

基于 MATLAB 的布尔莎模型七参数解算实现

朱小美 张官进 朱 楠
(安徽理工大学测绘学院, 淮南 232001)

[摘 要] 基于西安 80 坐标系与 2000 国家坐标系的转换关系, 根据布尔莎模型, 给出了应用 MATLAB 编程七参数的计算程序, 实现了 2000 国家坐标系与西安 80 坐标系转换的自动化解算, 并用实例对解算出的参数进行了精度评定和分析。

[关键词] 坐标转换 布尔莎模型 七参数 MATLAB

[中图分类号] P226+3 [文献标识码] B [文章编号] 1007-3000(2015)05-5

1 引言

随着坐标系的更新、精化及统一标准化发展, 从 2008 年 7 月 1 日起我国正式启用 2000 国家大地坐标系作为国家法定坐标系。西安 80 坐标系是我国经典大地测量成果的归算和应用, 而基于此坐标系的各种坐标成果将随之需要转换到 2000 国家大地坐标系, 因此坐标转换的工作量在大幅度增加。MATLAB 对于数学运算特别是矩阵运算, 非常高效^[1], 而文件批量坐标转换又涉及极为复杂的数据计算, 若是手动计算效率势必极低且精度得不到保障, 为了提高成果质量, 减少存在的误差问题, 求得最可靠的转换值, 本文利用 MATLAB 设计并编写程序实现了西安 80 坐标系与 2000 国家大地坐标系间的布尔莎模型七参数的自动化解算软件。最终通过实例进行

验证, 实现坐标转换, 精度符合要求, 结果可靠。

2 两坐标系间的转换原理

2000 国家坐标系是由 2000 国家 GPS 大地控制网和 2000 国家重力基本网及利用常规测量技术建立的国家天文大地网联合平差才获得的三维地心坐标系^[2], 西安 80 坐标系属于参心坐标系。研究两者的相互转换, 归根结底就是研究参心坐标系与地心坐标系之间的坐标转换。尽管参心坐标系和地心坐标系的参考椭球体、定位定向技术也不尽相同, 但共性即均可转换成空间直角坐标系, 因此该两种坐标系转换的实质就是不同空间直角坐标系间的转换, 其中最关键的便是确定转换参数及其数学模型。两坐标系采用的几何参数对比见表 1。

表 1 西安 80 与国家 2000 坐标系几何参数对比

参数	西安 80 坐标系	国家 2000 坐标系
长半径 a	6378140m	6378137m
短半径 b	6356755m	6356755m
扁率 f	1/298.26	1/298.257222101
第一偏心率 e	0.081819221	0.081819191
第二偏心率 e'	0.082094469	0.082094438
计算赤道至纬度 φ 的子午线弧长 s 的系数	A 111133.0046m	111132.9525m
	B -16038.528m	-16038.5068m
	C 16.833m	16.8326m
	D -0.022m	-0.022m
	E 0.00003m	0.00003m

[收稿日期] 2015-04-02

[作者简介] 朱小美(1992—)女, 汉族, 安徽安庆人, 在读硕士研究生, 研究方向为矿山变形监测。

2.1 同一基准下坐标间相互转换

1. 大地坐标 (B, L, H) 转换为空间直角坐标 (X, Y, Z)

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L \\ Z &= [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{aligned} \quad (1)$$

式中, N 为该点卯西圈曲率半径 ($N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$), $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$, a 表示该大地坐标系所对应的椭圆长半径, e 表示第一偏心率。

2. 空间直角坐标系 (X, Y, Z) 转换为大地坐标系 (B, L, H)

$$\begin{aligned} L &= \arctan \frac{Y}{X} \\ B &= \arctan \left[\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left(1 - \frac{e^2 N}{(N + H)} \right)^{-1} \right] \\ H &= \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B} - N \end{aligned} \quad (2)$$

此时可采用迭代法进行解算。迭代至相邻两次所求的 B, H 之差小于某一要求的限值为止, 当要求 H 的计算精度是 $0.001m$, B 的精度是 0.00001° 时, 一般迭代 4 次左右。

2.2 不同基准下坐标系相互转换

不同空间直角坐标系间的转模型主要有布尔莎模型、莫洛斯基模型和武测模型等^[3]。三者形式上略有差异, 但就转换成果和精度来说, 却都是等价的, 均有三个平移参数、三个旋转参数和一个尺度参数, 统称为七参数模型^[4]。本文主要研究布尔莎模型七参数的自动化解算。

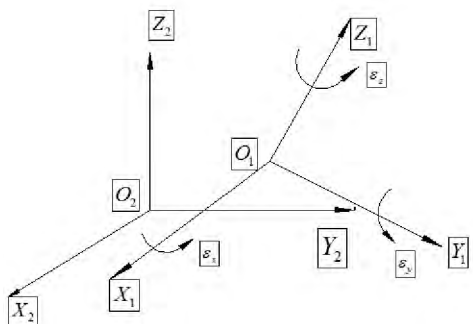


图 1 七参数模型

相应的坐标转换公式为:

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = (1 + m) \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_Z & -\epsilon_Y \\ -\epsilon_Z & 1 & \epsilon_X \\ \epsilon_Y & -\epsilon_X & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 X_0, Y_0, Z_0 为三个平移参数; $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z$ 为三个旋转参数; m 为尺度变化参数。为求出这 7 个参数, 至少需要 3 个以上公共点, 就可以按照最小二乘法求出七个参数的最或然值^[5]。将 $a_1 = m + 1, a_2 = a_1 \epsilon_X, a_3 = a_1 \epsilon_Y, a_4 = a_1 \epsilon_Z$ 代入上式:

令

$$\begin{bmatrix} V_{X_2} \\ V_{Y_2} \\ V_{Z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}_{\text{已知值}} - \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}_{\text{转换值}} \quad (4)$$

可得到如下误差方程:

$$\begin{bmatrix} V_{X_2} \\ V_{Y_2} \\ V_{Z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}_{\text{已知值}} - \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}_{\text{转换值}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_1 & 0 & -Z_1 & Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & Y_1 & Z_1 & 0 & -X_1 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 & -Y_1 & X_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

将其改写成矩阵形式则为: $V = B \cdot \delta X + L$, 我们可以按照最小二乘法原则即 $V^T P V = \min$, 列出法方程: $B^T P B \delta X + B^T P L = 0$ 可得其解为: $\delta X = -(B^T P B)^{-1} B^T P L$ 。

进一步可求出:

$$m = a_1 - 1, \epsilon_X = \frac{a_2}{a_1}, \epsilon_Y = \frac{a_3}{a_1}, \epsilon_Z = \frac{a_4}{a_1} \quad (6)$$

由于各公共点的坐标存在误差因素, 因此我们所求的转换参数也存在着影响, 为求得准确度高的坐标转换参数, 应选择一定数量有大范围覆盖面且分布均匀、精度较高的公共点^[6]。在实际转换过程中, 如果利用三个以上的公共点其求出的转换参数, 可采用配置的方法即将公共点坐标转换值经过改正为已知值, 对其他非公共点的坐标转换值也进行相应改正, 方法如下:

(1) 计算公共点坐标转换值的改正数 $V = \text{已知值} - \text{转换值}$, 公共点坐标使用已知值。

(2) 采用配置法进行非公共点坐标转换值改

正数的计算。

$$V' = \frac{\sum_{i=1}^n P_i V_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (7)$$

上式中 n 为公共点的个数, P 为权重, 可以根据公共点与非公共点的距离 (S_i) 来进行定权。

$$(P_i = \frac{1}{S_i^2})$$

3 基于 MATLAB 的坐标转换模型算法及实现

对于我们测绘工程专业来说工作量最多的就是计算量大, 计算能力要求比较高, 因此需要数学测绘高级运算软件。Matlab 作为多功能的数学应用型软件, 具有无比强大的矩阵运算能力和极其丰富的函数语言^[1], 大大地满足了这项需求, 本文通过编写程序来读取大量坐标数据, 再结合转换模型按照最小二乘原理, 利用矩阵运算功能计算出我们需要的转换模型参数, 最终将参数代入选择的转换模型公式中实现坐标转换。

3.1 文件读取

进行坐标转换时首先要进行坐标文件的读取, 包括公共文件的读取和非公共点 (即要转换的坐标文件) 的读取。

编程思路: 首先建立 *.txt 或 *.dat 文件,

点号、X、Y、Z 之间用空格隔开, 用 uigetfile 打开坐标文件, 将路径、文件名赋给变量; 定义句柄、计数器、空矩阵; 用 while (~feof(fm)) 循环读文件, 用 fscanf 读取数据的方式读取每一组数据, 读取完一行后将此行放入已定义的空矩阵的末行中, 读取完毕, 关闭文件。

文件读取程序:

文件读取代码如下:

[F,L]=uigetfile('*.txt;*.dat','请选择坐标系的坐标文件:')

fna1=strcat(P,L); %将路径和文件名赋给变量 fna1

fpath=P; %将文件名赋给变量 fpath

fm=fopen(fna1,'r'); %打开文件

nn=0;pt=[]; %定义变量

while (~feof(fm)) %循环体 while

nn=nn+1;

survey(nn).qdm=fscanf(fm,'%s',1); %

survey(nn)为为结构体, 用 fscanf 方式读取一组字符型数据存入 survey(nn).qdm

3.2 转换软件框架设计

西安 80 坐标系通过三维转换为国家 2000 坐标系, 其流程图见图 2。

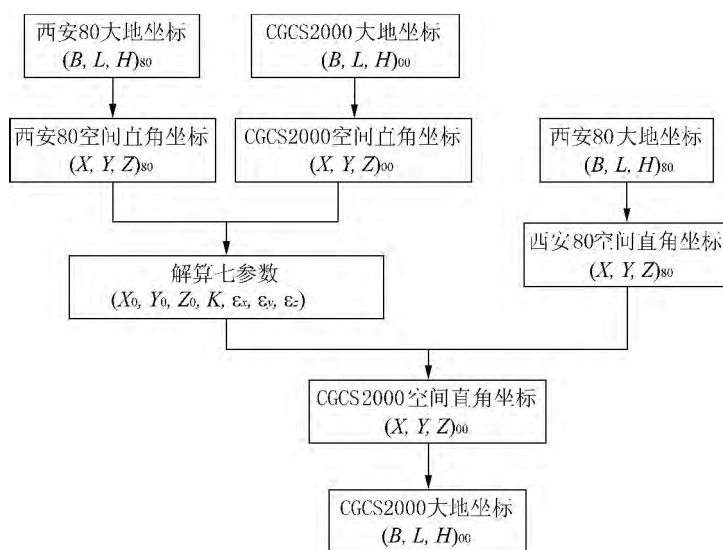


图 2 西安 80 与国家 2000 坐标转换流程图

3.2.1 布尔莎模型七参数解算

(1) 确定当地中央子午线, 顾及水准高 H 后将西安 80 坐标 $(B, L, H)_{80}$, 根据 1975 年国际椭

球参数转换成空间直角坐标。

(2) 根据 2000 参考椭球参数, 将国家 2000 坐标系下已知点的大地坐标换算成三维空间直角

坐标。

(3)将国家 2000 坐标系和西安 80 坐标系下的公共已知点空间直角坐标根据式(3)列出方程,进而求出这七个转换参数的最优解即最小二乘解^[7]。

七参数解算代码如下:

```
X1=X(:,1);Y1=X(:,2);Z1=X(:,3);X2=X(:,4);Y2=X(:,5);Z2=X(:,6);
N=size(X1);n=N(1);B=zeros(3*n,7);
for i=1:n
    %V(3*i:3*(i+1),1)=[VX2(i) VY2(i) VZ2(i)];
    B((3*i-2):3*i,1:7)=-[1 0 0 X1(i) 0 0 -Z1(i) Y1(i) Z1(i) 0 -X1(i) 0 0 1 Z1(i) -Y1(i) X1(i) 0];
    %dX=[dX0 dX0 dX0 a1 a2 a3 a4];
    L(3*i-2:3*i,1)=[X2(i) Y2(i) Z2(i)];
```

3.2.2 西安 80 大地坐标向国家 2000 大地坐标的转换

(1)将待转点的西安 80 大地坐标全部转换为西安 80 大地坐标中的空间直角坐标。

(2)利用七参数模型公式将西安 80 坐标系下所有待转点的空间直角坐标换算到国家 2000 坐标系下的空间直角坐标^[8]。

(3)根据 2000 参考椭球参数,将上一步骤中得到的国家 2000 坐标系下的空间直角坐标转换成大地坐标。

空间直角坐标与大地坐标转换代码如下:

```
B=BB(:,1);L=BB(:,2);H=BB(:,3);%
将输入数据分配给变量
b=a*(1-BL);
e=sqrt(a^2-b^2)/a;
B=d2r(B);L=d2r(L);N=a./sqrt(1-sin
```

```
(B).^2.*e^2);
```

```
X=(N+H). * cos(B). * cos(L);Y=(N+H). * cos(B). * sin(L);Z=(N. * (1-e^2)+H). * sin(B);
```

大地坐标转换为空间直角坐标转换代码如下:

```
for i=1:size(XYZ,1)
    X=XYZ(i,1);Y=XYZ(i,2);Z=XYZ(i,3);%将输入数据分配给变量
    L=atan(Y/X);%求大地经度
    if L<0
        L=L+pi;
    end
    B(1)=atan((Z/sqrt(X^2+Y^2))*(1+e^2));
    for i=1:4%迭代求大地纬度 B(i+1)=atan((1/sqrt(X^2+Y^2))*(Z+(a*e^2*tan(B(i))/(sqrt(1+(1-e^2)*tan(B(i)))))));
    end
    Bn=B(i+1);H=sqrt(X^2+Y^2)*cos(Bn)+Z*sin(Bn)-a/sqrt(1-sin(Bn)^2*e^2)*(1-sin(Bn)^2*e^2);%求大地高
    Bn=r2d(Bn);L=r2d(L);
```

4 实例检测

通过该布尔莎模型七参数的自动化解算软件,可完成相同基准下不同坐标系的转换及不同基准坐标系的相互转换。本文以西安 80 坐标系和国家 2000 坐标系间的相互转换完成了初步检测和验证,基本功能都得以实现,数据运算结果误差较小。现将转换成果展示如下:

(1)大地坐标转换为空间直角坐标(西安 80 坐标系)

表 2 大地坐标转换为空间直角坐标

点名	B	L	H	X(m)	Y(m)	Z(m)
C1	***:***, 630677	***:***, 110922	**, 3590	-*****, 187991	*****, 415426	*****, 089615
C2	***:***, 044658	***:***, 737747	*, 919	*****, 595740	*****, 216538	*****, 787242
C3	***:***, 331721	***:***, 787150	**, 023	*****, 984038	*****, 368863	*****, 491905
C4	***:***, 653961	***:***, 471729	***, 975	*****, 370871	*****, 311038	*****, 020556

(2)不同基准下坐标系间的相互转换(西安

80 坐标系—国家 2000 坐标系)

选择不同的模型参数不同,转换精度不一 如下:
样。本次选取七参数模型,输出的坐标文件内容

表 3 西安 80 空间直角坐标转换为国家 2000 坐标

点名	X_{80}	Y_{80}	Z_{80}	X_{00}	Y_{00}	Z_{00}
D1	—*****, 187991	*****, 415426	*****, 089615	—*****, 776570	*****, 879682	*****, 685908
D2	—*****, 595740	*****, 216538	*****, 787242	—*****, 282648	*****, 053760	*****, 605036
D3	—*****, 984038	*****, 368863	*****, 491905	—*****, 553504	*****, 879542	*****, 209928
D4	—*****, 370871	*****, 311038	*****, 020556	—*****, 209898	*****, 255458	*****, 945662

根据求出的七个参数,利用 MATLAB 软件和 D1,D2,D3 点的西安 80 坐标下的坐标求出国家 2000 坐标,本文根据点位中误差作为精度的检验指标,计算公式为:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2]} \quad (8)$$

式中 $x_i - x$ 为转换的坐标和已知坐标之差, 求出七参数的中误差为 $\delta = 0.01604627$ 。

5 结论

(1)该坐标转换系统利用布尔莎七参数模型可以达到坐标转换的目的,模型较为成熟,坐标转换精度得以保障。在以后的改进工作中,应该在不断比较各种转换模型的同时,积极改进转换方法和模型,对程序进行改写。

(2)利用 MATLAB 编程解算实现了 2000 国家坐标系与西安 80 坐标系的转换参数的自动化解算,并用实例对解算出的参数进行了精度评定和分析。证明该软件基本功能都能得以实现,数据运算结果误差较小。但是由于缺乏大量数据和永久性地的检验来验证其转换精度和长久的

稳定性,因此不能对一些误差较大的转换结果进行分析和改正,是该系统的不足之处。

参考文献

[1] 李巍,徐爱功,赵亮,王昶,高良博. 基于 Matlab 的测量坐标系统转换[J]. 煤炭学报,2014(S1):88-92.
[2] 黎舒,胡圣武. 80 西安坐标系到 2000 国家坐标系转换的研究[J]. 测绘科学,2009(S34):51-53.
[3] 潘元进,何美琳,李聪,罗满建,文鸿雁. 2000 坐标系转换模型的试验分析与研究[J]. 测绘工程,2012(04):25-28.
[4] 孔祥元,郭际明,刘宗泉. 大地测量学基础[M]. 湖北武汉:武汉大学出版社,2006. 1.
[5] 武汉大学测绘学院测量平差学科组,误差理论与测量平差基础[M]. 湖北武汉:武汉大学出版社,2009.
[6] 陈宇,白征东,罗腾. 基于改进的布尔沙模型的坐标转换方法[J]. 大地测量与地球动力学,2010(03):71-73+78.
[7] 陈俊勇,杨元喜,王敏,张燕平,唐颖哲,李辉,程鹏飞,孙凤华,张鹏,郭春喜. 2000 国家大地控制网的构建和它的技术进步[J]. 测绘学报,2007,36(01):1-8.
[8] 吴晓广. 信息化测绘中的坐标系及其应用研究[D]. 解放军信息工程大学,2010.

Implementation of Bursa Model Seven Parameter Calculation Based on MATLAB

ZHU Xiao-mei,ZHANG Guan-jin,ZHU nan

(Faculty of Surveying and Mapping, Anhui University of Science and Technology, Huainan Anhui 232001,China)

Abstract: For Xi'an 80 coordinate system and CGCS 2000,based on bursa model,the calculation program is given using MATLAB programming seven parameters and realized the automation of transformation parameters calculation of CGCS2000 and Xi'an 80 coordinate system by MATLAB programming,and calculate the parameters of precision evaluation and analysis with an example.

Key words: coordinate transformation; bursa model; seven parameters; MATLAB