

金沢大学大学院自然科学研究科		博士前期課程入学試験	問題用紙
対 象	機械科学専攻, 電子情報科学専攻, 環境デザイン学専攻		
試験科目名	数 学	P. 1	/ 1

2016 年 8 月 23 日 (火) 10:00 - 11:00

- [注意] 1. 問題 [1], [2], [3], [4] のうち, 2 題を選択して解答すること.
2. 解答は各題ごとに分けて, 1 題を 1 枚の答案用紙の表に書くこと.

[1] 次の微分方程式を解け.

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = -\frac{\sin 2x}{x}y^2 \qquad (2) \quad \frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = \frac{x}{2}$$

$$(3) \quad \frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 10y = \sin x$$

[2] ベクトル場 $A = (x^2z, yz, z^2)$ と曲面 $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \leq 1$ と曲面 $S_2 : x^2 + y^2 \leq 3, z = 1$ を考える. n を閉曲面 $S = S_1 \cup S_2$ の外向き単位法線ベクトルとする. 次の問いに答えよ.

- (1) $\operatorname{div} A$ を求めよ.
- (2) $\iint_{S_2} A \cdot n \, dS$ の値を求めよ.
- (3) $\iint_{S_1} A \cdot n \, dS$ の値を求めよ.

[3] 次の問いに答えよ.

- (1) 積分 $\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{3 - 2 \cos \theta} \, d\theta$ の値を求めよ.
- (2) 積分 $\int_C \frac{\sin z}{z^n} \, dz$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.

ただし, C は複素平面上の正の向きを持つ原点 O を含む単一閉曲線である.

[4] 次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $F(s)$ に対するラプラス逆変換 $f(t)$ を $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ で表すとき, $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s(s^2+1)}\right]$ と $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+s+1}\right]$ を求めよ.

(2) 次の方程式の初期値問題

$$\frac{d}{dt}x(t) - x(t) * e^{-t} = 1, \quad x(0) = 1$$

をラプラス変換を用いて解け. ただし, $f(t) * g(t) = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau) \, d\tau$ は関数 $f(t), g(t)$ の合成積とする.