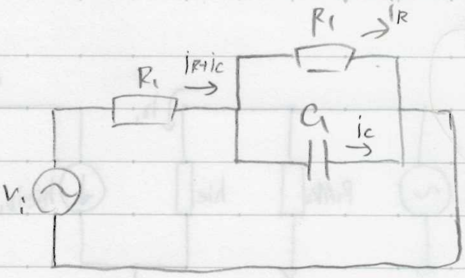
$$h_{ie}(R_L + h_{ie}) V_0 = -R_0(1+h_{fe})(h_{fe} R_L V_1 + h_{ie} V_0)$$

$$\{h_{ie}(R_L + h_{ie}) + R_0(1+h_{fe}) h_{ie}\} V_0 = -R_0(1+h_{fe}) h_{fe} R_L V_1$$

したがって

$$A = -\frac{R_L R_0 (1+h_{fe}) h_{fe}}{h_{ie}\{R_L + h_{ie} + R_0(1+h_{fe})\}}$$

問2



(1) $\begin{cases} V_i - R_1(i_R + i_C) - R_1 i_R = 0 & \cdots ① \\ R_1 i_R = \frac{1}{j\omega C_1} i_C & \cdots ② \end{cases}$

② より

$i_C = j\omega C_1 R_1 i_R \quad \cdots ③$

③ を ① に代入

$V_i - R_1(1 + j\omega C_1 R_1) i_R - R_1 i_R = 0$

$V_i = R_1(2 + j\omega C_1 R_1) i_R$

$i_R = \frac{V_i}{R_1(2 + j\omega C_1 R_1)}$

$\begin{cases} -R_2 i_R - R_2(i_R + i_x) = V_o & \cdots ④ \\ R_2 i_R = \frac{1}{j\omega C_2} i_x & \cdots ⑤ \end{cases}$

⑤ より

$i_x = j\omega C_2 R_2 i_R \quad \cdots ⑥$

⑥ を ④ に代入

$-R_2 i_R - R_2(i_R + j\omega C_2 R_2 i_R) = V_o$

$V_o = -R_2(2 + j\omega C_2 R_2) i_R$

$V_o = -\frac{R_2(2 + j\omega C_2 R_2)}{R_1(2 + j\omega C_1 R_1)} V_i$

したがって、

$G(\omega) = -\frac{R_2(2 + j\omega C_2 R_2)}{R_1(2 + j\omega C_1 R_1)}$ //

(2) $|G(0)| = \frac{R_2}{R_1}$ //

(3) $|G(\infty)| = \frac{C_2 R_2^2}{C_1 R_1^2}$ //

(4) $|G(\omega)| = \frac{R_2\sqrt{4 + \omega^2 C_2^2 R_2^2}}{R_1\sqrt{4 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}}$

$\omega^2 C_2^2 R_2^2 = \omega^2 C_1^2 R_1^2$

$C_1 R_1 = C_2 R_2$ //