2014 電気回路

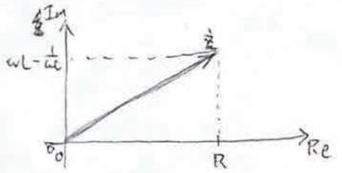
問1

(1) $\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

$= R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$

$\omega L \geq \frac{1}{\omega C}$ より,

$\mathrm{Im}(\dot{Z}) \geq 0$



---

(2) $\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}}$

$= \frac{\dot{E}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$

$= \frac{\dot{E}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} e^{-j\tan^{-1}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$

別) $\cos\theta = 0.8$ が分かっているから,

$r = \frac{4}{\cos\theta}$

$= 5$

$25 = 16 + X_C^2$

$X_C^2 = 9$

$X_C = 3$

より,

$\cos^2\theta = \frac{1}{1 + (\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R})^2}$

$= \frac{R^2}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$

$\Rightarrow 0.64 = \frac{16}{16 + (6 - \frac{1}{\omega C})^2}$

$(6 - X_C)^2 = \frac{16}{0.64} - 16$

$= 16 \cdot \frac{0.36}{0.64}$

$6 - X_C = 4 \cdot \frac{0.6}{0.8} = 3$

$X_C = 3$ [Ω]

---

(3) $\dot{I} = \frac{50 + j25}{4 + j(6-3)} = \frac{50 + j25}{4 + j3}$ (A).

$\dot{P} = \dot{E} \cdot \dot{I}^* = \frac{(50+j25)^2}{4+j3}$ ~~[W]~~

$= \frac{(50+j25)^2(4-j3)}{16+9}$

$= (50+j25)(2+j1)(4-j3)$

$= \cancel{(50+j25)}\ 25\,(2+j1)^2(4-j3)$

$= 25(4-1+j4)(4-j3)$

$= 25(12+12+j7)$

$= 25(24+j7)$ [W]　　500+j375 (W)

$P = \mathrm{Re}(\dot{P}) = 600$ [W]　500

$P_r = \mathrm{Im}(\dot{P}) = 175$ [var].　375

$P_a = \sqrt{600^2 + 175^2} = 25\sqrt{24^2 + 7^2}$

$= 25\sqrt{576 + 49} = 25\sqrt{625}$

$= 25^2 = 625$ (VA)

---

(4) $\dot{I}_R = \frac{1}{R} \cdot \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}R}$

より,

$i_R(t) = \frac{E_m}{R}\sin\omega t$

$\dot{I}_L = \frac{1}{j\omega L} \cdot \frac{E_m}{\sqrt{2}}$

$= -j\frac{E_m}{\sqrt{2}\omega L}$

$= \frac{-E_m}{\sqrt{2}\omega L} e^{j\frac{\pi}{2}}$

より,

$i_L(t) = -\frac{E_m}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$= \frac{E_m}{\omega L}\cos\omega t$

$\dot{I}_C = j\omega C \cdot \frac{E_m}{\sqrt{2}}$

$= \frac{\omega C E_m}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}}$

より,

$i_C(t) = \omega C E_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$= \omega C E_m \cos\omega t$

よって,

$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t)$

$= \frac{E_m}{R}\sin\omega t + \frac{E_m}{\omega L}\cos\omega t + \omega C E_m\cos\omega t$

$= E_m(\frac{1}{R}\sin\omega t + (\frac{1}{\omega L} + \omega C)\cos\omega t)$

$= E_m\sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega L} + \omega C)^2}\sin(\omega t + \alpha)$

$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{\omega L} + \omega C}{\frac{1}{R}} = R(\frac{1}{\omega L} + \omega C)$

$\alpha = \tan^{-1}(\frac{1}{\omega L} + \omega C)R$

よって,

$I_m = \sqrt{(\frac{1}{R})^2 + (\frac{1}{\omega L} + \omega C)^2}\,E_m$,

$\varphi = \tan^{-1}(\frac{1}{\omega L} + \omega C)R$

---

(5) ~~直列回路において $|\dot{I}| = 1$ [A] になるから共振状態にある。~~
~~よって並列回路でも共振状態で,~~

$|\dot{I}| = 1$ (A)

直列回路において, $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ だったと考えられる。(共振状態)

よって並列回路では,

$\dot{I} = (\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C)\dot{E}$

$= \frac{\dot{E}}{R}$

$= 1$ (A)

である。

問2

(1) a)

$\mathcal{L}[u(t)] = \int_0^\infty e^{-st}dt$

$= \left[-\frac{e^{-st}}{s}\right]_0^\infty$

$= \frac{1}{s}$

b)

$\mathcal{L}[v(t)] = \int_0^T E e^{-st}dt$

$= -\frac{E}{s}\left[e^{-st}\right]_0^T$

$= \frac{E}{s}(1 - e^{-sT})$

---

(2) $E_0 = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$

・微分方程式

定常解 $i_s(t)$ は, $\frac{d}{dt} \to 0$ として,

$i_s(t) = \frac{E_0}{R}$

過渡解 $i_t(t)$ は,

$Ri_t(t) + L\frac{di_t(t)}{dt} = 0$

$f(s) = Ls + R = 0$

$s = -\frac{R}{L}$

より,

$i_t(t) = C_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

~~$i_t(0) = 0$ より, $C_1 =$~~

よって,

$i(t) = \frac{E_0}{R} + C_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

$i(0) = 0$ より,

$C_1 + \frac{E_0}{R} = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{E_0}{R}$

よって,

$i(t) = \frac{E_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$

・ラプラス変換

$\frac{E_0}{s} = RI(s) + LsI(s)$ ($\because i(0) = 0$)

$I(s) = \frac{1}{R + Ls} \cdot \frac{E_0}{s}$

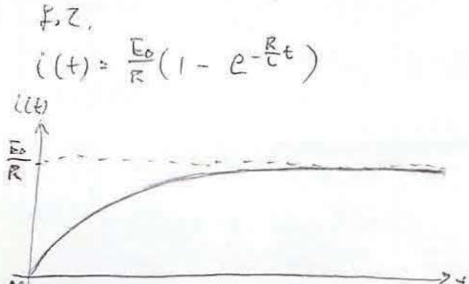
~~$= -\frac{R}{L}E_0 \cdot \frac{1}{R+Ls} + \frac{E_0}{R} \cdot \frac{1}{s}$~~

$= \frac{E_0}{L} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s + \frac{R}{L}}$

$= \frac{E_0}{R}(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}})$

よって,

$i(t) = \frac{E_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$



2014 電気磁気

2014 電気回路 問2

(3) ~~$i(t) = c\frac{dv(t)}{dt}$~~

$i(t) = I_0$,

~~$q(t) = C v(t)$~~,

~~$v(t) = \frac{1}{c}\int i(t)dt$~~ $v(t) = \frac{1}{c}\int i(t)dt$

~~$v(t) = \frac{1}{c} I_0 t$~~ より.

$v(0) = \frac{Q_0}{c}$.

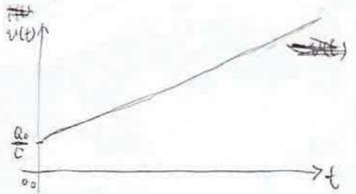
~~$q(0) = Q_0$~~

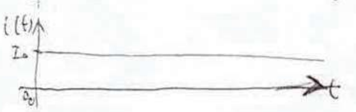
$(i(0) = I_0)$

$v(t) = \frac{1}{c}(I_0 t + c')$ ($c' =$ Const.)

$= \frac{1}{c}(I_0 t + Q_0)$

$(i(t) = c\frac{dv(t)}{dt} = I_0)$





問1

(1) ~~導体~~の長さを l[m] として,

~~ガウスの法則から,~~

~~$dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \quad \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)^2}$~~

ガウスの法則から,

$2\pi x l E_A(x) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$

$E_A(x) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$ [V/m] (右向き)

$E_B(x) = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$ [V/m] (右向き)

$P \quad \overrightarrow{E_A} \quad \overrightarrow{-E_B}$

よって,

$E(x) = E_A(x) - E_B(x)$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-d}\right)$ [V/m]

(2) $V_{AB} = -\int_{d-a}^{a} E(x)\,dx$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln|x| - \ln|x-d|\right]_{d-a}^{a}$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}$ ~~$\left(\ln\frac{(d-a)}{d-a} - \ln(d-a)(+a)\right)$~~

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{d-a}{a} - \ln\frac{a}{d-a}\right)$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d-a}{a}\right)^2$

$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}$ [V]

(3) $C = \frac{\lambda}{V_{AB}} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d-a}{a}}$ [F/m]

(4) $u = \frac{1}{2}CV_0^2$

$= \frac{\pi\varepsilon_0 V_0^2}{2\ln\frac{d-a}{a}}$ [J/m]

(5) dが増加する方向を正として,

$\frac{du}{dd} = \frac{\pi\varepsilon_0 V_0^2}{2}(-1)\frac{\frac{1}{d-a}}{\left(\ln\frac{d-a}{a}\right)^2}$

$= -\frac{\pi\varepsilon_0 V_0^2}{2\left(\ln\frac{d-a}{a}\right)^2(d-a)}$

よって, 吸引力であり,

$F = \frac{\pi\varepsilon_0 V_0^2}{2(d-a)\left(\ln\frac{d-a}{a}\right)^2}$ [N/m]

(6) $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ [V/m]

より,

$V = -\int_{\frac{d}{2}}^{a} E\,dr$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln|r|\right]_{a}^{\frac{d}{2}}$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{d}{2} - \ln a\right)$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{2a}$ [V]

よって,

$C = \frac{\lambda}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d}{2a}}$ [F/m]

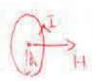
問2

(1) アンペアの法則から,

$H = \frac{I}{2a}$ [A/m]

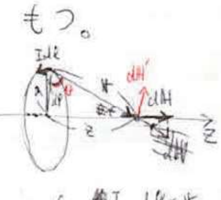
z方向である。

$\cdot H = \frac{I}{2a}$



$\cdot H = \frac{I}{2\pi a}$

(2) 素電流 Idl が作る磁界は円の対称性から, z成分のみもつ。



$dH' = \frac{I}{4\pi}\frac{dl \times r}{r^3}$ より,

$dH = \frac{I}{4\pi r^2}dl\cdot\cos\theta\,\mathbb{k}$

($\mathbb{k}$: z方向単位ベクトル)

$dl = a\,d\varphi$.

$\cos\theta = \frac{a}{r}$ より.

$dH = \frac{aI}{4\pi r^2}\cdot\frac{a}{r}\cdot d\varphi\,\mathbb{k}$

$= \frac{a^2 I}{4\pi r^3}d\varphi\,\mathbb{k}$

よって,

$H = \int_0^{2\pi}\frac{a^2 I}{4\pi r^3}d\varphi\,\mathbb{k}$

$= \frac{a^2 I}{2r^3}\mathbb{k}$

$= \frac{a^2 I}{2(z^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\mathbb{k}$ [A/m]

※ z=0で (1)の解

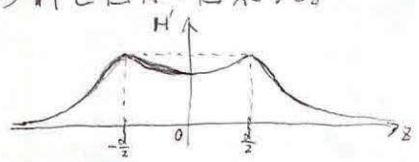
(3) ~~$-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$ のとき, 磁界は打ち消し合い, $H = 0$ [A/m]~~

2つのコイルによる磁界は z方向で同一方向である。

$H' = H(z+\frac{d}{2}) + H(z-\frac{d}{2})$

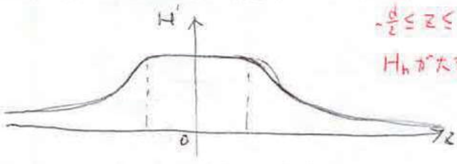
$= \frac{a^2 I}{2}\left\{\frac{1}{((z+\frac{d}{2})^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{((z-\frac{d}{2})^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}\mathbb{k}$

(4) H'を図Aに図示する。



図A $H'(z)$

dを小さくすると, $-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}$ での$H'(z)$が上昇していく。~~その途中で, $-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}$ の $H'(z)$ がほぼ一様になるときがある。~~(図B) dが縮まると, $-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}$ で, H_nが大きくなる。



図B $H'(z)$, ∃d

(5) $\Phi = \mu_0 H'(0)\cdot\pi(r_0^2\cos\theta)^2\cdot N$

$= \frac{\pi\mu_0 a^2 I r_0^2\cos\theta\cdot N}{(\frac{d^2}{4}+a^2)^{\frac{3}{2}}}$ [Wb]

(6) $M = \frac{\Phi}{I}$

$= \frac{\pi\mu_0 a^2 r_0^2\cos\theta\cdot N}{(\frac{d^2}{4}+a^2)^{\frac{3}{2}}}$ [H]

2014 電子回路

問1

(1) $I_1 = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2}$.

$I_2 = I_{C2}$

(2) $I_{C2} = \beta I_{B2}$.

$I_{B2} = I_1 - I_{C1} - I_{B1}$

~~$I_2 = I_{C2}$~~

~~$= \beta(I_1 - I_{C1} - I_{B1})$~~

$= I_1 - (1+\beta) I_{B1}$

$I_{B1} = I_{B2}$ より。(∵ベース抵抗が同じ)

$(2+\beta) I_{B2} = I_1$

$I_{B2} = \frac{I_1}{2+\beta}$

よって、

$I_2 = \beta I_{B2} = \frac{\beta}{2+\beta} I_1$

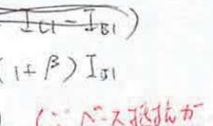
(3) $\frac{I_2}{I_1} = \frac{\beta}{2+\beta}$

$= \frac{100}{102}$

$= 0.9803\cdots$

≈ 0.98

(4) $I_1 = I_{B3} + I_2'$.



$I_2 = I_{C3} = \beta I_{B3}$

$I_2' = \frac{\beta}{2+\beta} I_1'$

~~$= \frac{\beta}{2+\beta}\cdot I_{B3}(2+\beta)$~~

$= \beta I_{B3}$

$r_b = \beta r_e$ より.

分流して、

$I_2' = \frac{\beta r_e}{\beta r_e + r_e} I_1$

$= \frac{\beta}{\beta+1} I_1$

より

~~$I_1 = (1+\beta) I_{B3}$~~

~~$I_{B3} = \frac{I_1}{1+\beta}$~~

$I_1 = I_{B3} + \frac{\beta}{\beta+1} I_1$

$I_{B3} = \frac{1}{\beta+1} I_1$

よって、

$I_2 = \frac{\beta}{1+\beta} I_1$

また、$\beta = 100$ のとき、

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{100}{101}$

$= 0.9900\cdots$

≈ 0.99

問2

(1) $v_A = R_1 i$

~~$v_A = R_1 i$~~ $i = \frac{v_A}{R_1}$

$i = I_s \exp(\frac{v}{V_T})$

より、

$e^{\frac{v}{V_T}} = \frac{i}{I_s}$

$\frac{v}{V_T} = \ln \frac{i}{I_s}$

$v = V_T \ln \frac{i}{I_s}$ $= -V_T \ln \frac{v_A}{I_s R_1}$

から、

$0 = v + v_1$

$v_1 = -v$ ~~$R_1 I_s \exp(\frac{v}{V_T})$~~

(2) ~~$v_1 = R_2 i_1 + R_2(i_1+i_2) + v_3$~~

~~$v_2 = R_2 i_2 + R_2(i_1+i_2) + v_3$~~

$2R_2 i_2 = v_2 - v_3 - R_2 i_1$

$i_2 = \frac{1}{2R_2}(v_2 - v_3 - R_2 i_1)$

$v_1 = 2R_2 i_1 + \frac{1}{2}(v_2 - v_3 - R_2 i_1) + v_3$

$= \frac{3}{2} R_2 i_1 + \frac{v_2}{2} + \frac{v_3}{2}$

$\frac{3}{2} R_2 i_1 = v_1 - \frac{1}{2}(v_2 + v_3)$

$i_1 = \frac{2}{3R_2}(v_1 - \frac{1}{2}(v_2 + v_3))$

$i_2 = \frac{1}{2R_2}(v_2 - v_3 - \frac{2}{3}(v_1 - \frac{v_2}{2} - \frac{v_3}{2}))$

$= \frac{1}{2R_2}(\frac{4}{3} v_2 - \frac{2}{3} v_3 - \frac{2}{3} v_1)$

$= \frac{1}{3R_2}(2v_2 - v_3 - v_1)$

よって、

$v_3 = v_1 - 2R_2 i_1 - R_2 i_2$

$= v_1 - \frac{4}{3}(v_1 - \frac{v_2}{2} - \frac{v_3}{2})$

$- \frac{1}{3}(2v_2 - v_3 - v_1)$

$$\begin{cases} v_1 = R_2 i_1 \\ v_2 = R_2 i_2 \\ v_1 = R_2 i_1 + R_2(i_1 + i_2) + v_3 \end{cases}$$

$i_1 = \frac{v_1}{R_2}$, $i_2 = \frac{v_2}{R_2}$ より、

$v_3 = v_1 - 2R_2 \cdot \frac{v_1}{R_2} - v_2$

$= -v_1 - v_2$

(3) $$\begin{cases} v_3 = v \\ 0 = R_3 i + v_0 \end{cases}$$

$v_0 = -R_3 I_s \exp(\frac{v_3}{V_T})$

(4) (1)より、

$v_2 = -V_T \ln \frac{v_B}{I_s R_1}$

これから、

$v_0 = -R_3 I_s \exp(\frac{v_3}{V_T})$

$= -R_3 I_s \exp(\frac{-v_1 - v_2}{V_T})$

$= -R_3 I_s \exp(\frac{V_T \ln\frac{v_A}{I_s R_1} + V_T \ln\frac{v_B}{I_s R_1}}{V_T})$

$= -R_3 I_s e^{(\ln\frac{v_A}{I_s R_1} + \ln\frac{v_B}{I_s R_1})}$

$= -R_3 I_s \frac{v_A}{I_s R_1}\cdot\frac{v_B}{I_s R_1}$

$= -\frac{R_3 v_A v_B}{R_1^2 I_s}$

問1 (4)

$$\begin{cases} I_1 = I_{B3} + I_2' \\ I_2 = \beta I_{B3} \\ I_2' = \frac{\beta}{2+\beta} I_1' \quad ((2)より) \\ I_1' = (1+\beta) I_{B3} \end{cases}$$

$I_{B1} = I_{B2}$

$I_2 = \beta\cdot\frac{I_1'}{1+\beta}$

$= \frac{\beta}{1+\beta}\cdot\frac{2+\beta}{\beta} I_2'$

$= \frac{2+\beta}{1+\beta} I_2$

$$\begin{cases} I_2' = \beta I_{B1} \\ I_{B1} + I_{B2} + \beta I_{B2} = I_1' \\ I_{B1} = I_{B2} \end{cases}$$

$(2+\beta) I_{B1} = I_1'$

$I_1 = I_{B3} + \frac{\beta}{2+\beta}\cdot(1+\beta) I_{B3}$

$= (1 + \frac{\beta(1+\beta)}{2+\beta}) I_{B3}$

$= \frac{2+2\beta+\beta^2}{2+\beta} I_{B3}$

~~よって、~~

$\frac{I_2}{I_1} = \beta\cdot\frac{2+\beta}{2+2\beta+\beta^2}$

よって、

$I_2 = \beta\cdot\frac{2+\beta}{2+2\beta+\beta^2} I_1$

$= \frac{\beta^2+2\beta}{\beta^2+2\beta+2} I_1$

$\beta = 100$ のとき、

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{10200}{10202} = 0.9998\cdots \approx 1.0$