# Algorytmy i struktury danych

Dana jest struktura danych będąca węzłem drzewa BST

```
struct node {
    int key;
    node* left;
    node* right;
    node(int k, node* l, node* r) : key(k), left(l), right(r) {}
};
```

## Zadanie 1

Zapisz warunki jakie muszą spełniać klucze drzewa BST. Klucze w lewym poddrzewie są mniejsze od klucza węzła, natomiast w prawym poddrzewie są większe lub równe.

## Zadanie 2

Napisz procedurę `node* find(node* tree, int x)`, która zwraca wskaźnik na węzeł zawierający x, lub NULL, jeśli nie ma takiego węzła.

```
node* find(node* tree, int x) {
    if (tree == nullptr) return nullptr;
    if (tree->key == x) return tree;
    if (tree->key > x) return find(tree->left, x);
    return find(tree->right, x);
}
```

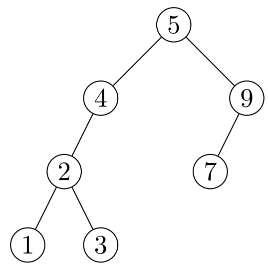
## Zadanie 3

Napisz procedurę `void insert(node*& tree, int x)` (dodaje do drzewa tree klucz x).

```
void insert(node*& tree, int x) {
    if (tree == nullptr) {
        tree = new node(x, nullptr, nullptr);
        return;
    }
    if (tree->key > x) insert(tree->left, x);
    else insert(tree->right, x);
}
```

## Zadanie 4

Drzewo BST o różnych kluczach można odtworzyć z listy par kluczWezła:kluczOjca. (a) Narysuj drzewo BST reprezentowane przez listę par: 1:2, 2:4, 3:2, 4:5, 6:7, 7:9, 8:7, 9:5. (b) wypisz jego klucze w porządku: INORDER, (c) PREORDER, (d) POSTORDER




(b) 1234567

(c) 5421397

(d) 1324795

## Zadanie 5

Napisz procedurę `void wypisz(node *tree, int order=0)`, która wypisuje klucze drzewa tree w porządku inorder gdy order=0, preorder gdy order=1, postorder gdy order=2.

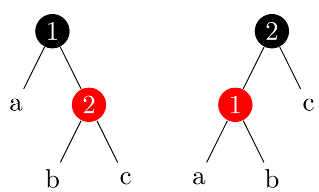
```
void wypisz(node *tree, int order = 0) {
    if (tree == nullptr) return;
    if (order == 1) std::cout << tree->key;
    wypisz(tree->left, order);
    if (order == 0) std::cout << tree->key;
    wypisz(tree->right, order);
    if (order == 2) std::cout << tree->key;
}
```

## Zadanie 6

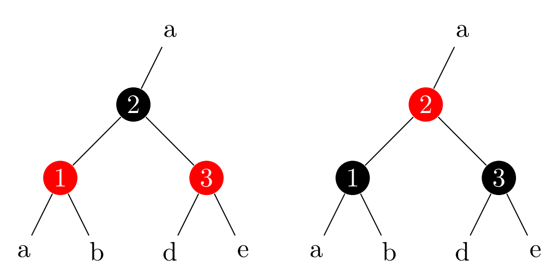
Jakie informacje przechowujemy w węźle drzewa czerwono-czarnego? Podaj definicję drzewa czerwono czarnego. Zadeklaruj strukturę RBnode tak, by dziedziczyła z node. Czy można dla niej użyć funkcji napisanych w zadaniach 2, 3 i 5?

## Zadanie 7

Uzasadnij posługując się rysunkiem i opisem, że operacje na drzewie czerwono-czarnym (rotacja i przekolorowanie) nie zmieniają ilości czarnych węzłów, na żadnej ścieżce od korzenia do liścia




Po wykonaniu rotacji liczba czarnych węzłów na ścieżce nie ulega zmianie, a rotowane węzły wymieniają się piętrami i kolorami.




Kolory czarne z ścieżek wychodzących zostają wypchnięte do węzła nadrzędnego.

## Zadanie 8

W poniższym drzewie czerwono-czarnym (czarne węzły oznaczono nawiasem kwadratowym), usuń 1, dodaj do wyściowego 10:

## Zadanie 9

Jakie informacje przechowujemy w węźle B-drzewa? Podaj definicję B-drzewa

## Zadanie 10

Narysuj B-drzewo o t = 3 zawierające dokładnie 17 kluczy na trzech poziomach: korzeń jego dzieci i wnuki. Następnie usuń z tego drzewa korzeń.

## Zadanie 11

Podano na rysunku B-drzewo o $t = 2$:

## Zadanie 12

W B-drzewie o t = 10:

(a) ile kluczy może zawierać korzeń (podaj przedział),
Korzeń zawiera od 1 do 19 kluczy. (max $2t - 1$)

(b) ile dzieci może mieć korzeń (podaj przedział),
Korzeń może mieć od 2 do 20 dzieci. (min $t$ max $2t$)

(c) ile kluczy może mieć potomek korzenia (podaj przedział),
Potomek korzenia może mieć od 9 do 19 kluczy. (min $t - 1$ max $2t - 1$)

(d) ile dzieci może mieć potomek korzenia (podaj przedział),
Potomek korzenia może mieć od 10 do 20 dzieci. (min $t$ max $2t$)

(e) ile maksymalnie węzłów może być na $k$-tym poziomie (przyjmując, że korzeń to poziom 0)
Na k-tym poziomie może być maksymalnie $(2t)^k$ węzłów.

(f) ile łącznie kluczy może być na $k$-tym poziomie (podaj przedział).
Nie licząc korzenia dla którego minimum to 1 klicz to na k-tym poziomie może być od $2(t - 1)t^{k-1}$ do $(2t - 1)(2t)^k$ kluczy. (min $(2min)t^{k-1}$ max $(max)t^k$