

Algorytmy i struktury danych

Lista zadań 8

Zadanie 1

- (a) Czym różni się haszowanie łańcuchowe od otwartego?

W przypadku haszowania łańcuchowego elementy przechowywane są na liście związanej z danym indeksem tablicy. Natomiast w haszowaniu otwartym elementy przechowywane są bezpośrednio w tablicy, a w przypadku kolizji są umieszczane w innych komórkach tablicy.

- (b) Czym różnią się dwie wersje haszowania otwartego: haszowanie liniowe i haszowanie podwójne?

W przypadku haszowania liniowego, gdy wystąpi kolizja, element jest umieszczany w następnej wolnej komórce tablicy. Natomiast w przypadku haszowania podwójnego, gdy wystąpi kolizja, element jest umieszczany w komórce określonej przez drugą funkcję haszującą.

- (c) Dla tablicy z haszowaniem podwójnym o rozmiarze $m = 11$ i funkcjach haszujących: $h_1(x) = x \bmod 11$ oraz $h_2(x) = x \bmod 10 + 1$ wyznacz ciąg kontrolny dla liczby 23. Jak wyglądałby ten ciąg w przypadku haszowania liniowego?

haszowanie podwójne	haszowanie liniowe
1, 5, 9, 2, 6, 10, 3, 7, 0, 4, 8	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 0

Zadanie 2

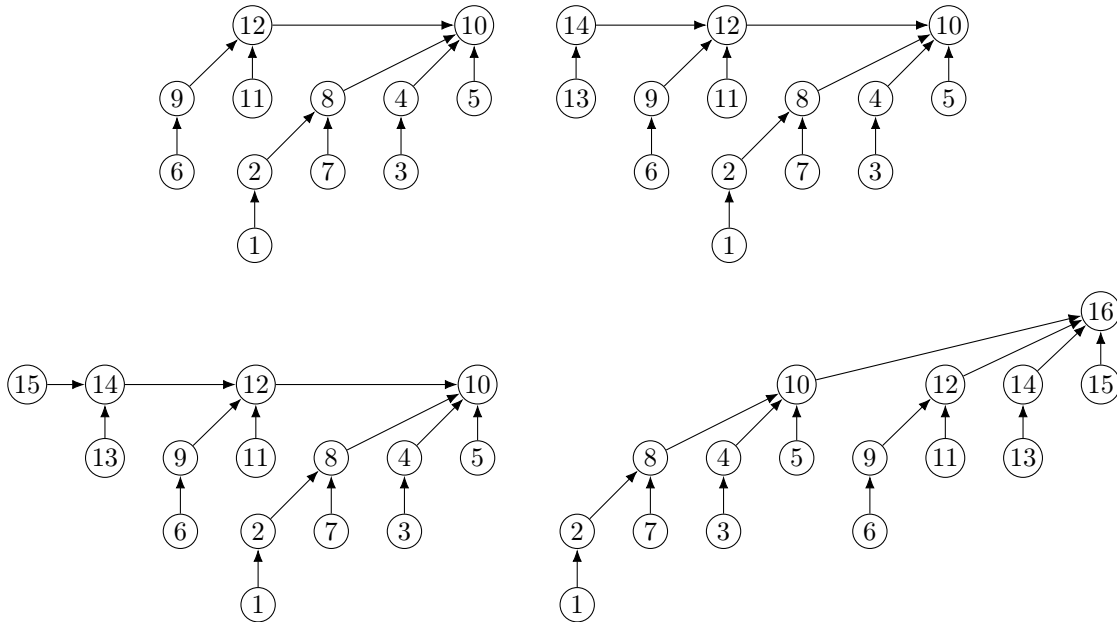
(2pkt) Porównaj jaka będzie łączna liczba kolizji, gdy do tablicy z poprzedniego zadania wstawimy kolejno liczby: 22, 66, 44, 23, 35, używając: (a) haszowania liniowego, (b) haszowania dwukrotnego, (c) haszowania łańcuchowego.

Następnie w każdym z wariantów sprawdź, jaka będzie łączna liczba porównań kluczy, gdy w gotowej tablicy wywołamy kolejno procedurę FIND (a) dla każdego elementu obecnego w tablicy, (b) dla elementów: 24 i 34, których nie ma w tablicy.

Metoda	Liczba kolizji	Liczba porównań (a)	Liczba porównań (b)
haszowanie liniowe	7	12	7
haszowanie podwójne	2	7	4
haszowanie łańcuchowe	2	8	2

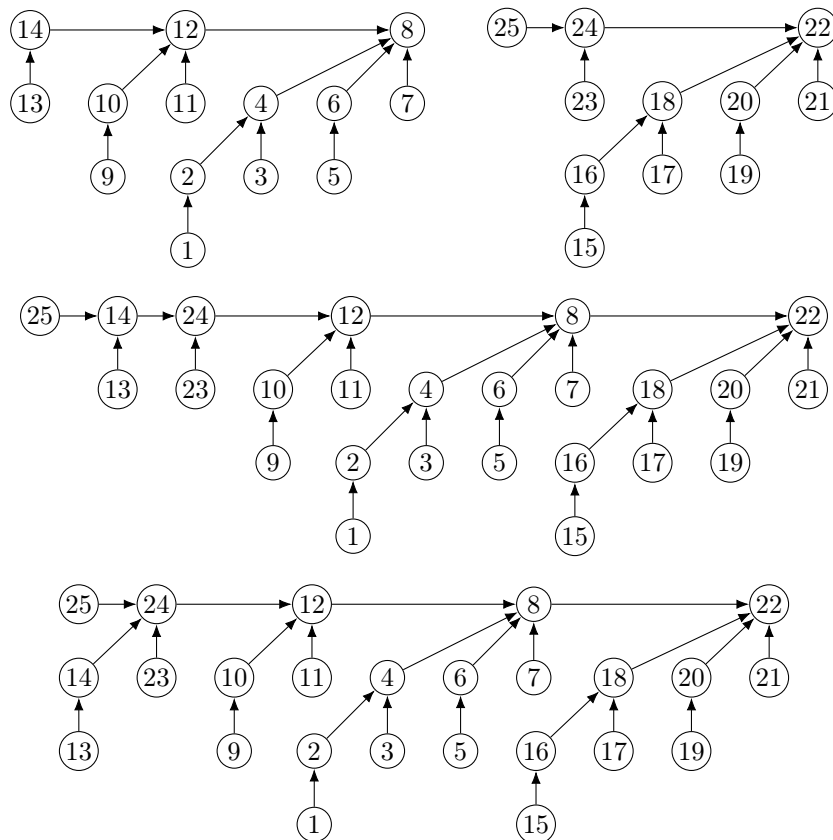
Zadanie 3

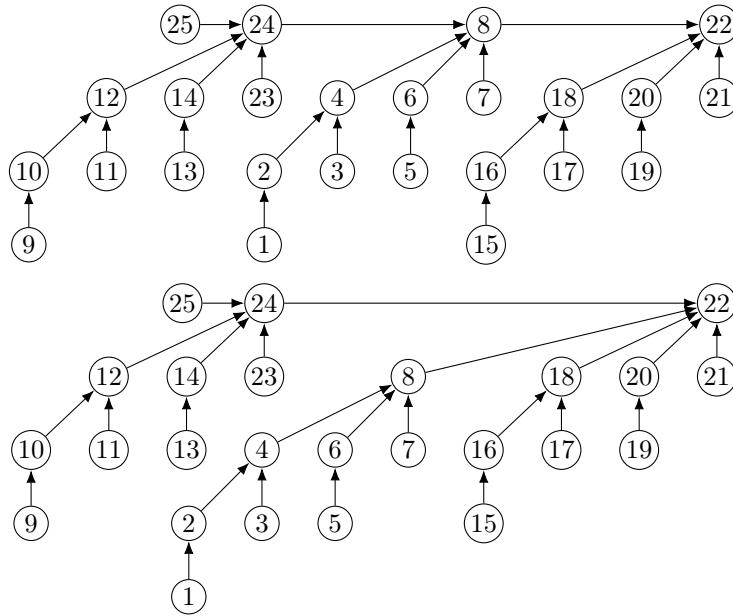
Narysuj przykładowe kopce dwumianowe o 12, 14, 15 i 16 węzłach. Na rysunku uwzględnij wartości kluczy oraz stopnie węzłów. W kopcu 12-elementowym zaznacz dodatkowo strzałki (najlepiej w różnych kolorach) przedstawiające wskaźniki na ojca, syna i brata.



Zadanie 4

Zilustruj działanie operacji UNION łączącej kopiec dwumianowy o 14 węzłach z kopcem dwumianowym o 11 węzłach. Przyjmij dowolne wartości kluczy spełniające warunek kopca.





Zadanie 5

Udowodnij, że:

- (a) drzewo dwumianowe rzędu n ma 2^n węzłów.

$$B_{k-1} + B_{k-1} = B_k$$

$$2^{k-1} + 2^{k-1} = 2 \cdot 2^{k-1} = 2^k$$

- (b) na k -tym poziomie drzewa dwumianowego rzędu n znajduje się dokładnie $\binom{n}{k}$ węzłów.

$N(k, i) \Rightarrow$ ilość węzłów w drzewie rzędu k na poziomie i

$$N(0, 0) \Rightarrow \binom{0}{0} = 1$$

$$N(k+1, i) = N(k, i) + N(k, i-1)$$

$$\binom{k+1}{i} = \binom{k}{i} + \binom{k}{i-1} =$$

$$= \frac{k!}{i!(k-i)!} + \frac{k!}{(i-1)!(k-i+1)!} = \frac{k!(k-i+1)}{i!(k-i+1)!} + \frac{k!i}{i!(k-i+1)!} =$$

$$\frac{k!(k-i+1+i)}{i!(k-i+1)!} = \frac{(k+1)!}{i!(k+1-i)!} = \binom{k+1}{i}$$

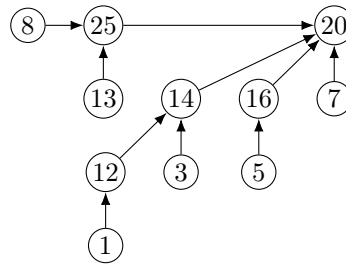
Zadanie 6

Napisz funkcję `int ile_drzew_w_kopcu(int n)` wyliczającą ile jest drzew dwumianowych w kopcu dwumianowym zawierającym n kluczy.

```
int ile_drzew_w_kopcu(int n)
{
    int i = 0;
    while (n > 0)
    {
        if (n % 2 == 1) ++i;
        n /= 2;
    }
    return i;
}
```

Zadanie 7

(a) Do pustego kopca dwumianowego wstaw (INSERT) kolejno: 1, 12, 3, 14, 5, 16, 7, 20, 25, 13, 8



(b) Dla otrzymanego kopca dwukrotnie wykonaj operację GETMAX.

