

金沢大学大学院自然科学研究科 入学試験	問 題
科 目 名	対 象
数 学	電子情報工学専攻, 機能機械科学専攻 人間・機械科学専攻, 社会基盤工学専攻

2004年8月31日(火) 10:45-11:45

- [注意] 1. 問題 1, 2, 3, 4 のうち, 2 題を選択して解答すること.
2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

1 次の微分方程式を解け.

(1) $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = x + 1$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 + e^x$

2 ベクトル場 $B = (x, 2y, 3z)$ に対し, $A = e_3 \times B$ とおく. ただし, $e_3 = (0, 0, 1)$ である. 以下, a, b は $0 < a < b$ をみたす定数とする. 次の問に答えよ.

(1) 曲線 $C: r(t) = (a \cos t, a \sin t, a)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) に対し, 線積分 $\int_C A \cdot dr$ を求めよ.

(2) 曲面 $S: r(u, v) = (v \cos u, v \sin u, v)$ ($0 \leq u \leq 2\pi, a \leq v \leq b$) の概形を図示せよ.

(3) (2) の曲面 S に対し, 面積分 $\int_S \text{rot} A \cdot n dS$ を求めよ. ただし n は $n \cdot e_3 < 0$ である S の単位法線ベクトルとする.

3 (1) 実積分

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{5 - 4 \cos \theta} d\theta$$

は変換 $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) によって

$$f(z) = \frac{z^2 + 1}{(-2i)z(2z^2 - 5z + 2)}$$

の複素積分 $\int_{|z|=1} f(z) dz$ で表されることを示せ.

(2) 上の $f(z)$ の極とその留数を求めよ.

(3) 積分 I の値を求めよ.

4 周期 2 の周期関数 $f(x)$ のフーリエ級数を

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x)$$

とする. また, 第 n 部分和を $S_n(x)$ とする. すなわち

$$S_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\pi x + b_k \sin k\pi x).$$

ここで, 関数 $f(x)$ を $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x < 2) \end{cases}$ かつ $f(x) = f(x+2)$ とする. 次の問に答えよ.

(1) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ.

(2) 不連続点 $x=1$ での $f(x)$ の値は $f(1)=0$ である. $f(x)$ のフーリエ級数での $x=1$ における値 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(1)$ は何か?

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x)$ のグラフを $0 \leq x \leq 2$ の範囲で描け.