

金沢大学大学院自然科学研究科		博士前期課程入学試験 問題用紙	
対 象	機械科学専攻, 電子情報科学専攻, 環境デザイン学専攻		
試験科目名	数 学	P. 1 / 1	

2014年8月26日(火) 10:00 - 11:00

- [注意] 1. 問題 [1], [2], [3], [4] のうち, 2題を選択して解答すること.
2. 解答は各題ごとに分けて, 1題を1枚の答案用紙の表に書くこと.

[1] 次の微分方程式を解け.

$$(1) \frac{dy}{dx} = xe^{-x}(y+1)^2 \quad (2) \frac{d^2y}{dx^2} + ay = 0 \quad (a: \text{実数の定数})$$

$$(3) \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = x^2 + x$$

[2] 領域 $V: x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} \leq 1$ とベクトル場 $A = \left(x, y, \frac{z}{4}\right)$ を考える. S を V の境界とする. 次の問いに答えよ.

(1) V の体積を求めよ.

(2) S 上の点 (x, y, z) における外向き単位法線ベクトル n と内積 $A \cdot n$ を求めよ.

(3) 面積分 $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{z^2}{16}} dS$ の値を求めよ.

[3] 複素関数 $f(z) = \frac{\cos z}{\sin z} - \frac{1}{z}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(z)$ の特異点を全て求めよ.

(2) 関数 $f(z)$ の極における留数を求めよ.

(3) 積分

$$\int_{|z|=\frac{5}{2}\pi} f(z) dz$$

の値を求めよ.

[4] 関数 $f(t)$ ($0 \leq t < \infty$) のラプラス変換

$$\mathcal{L}[f(t)](s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$$

について, 次の問いに答えよ. ただし, a は実数の定数とする.

(1) $\mathcal{L}[e^{at}f(t)](s) = \mathcal{L}[f(t)](s-a)$ であることを示せ.

(2) $\mathcal{L}[\cos at](s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$, $\mathcal{L}[\sin at](s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$ であることを示せ.

(3) $\mathcal{L}[f(t)](s) = \frac{2s-3}{s^2+2s+5}$ となる $f(t)$ を求めよ.