

2009
(H21)

金沢大学大学院自然科学研究科 博士前期課程入学試験 問題用紙	
対 象	電子情報工学専攻, 機能機械科学専攻, 人間・機械科学専攻, 社会基盤工学専攻
試験科目名	数 学 P.1 / 1

2009年8月25日(火) 10:00 - 11:00

- [注意] 1. 問題 [1], [2], [3], [4] のうち, 2題を選択して解答すること.
2. 解答は各題ごとに分けて, 1題を1枚の答案用紙の裏に書くこと.

[1] 次の微分方程式を解け.

- (1) $x^2 y' + y^2 = 0$ (2) $y' + xy = x$
(3) $y'' + 2y' + 2y = 0$ (4) $y'' + 2y' + 2y = e^x + 5 \cos x$

[2] 円錐の側面 $S_1: x^2 + y^2 = z^2, 0 \leq z \leq 1$, 円板 $S_2: x^2 + y^2 \leq 1, z = 1$ およびベクトル場

$$u = (x^2 - z, xz^2, xy)$$

を考える. 次の問いに答えよ.

- (1) $\text{rot} u$ および $\text{div}(\text{rot} u)$ を求めよ.
(2) $S_1: x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = r, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ と表せる. 面積分 $\iint_{S_1} (\text{rot} u) \cdot n \, dS$ を求めよ. ここで, S_1 の単位法線ベクトル n の z 成分は負とする.
(3) (2) の状況のもとで, $\iint_{S_1} (\text{rot} u) \cdot n \, dS + \iint_{S_2} (\text{rot} u) \cdot n \, dS$ を求めよ. ここで, S_2 の単位法線ベクトル n の z 成分は正とする.

[3] 複素関数

$$f(z) = \frac{z}{(z+1)^2(z^2+2z+3)}$$

について, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(z)$ の各特異点における留数を求めよ.
(2) 中心 $\sqrt{2}i$, 半径 r の円 $C: |z - \sqrt{2}i| = r$ に対して, 次のそれぞれの場合に $\int_C f(z) \, dz$ の値を求めよ. ただし, i は虚数単位である.
(a) $0 < r < 1$ (b) $1 < r < \sqrt{3}$ (c) $\sqrt{3} < r < 3$ (d) $3 < r$

[4] $f(x)$ は周期 2π の周期関数で

$$f(x) = x \sin x \quad (-\pi \leq x < \pi)$$

で定められている. $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ. ただし,

- $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
- $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
- $-2 \sin A \sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B)$

である.