

# Algorytmy i struktury danych

## Lista zadań 4

### Zadanie 1

Skorzystaj z metody rekurencji uniwersalnej i podaj dokładne asymptotyczne oszacowania dla następujących rekurencji:

(a)  $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n} = \Theta(n^{1/2} \log n)$ ,  $n^{1/2} = \Theta(n^{\log_4 2})$

(b)  $T(n) = 3T(n/4) + n = \Theta(n)$ ,  $n = \Omega(n^{\log_4 3})$

(c)  $T(n) = 8T(n/4) + n\sqrt{n} = \Theta(n^{3/2} \log n)$ ,  $n^{3/2} = \Theta(n^{\log_4 8})$

(d)

$$T(n) = 2T\left(n^{\frac{1}{2}}\right) + 1$$

$$m = \log n, U(m) = T(e^m) = T(e^{\log n}) = T(n)$$

$$U(m) = 2T\left(e^{\log n^{\frac{1}{2}}}\right) + 1 = 2T\left(e^{\frac{1}{2} \log n}\right) + 1 = 2U\left(\frac{m}{2}\right) + 1$$

$$U(m) = \Theta(m), 1 = O\left(m^{\log_2 2 - \epsilon}\right) \text{ dla } \epsilon \leq 1$$

$$T(n) = U(m) = U(\log n) = \Theta(m) = \Theta(\log n)$$

### Zadanie 2

Czas działania algorytmu  $A$  opisany jest przez rekurencję  $T(n) = 7T(n/2) + n^2$ . Algorytm konkurencyjny  $A'$  ma czas działania  $T'(n) = aT'(n/4) + n^2$ . Jaka jest największa liczba całkowita  $a$ , przy której  $A'$  jest asymptotycznie szybszy niż  $A$ ?