H26

② 続き

(3)

$$\iint_S \sqrt{x^2+y^2+\frac{z^2}{16}}\, dS$$

$$= \iint_S \sqrt{x^2+y^2+\frac{1}{16}\left(2\sqrt{1-x^2-y^2}\right)^2}\, dS$$

$$= \iint_S \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{4}y^2}\, dS$$

$$= \iint_S A\cdot n\, dS$$

ガウスの発散定理より

$$= \iiint_V \operatorname{div} A\, dv$$

$$\operatorname{div} A = 1+1+\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

(1) より

$$\iiint_V dv = \frac{8}{3}\pi$$

よって

$$\iint_S \sqrt{x^2+y^2+\frac{z^2}{16}}\, dS = \frac{\cancel{9}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{8}^{\,2}}{\cancel{3}}\pi$$

$$= 6\pi$$