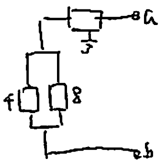
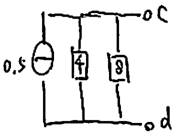
問1

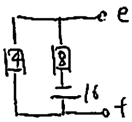
(1) 電流源開放, 電圧源短絡して,



$R_T = \frac{1}{3} + \frac{32}{4+8}$
$= \frac{1}{3} + \frac{8}{3}$
$= 3\ [\Omega]$



$V_{cd} = \frac{8}{3} \cdot 0.5 = \frac{4}{3}\ [V]$



$V_{ef} = \frac{-4}{4+8} \cdot 16 = \frac{-16}{3}\ [V]$

以上から,

$E_T = 10 + \frac{4}{3} - \frac{16}{3} = 6\ [V]$

(2) $I = \frac{E_T}{R_T + R}$ $\frac{36R}{(R+3)^2}\ [W]$

より,

$W = \cancel{R_T} R I^2 = \frac{RE_T^2}{(R_T+R)^2}\ [W]$

(3) $f = \frac{(R+R_T)^2}{R}$ とおくと,

$f' = \frac{(2R+2R_T)R - (R+R_T)^2}{R^2}$
$= \frac{(R+R_T)(2R-R-R_T)}{R^2}$
$= \frac{(R+R_T)(R-R_T)}{R^2}$

より,

$R = R_T$ のとき, f が最小になる。

よって, $\frac{36}{12} = 3\ [W]$

$W_{max} = \frac{E_T^2}{4R}\ [W]$, $(R = R_T)$ 3

$f'' = \left(\frac{R^2 - R_T^2}{R^2}\right)'$
$= \frac{2R \cdot R^2 - (R^2 - R_T^2) \cdot 2R}{R^4}$
$= \frac{+2RR_T^2}{R^4} > 0$

より, f は下に凸である。

問2

(1) $E = L\frac{di(t)}{dt} + v(t)$

$Cv(t) = \int i(t)dt$

$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$

より,

$E = LC\frac{d^2v(t)}{dt^2} + v(t)$

(2) $v(0) = -E$

$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$ より,

$\left.\frac{dv(t)}{dt}\right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = 0$

(3) $\frac{E}{s} = LC(s^2V(s) - sv(0) - v'(0)) + V(s)$

$\frac{E}{s} = LC(s^2V(s) + sE) + V(s)$
$= (LCs^2 + 1)V(s) + LCsE$

$V(s) = \frac{E}{LCs^2+1}\left(\frac{1}{s} - LCs\right)$
$= \frac{1}{s^2 + \frac{1}{LC}} \cdot \frac{E}{LC}\left(\frac{1}{s} - LCs\right)$
$= \frac{E}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2 + \frac{1}{LC}} \cdot \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \frac{1}{LC}} E$

ここで,

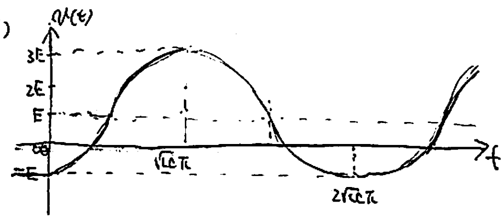
$\cancel{\frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2+\frac{1}{LC}} \cdot \frac{1}{s}}$ $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2+\frac{1}{LC}} \cdot \frac{1}{s}\right]$

$= \int_0^t \sin\frac{\tau}{\sqrt{LC}} \cdot u(t-\tau)\, d\tau$
$= -\sqrt{LC} \cdot \left[\cos\frac{\tau}{\sqrt{LC}}\right]_0^t$
$= -\sqrt{LC}\left(\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} - 1\right)$

より,

$v(t) = \left(1 - \cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)E - \cos\frac{t}{\sqrt{LC}} \cdot E$
$= E - 2\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} \cdot E$

(4)



(5) $i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$
$= C \cdot \frac{2E}{\sqrt{LC}} \sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$
$= 2E\sqrt{\frac{C}{L}} \sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$

よって

$I_{rms} = \frac{2E\sqrt{\frac{C}{L}}}{\sqrt{2}} = E\sqrt{\frac{2C}{L}}$

② 2013 電気磁気学

問1

(1) ガウスの法則より、

$2\pi r \cdot l E(r) = \frac{\lambda l}{\varepsilon}$

$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$ [V/m]

また、

$V = -\int_b^a E(r)dr$

$= -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}[\ln|r|]_b^a$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$ [V]

より、

$\lambda = \frac{2\pi\varepsilon V}{\ln\frac{b}{a}}$ [C/m]

よって、

$E(r) = \frac{V}{r\ln\frac{b}{a}}$ [V/m]

(2) $C = \frac{\lambda}{V} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{b}{a}}$ [F/m]

(3) $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{\pi\varepsilon V^2}{\ln\frac{b}{a}}$ [J/m]

(4) $f = \frac{1}{2}\varepsilon E(a)^2$

$= \frac{\varepsilon V^2}{2a^2(\ln\frac{b}{a})^2}$ [N/m²]

吸引力だから、aが大きくなろうとする方向である。

(5) $y(a) = a^2(\ln\frac{b}{a})^2$ とおくと、

$y' = 2a\ln^2\frac{b}{a} + a^2(-\frac{1}{a})2\ln\frac{b}{a}$

$= 2a\ln^2\frac{b}{a} - 2a\ln\frac{b}{a}$

$y'' = \cancel{2a\ln}$

$2\ln^2\frac{b}{a} + 2a\cdot 2\ln\frac{b}{a}(-\frac{1}{a})$

$- 2\ln\frac{b}{a} - 2a(-\frac{1}{a})$

$= 2\ln^2\frac{b}{a} - 4\ln\frac{b}{a} - 2\ln\frac{b}{a} + 2$

$= 2\ln^2\frac{b}{a} - 6\ln\frac{b}{a} + 2$

$\cancel{2\ln^2\frac{b}{a} < 6\ln\frac{b}{a} - 2}$

$y''' = 4\ln\frac{b}{a}\cdot(-\frac{1}{a}) - 6(-\frac{1}{a})$

$= -\frac{4}{a}\ln\frac{b}{a} + \frac{6}{a}$

$= -\frac{4}{a}\ln\frac{b}{a} + \frac{6}{a}\ln e$

$= \frac{2}{a}(\ln e^3 - \ln(\frac{b}{a})^2)$

$y' = 0$ のとき、

$\ln\frac{b}{a} = 1$

$\frac{b}{a} = e$

$a = \frac{b}{e}$

問2

(1) $H(r) = \frac{I_1}{2\pi r} + \frac{I_1}{2\pi(b+c+d-r)}$

$= \frac{I_1}{2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{b+c+d-r}\right)$ [A/m]

$(a < r < b+c+d-a)$

(2) $d\phi = \mu_0 H(r)dr$

より、

$\phi = \int_a^{b+c+d-a}\frac{\mu_0 I_1}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r-b-c-d}\right)dr$

$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi}[\ln|r| - \ln|r-b-c-d|]_a^{b+c+d-a}$

$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi}\left(\ln\frac{b+c+d-a}{a} - \ln\frac{a}{b+c+d-a}\right)$

$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi}\cdot\ln\left(\frac{b+c+d-a}{a}\right)^2$

$= \frac{\mu_0 I_1}{\pi}\ln\frac{b+c+d-a}{a}$ [Wb/m]

よって、

$L = \frac{N\phi}{I_1} = \frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{b+c+d-a}{a}$ [H/m]

(3) $\cancel{\phi = \mu_0 H(r)}$

$d\phi = \mu_0 H(r)c\,dr$

$\phi = \int_b^{b+c}\mu_0 H(r)c\,dr$

$= \frac{\mu_0 c I_1}{2\pi}\left[\ln\left|\frac{r}{r-b-c-d}\right|\right]_b^{b+c}$

$= \frac{\mu_0 c I_1}{2\pi}\left(\ln\frac{b+c}{d} - \ln\frac{b}{c+d}\right)$

$= \frac{\mu_0 c I_1}{2\pi}\ln\frac{(b+c)(c+d)}{bd}$

よって、

$M = \frac{\phi}{I_1} = \frac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\frac{(b+c)(c+d)}{bd}$ [H]

(4) $V = -M\frac{dI_1}{dt}$

$= -M\cdot(-\omega I_0\sin\omega t)$

$= \frac{\mu_0 c\omega I_0}{2\pi}\ln\frac{(b+c)(c+d)}{bd}\sin\omega t$ [V]

(5) 右方向に働く力F、

左方向に働く力F'として、

$F = I_1 I_2\frac{\partial M}{\partial b}$

$= I_1 I_2\cdot\frac{\mu_0 c}{2\pi}\left(\frac{c+d}{(b+c)(c+d)} - \frac{1}{b}\right)$

$= \frac{\mu_0 c I_1 I_2}{2\pi}\cdot\frac{-c}{b(b+c)}$ [N]

$F' = I_1 I_2\frac{\partial M}{\partial d}$

$= I_1 I_2\frac{\mu_0 c}{2\pi}\cdot\frac{-c}{d(d+c)}$ [N]

ここで、右方向の力は、

$F - F' = \frac{\mu_0 c I_1 I_2}{2\pi}\left(\frac{-1}{b(b+c)} + \frac{1}{d(d+c)}\right)$

$= \frac{\mu_0 c^2 I_1 I_2}{2\pi}\cdot\frac{-d^2-dc+b^2+bc}{bd(b+c)(d+c)}$

$= \frac{\mu_0 c^2 I_1 I_2}{2\pi}\cdot\frac{b^2-d^2+c(b-d)}{bd(b+c)(d+c)}$ [N]

ここで、$b < d$ のとき、

$F - F' < 0$

から、左向きの力である。

2013 電子回路

問2

(1) $G_I = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 1$

(2) $(v_{in} - v_{out})A_d = v_{out}$

$(1+A_d)v_{out} = A_d v_{in}$

$G_F = \frac{A_d}{1+A_d}$

(3) $E_r = \frac{10000}{10001} - 1$

$= -\frac{1}{10001}$

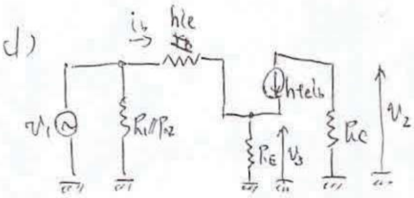
$= -0.000099$

≈ -0.01 [%]

② 2013 電子回路

問1

(1)



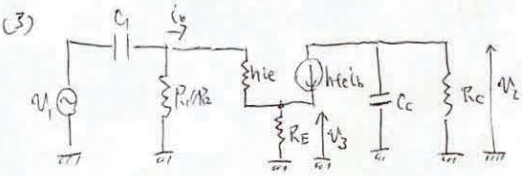
(2)
$$\begin{cases} v_1 = h_{ie} i_b + R_E (1+h_{fe}) i_b \cancel{+ h_{fe} i_b} \\ v_2 = -h_{fe} R_C i_b \\ v_3 = R_E (1+h_{fe}) i_b \end{cases}$$

より、

$$A_{a1} = -\frac{h_{fe} R_C}{h_{ie} + R_E (1+h_{fe})}$$

$$A_{a2} = \frac{R_E (1+h_{fe})}{h_{ie} + R_E (1+h_{fe})}$$

(3)



(4)
$$\begin{cases} v_1 = \frac{i_1}{j\omega C_1} + (R_1 /\!/ R_2)(i_1 - i_b) \\ (R_1 /\!/ R_2)(i_1 - i_b) = \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\} i_b \\ v_2 = -h_{fe} i_b \cdot \frac{\frac{R_C}{j\omega C_C}}{R_C + \frac{1}{j\omega C_C}} \\ \quad = -h_{fe} \cdot \frac{R_C}{1 + j\omega C_C R_C} i_b \\ v_3 = R_E (1+h_{fe}) i_b \end{cases}$$

$$i_1 - i_b = \frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E}{R_1 /\!/ R_2} i_b$$

$$i_1 = \frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2}{R_1 /\!/ R_2} i_b$$

より、

$$v_1 = \cancel{\frac{1}{j\omega C_1} \cdot \frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2}{R_1 /\!/ R_2} i_b +}$$

$$\left(\frac{1}{j\omega C_1} + R_1 /\!/ R_2\right) \frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2}{R_1 /\!/ R_2} i_b$$

$$- (R_1 /\!/ R_2) i_b$$

$$= \left(\frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2}{j\omega C_1 R_1 /\!/ R_2} + h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E \right) i_b$$

よって、

$$A_{b1} = -\frac{j\omega C_1 R_1 /\!/ R_2 \cdot \frac{h_{fe} R_C}{1 + j\omega C_C R_C}}{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2 + j\omega C_1 R_1 /\!/ R_2 \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\}}$$

$$A_{b2} = \frac{j\omega C_1 R_1 /\!/ R_2 R_E (1+h_{fe})}{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2 + j\omega C_1 R_1 /\!/ R_2 \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\}}$$

(5)

$$|A_{b1}| = \frac{\frac{h_{fe} R_C}{\sqrt{1 + \omega^2 C_C^2 R_C^2}} \cdot \omega C_1 R_1 /\!/ R_2}{\sqrt{\{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2\}^2 + \omega^2 C_1^2 (R_1 /\!/ R_2)^2 \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\}^2}}$$

$$\begin{aligned} 20 \log |A_{b1}| &= 20 \log (\omega C_1 h_{fe} R_C R_1 /\!/ R_2) \\ &\quad - 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 C_C^2 R_C^2} \\ &\quad - 20 \log \sqrt{\{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2\}^2 + \omega^2 C_1^2 (R_1 /\!/ R_2)^2 \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\}^2} \end{aligned}$$

$$\{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2\}^2 = \omega^2 C_1^2 (R_1 /\!/ R_2)^2 \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\}^2$$

とおくとき、

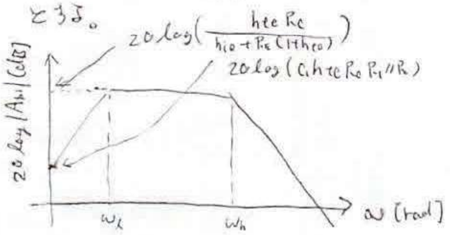
$$\omega_l \equiv \omega = \frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2}{C_1 R_1 /\!/ R_2 \{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E\}}$$

とする。

$1 = \omega^2 C_C^2 R_C^2$ とおくとき、

$$\omega_h \equiv \omega = \frac{1}{C_C R_C}$$

とする。



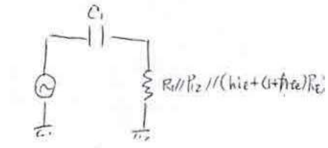


図 低域の入力部

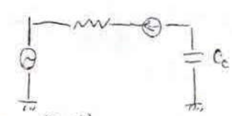


図 高域

$C_1 \gg C_C$ とすれば、$\frac{1}{\omega C_1} \ll \frac{1}{\omega C_C}$ だから、

~~低~~高域では C_1 を短絡、~~高~~低域では C_C を開放とみなせる。

このとき、低域には RC ハイパスフィルタ、高域には RC ローパスフィルタができる。中域では、(1) と同様のため ω に依存しない。 A_{a1}

$$|A_{b2}| = \frac{\omega C_1 R_1 /\!/ R_2 R_E (1+h_{fe})}{\sqrt{\{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2\}^2 + \omega^2 C_1^2 (R_1 /\!/ R_2)^2 \{h_{ie} + R_E (1+h_{fe})\}^2}}$$

$$\begin{aligned} 20 \log |A_{b2}| &= 20 \log (\omega C_1 R_1 /\!/ R_2 R_E (1+h_{fe})) \\ &\quad - 20 \log \sqrt{\{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + R_1 /\!/ R_2\}^2 + \omega^2 C_1^2 (R_1 /\!/ R_2)^2 \{h_{ie} + R_E (1+h_{fe})\}^2} \end{aligned}$$

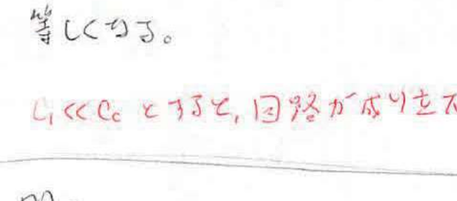


図 低域

低域では RC HPF ができている。中域・高域は (1) A_{a2} と等しくなる。

$C_1 \ll C_C$ とすると、回路が成り立たない。

問2

裏左へ