

Algorytmy i struktury danych

Lista zadań 5

Zadanie 1

Jakie informacje przechowujemy w węźle drzewa czerwono-czarnego? Zadeklaruj strukturę `RBTnode` tak, by dziedziczyła z `BSTnode`. Podaj definicję drzewa czerwono czarnego.

```
struct NodeBST
{
    int32_t value;
    NodeBST* left;
    NodeBST* right;
};

struct NodeRBT : public NodeBST
{
    bool isBlack;
};
```

Drzewo czerwono-czarne musi przestrzegać następujące wymagania:

1. Każdy węzeł jest albo czerwony albo czarny.
2. Korzeń jest czarny.
3. Każdy liść (również `nullptr`) jest czarny.
4. Czerwony węzeł ma czarne dzieci.
5. Każda ścieżka od korzenia do liścia ma tę samą liczbę czarnych węzłów.

Zadanie 2

- (a) Jaka może być minimalna, a jaka maksymalna ilość kluczy w drzewie czerwono-czarnym o ustalonej czarnej wysokości równej h_B ?

$$\begin{aligned}\min &= 2^{h_B-1} - 1 \\ \max &= 2^{2(h_B-1)} - 1\end{aligned}$$

- (b) Znajdź maksymalną i minimalną wartość stosunku ilości węzłów czerwonych do czarnych w drzewie czerwono-czarnym.

Zadanie 3

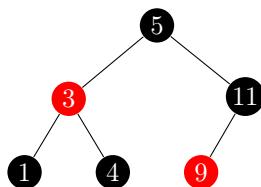
Uzasadnij posługując się rysunkiem i opisem, że operacje wykonywane w trakcie wstawiania do drzewa czerwono-czarnego (rotacja i przekolorowanie) nie zmieniają ilości czarnych węzłów, na żadnej ścieżce od korzenia do liścia.

Zadanie 4

- (a) Narysuj poprawne drzewo czerwono-czarne w którym na lewo od korzenia jest 1 węzeł a na prawo 7 węzłów.
- (b) Czy istnieje poprawne drzewo czerwono-czarne, w którym na lewo od korzenia będzie 100 razy mniej węzłów niż na prawo od korzenia?

Zadanie 5

W poniższym drzewie czerwono-czarnym:



- wstaw do niego 10.
- usuń z wyjściowego drzewa 1.

Zadanie 6

(3 pkt.) Do pustego drzewa czerwono-czarnego wstaw kolejno 20 przypadkowych kluczy. Następnie usuń je w tej samej kolejności w jakiej wstawiałeś. Przypadkowymi kluczami są kolejne litery Twojego nazwiska, imienia i adresu. Zadanie wykonujemy na kartce (lub w pliku) i oddajemy prowadzącemu. Zadanie jest obowiązkowe.

Zadanie 7

Analizując kod programu `RBT.h` udowodnij, że w trakcie wstawiania do drzewa czerwono-czarnego wykonają się co najwyżej dwie rotacje. Czy tak samo jest w przypadku usuwania?

Zadanie 8

Uzasadnij, że rozmiar stosu ($n = 100$) przyjęty w procedurach `insert` i `remove` w pliku `RBnpnr.h` nigdy nie okaże się za mały.