

25~

| | | |
|----------------|-----------------------------|-----------------|
| 金沢大学大学院自然科学研究科 | | 博士前期課程入学試験 問題用紙 |
| 対象 | 機械科学専攻, 電子情報科学専攻, 環境デザイン学専攻 | |
| 試験科目名 | 数 学 | P. 1 / 1 |

2012年8月28日(火) 10:00 - 11:00

- [注意] 1. 問題 1, 2, 3, 4 のうち, 2 題を選択して解答すること.
 2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

[1] 次の微分方程式を解け.

$$(1) \frac{dy}{dx} + 2y = xe^{-3x} \quad (2) \frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} = 2x^2 + x$$

$$(3) \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 2y = 3\sin x \quad (4) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}\right)dx + \left(\frac{1}{x} - \frac{x^2}{y^3}\right)dy = 0$$

[2] (1) ϕ をスカラー場とすると, $\text{grad } \phi^2 = 2\phi \text{ grad } \phi$ を grad の定義を用いて示せ.

(2) スカラー場 $\phi = xy - z$ に対して次の問いに答えよ.

(i) C を始点 $(1, 0, 0)$ と終点 $(3, 2, 2)$ を結ぶ線分とすると, $\int_C (\phi \text{ grad } \phi) \cdot d\mathbf{r}$ を求めよ.

(ii) S を円柱領域 $V: x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 2$ の表面とすると,

$$\iint_S (\phi \text{ grad } \phi) \cdot \mathbf{n} dS$$

を求めよ. ただし, \mathbf{n} は S の外向き法線ベクトルとする.

[3] 複素関数 $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 4)(z^2 - 2z + 2)}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(z)$ の各特異点における留数を求めよ.

(2) 積分 $\int_{|z|=\sqrt{3}} f(z) dz$ の値を求めよ.

(3) 正の実数 R に対して, $C_R: z = Re^{i\theta} \ (0 \leq \theta \leq \pi)$ とする.

$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} f(z) dz = 0$ であることを用いて, $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ の値を求めよ.

[4] $f(x)$ は周期 2 の関数で $f(x) = |\cos \pi x| - \cos \pi x \ (-1 \leq x < 1)$ で定められている. 次の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ.

(2) (1) の結果を用いて $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{4m^2 - 1}$ の値を求めよ.