

2005

2005

H17

2005

金沢大学大学院自然科学研究科 入学試験	問 題
科 目 名	対 象
数 学	電子情報工学専攻, 機能機械科学専攻 人間・機械科学専攻, 社会基盤工学専攻

2005年8月30日(火) 10:45-11:45

- 【注意】 1. 問題 1, 2, 3, 4 のうち, 2題を選択して解答すること.
2. 解答は各題ごとに分けて, 1題を1枚の答案用紙の表に書くこと.

1 次の微分方程式を解け.

(1) $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x \log x.$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0.$

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 3y = \cos 2x.$

2 ベクトル場 $A = (-y + z, 2x + z, x + y)$ について, 次の問に答えよ.

(1) 点 $(2, 0, 0), (0, 3, 0), (0, 0, 6)$ を順に結ぶ折れ線 C に沿って線積分 $\int_C A \cdot dr$ の値を求めよ.

(2) 平面 $S: 3x + 2y + z = 6$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) 上の $\text{rot} A$ の面積分 $\int_S \text{rot} A \cdot n dS$ を求めよ. ただし, n は原点を含まない側を向く S の単位法線ベクトルとする.

3 複素関数 $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)(z-3)^2}$ について, 次の問に答えよ.

(1) $f(z)$ の各特異点における留数を求めよ.

(2) $a > 0, a \neq 1, 3$ とする. 曲線 $C: |z| = a$ に対して, $\int_C f(z) dz$ の値を求めよ.

4 区間 $[0, \infty)$ で定義された関数を $f(t)$, その n 回導関数を $f^{(n)}(t)$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) ラプラス変換の微分法則

(i) $L(f'(t)) = sL(f(t)) - f(0).$

一般に

(ii) $L(f^{(n)}(t)) = s^n L(f(t)) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$

をラプラス変換の定義に基づいて証明せよ. ただし, $\lim_{t \rightarrow \infty} f^{(k)}(t)e^{-st} = 0$ ($0 \leq k < n$) は仮定する.

(2) (i) $L(\cos \lambda t) = \frac{s}{s^2 + \lambda^2},$

(ii) $L(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}$

をラプラス変換の微分法則を用いて示せ. ただし, $L(1) = \frac{1}{s}$ は用いてよい.