H24

問1

(1)

(i) $0 \leqq r \leqq a$

閉曲面内部に電荷は存在しないので

$$E_{1(r)} = 0 \quad [V/m]$$

(ii) $a \leqq r \leqq 2a$

$$\int E_{2(r)} dr = \frac{Q}{\varepsilon_{(r)}}$$

$$E_{2(r)} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_{(r)}} = \frac{Q}{4\pi r \varepsilon_0 a} \quad [V/m]$$

(iii) $2a \leqq r \leqq 3a$

$$\int E_{3(r)} dr = \frac{Q-Q}{\varepsilon_0} = 0$$

$$E_{3(r)} = 0 \quad [V/m]$$

(2)

(i) $2a \leqq r < 3a$

接地されているから 0

$$\phi_{3(r)} = -\int_{\infty}^{3a} E_{(r)} dr - \int_{3a}^{r} E_{3(r)} dr$$

$$= 0 + 0 = 0 \quad [V]$$

(ii) $a \leqq r \leqq 2a$

$$\phi_{2(r)} = \phi_{3(2a)} - \int_{2a}^{r} E_{2(r)} dr$$

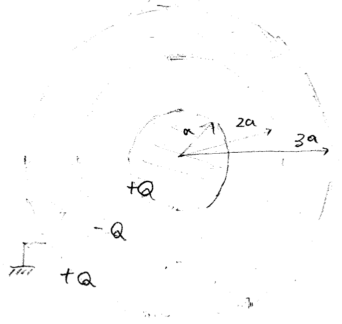
$$= 0 + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\Big[\log r\Big]_r^{2a}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\log\frac{2a}{r} \quad [V]$$

(iii) $0 \leqq r \leqq a$

$$\phi_{1(r)} = \phi_{2(a)} - \int_{a}^{r} E_{1(r)} dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\log 2 \quad [V]$$



(3) $Q = CV$ より

$$C = \frac{Q}{V}$$

V は A と B の間の電位差 $\rightarrow \phi_{2(a)}$

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 a}{\log 2} \quad [F]$$

(4)

単位面積当たりのエネルギー密度は

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ で表わされる

$\varepsilon_0 \leftarrow \varepsilon_{(r)}$

$$w_e = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 a}{r} E_{2(r)}^2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 a}{r}\left(\frac{Q}{4\pi r\varepsilon_0 a}\right)^2$$

$$= \frac{Q}{32\pi^2\varepsilon_0 a r^3} \quad [J/m^2]$$

導体間領域の全静電エネルギーは

$$U = \int_V w_e \, dV$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

$$U = \int_a^{2a} \frac{Q}{32\pi^2\varepsilon_0 a r^3} 4\pi r^2 \, dr$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}\log 2 \quad [J]$$

$U = \frac{1}{2}CV^2$ でも求められる

$V \leftarrow \phi_{2(a)}$