

金沢大学大学院自然科学研究科		博士前期課程入学試験 問題用紙
対 象	機械科学専攻, 電子情報科学専攻, 環境デザイン学専攻	
試験科目名	数 学	P. 1 / 1

2014 年 8 月 26 日 (火) 10:00 - 11:00

- [注意] 1. 問題 **1**, **2**, **3**, **4** のうち, 2 題を選択して解答すること.
 2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

1 次の微分方程式を解け.

- (1) $\frac{dy}{dx} = xe^{-x}(y+1)^2$ (2) $\frac{d^2y}{dx^2} + ay = 0$ (a : 実数の定数)
 (3) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = x^2 + x$

2 領域 $V: x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} \leq 1$ とベクトル場 $A = \left(x, y, \frac{z}{4}\right)$ を考える. S を V の境界とする. 次の問いに答えよ.

- (1) V の体積を求めよ.
 (2) S 上の点 (x, y, z) における外向き単位法線ベクトル n と内積 $A \cdot n$ を求めよ.
 (3) 面積分 $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{z^2}{16}} dS$ の値を求めよ.

3 複素関数 $f(z) = \frac{\cos z}{\sin z} - \frac{1}{z}$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(z)$ の特異点を全て求めよ.
 (2) 関数 $f(z)$ の極における留数を求めよ.
 (3) 積分

$$\int_{|z|=\frac{5}{2}\pi} f(z) dz$$

の値を求めよ.

4 関数 $f(t)$ ($0 \leq t < \infty$) のラプラス変換

$$\mathcal{L}[f(t)](s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$$

について, 次の問いに答えよ. ただし, a は実数の定数とする.

- (1) $\mathcal{L}[e^{at}f(t)](s) = \mathcal{L}[f(t)](s-a)$ であることを示せ.
 (2) $\mathcal{L}[\cos at](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$, $\mathcal{L}[\sin at](s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$ であることを示せ.
 (3) $\mathcal{L}[f(t)](s) = \frac{2s-3}{s^2 + 2s + 5}$ となる $f(t)$ を求めよ.