

Algorytmy i struktury danych

Lista zadań 5

Zadanie 1

Jakie informacje przechowujemy w węźle drzewa czerwono-czarnego? Zadeklaruj strukturę **RBTnode** tak, by dziedziczyła z **BSTnode**. Podaj definicję drzewa czerwono czarnego.

```
struct NodeBST
{
    int32_t value;
    NodeBST* left;
    NodeBST* right;
};

struct NodeRBT : public NodeBST
{
    bool isBlack;
};
```

Drzewo czerwono-czarne musi przestrzegać następujące wymagania:

1. Każdy węzeł jest albo czerwony albo czarny.
2. Korzeń jest czarny.
3. Każdy liść (również nullptr) jest czarny.
4. Czerwony węzeł ma czarne dzieci.
5. Każda ścieżka od korzenia do liścia ma tę samą liczbę czarnych węzłów.

Zadanie 2

- (a) Jaka może być minimalna, a jaka maksymalna ilość kluczy w drzewie czerwono-czarnym o ustalonej czarnej wysokości równej h_B ?

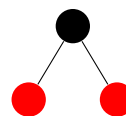
$$\begin{aligned}\min &= 2^{h_B-1} - 1 \\ \max &= 2^{2(h_B-1)} - 1\end{aligned}$$

- (b) Znajdź maksymalną i minimalną wartość stosunku ilości węzłów czerwonych do czarnych w drzewie czerwono-czarnym.

min = 0/1



max = 2/1

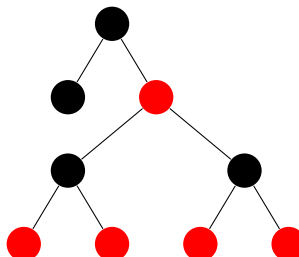


Zadanie 3

Uzasadnij posługując się rysunkiem i opisem, że operacje wykonywane w trakcie wstawiania do drzewa czerwono-czarnego (rotacja i przekolorowanie) nie zmieniają ilości czarnych węzłów, na żadnej ścieżce od korzenia do liścia.

Zadanie 4

- (a) Narysuj poprawne drzewo czerwono-czarne w którym na lewo od korzenia jest 1 węzeł a na prawo 7 węzłów.



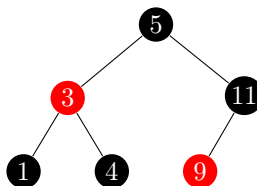
- (b) Czy istnieje poprawne drzewo czerwono-czarne, w którym na lewo od korzenia będzie 100 razy mniej węzłów niż na prawo od korzenia?

$$100(2^{h_B-1} - 1) < 2^{2(h_B-1)} - 1$$

H_b	min	max
2	0	1
3	1	7
4	3	31
5	7	127
6	15	511
7	31	2047
8	63	8191

Zadanie 5

W poniższym drzewie czerwono-czarnym:



- wstaw do niego 10.
- usuń z wyjściowego drzewa 1.

Zadanie 6

(3 pkt.) Do pustego drzewa czerwono-czarnego wstaw kolejno 20 przypadkowych kluczy. Następnie usuń je w tej samej kolejności w jakiej wstawiałeś. Przepadkowymi kluczami są kolejne litery Twojego nazwiska, imienia i adresu. Zadanie wykonujemy na kartce (lub w pliku) i oddajemy prowadzącemu. Zadanie jest obowiązkowe.

Zadanie 7

Analizując kod programu `RBT.h` udowodnij, że w trakcie wstawiania do drzewa czerwono-czarnego wykonają się co najwyżej dwie rotacje. Czy tak samo jest w przypadku usuwania?

Zadanie 8

Uzasadnij, że rozmiar stosu ($n = 100$) przyjęty w procedurach `insert` i `remove` w pliku `RBnpnr.h` nigdy nie okaże się za mały.