DOI:牞牬牨牨牰牱/j.jgg.牨牰牱牨-牰牭牱牪.牪牨牨牰.牨牪.牨牨牨
第26卷第2期 大地测量与地球动力学 Vol.26 No.2
2006年5月 JOURNAL OF GEODESY AND GEODYNAMICS May 2006
文章编号:1671-5942(2006)02-0001-04

关于2000中国大地坐标系的建议*

魏子卿
(西安测绘研究所,西安 710054)

摘 要 简述了建议的我国新一代大地坐标系——2000中国大地坐标系的定义和实现,给出了参考椭球的定义常数和导出常数的计算公式及其常数值,以及椭球面及其外部的正常重力公式。

关键词 2000中国大地坐标系 参考椭球的定义常数和导出常数 正常重力公式 定义 建议
中图分类号:P226^{+}.3 文献标识码:A

PROPOSAL CONCERNING CHINA GEODETIC COORDINATE SYSTEM 2000

Wei Ziqing
(*Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an* 710054)

Abstract The definition and realization of proposed China Geodetic Coordinate System 2000 (CGCS2000), the new generation national geodetic coordinate system are introduced. The defining constants and derived constants for its reference ellipsoid in conjunction with their computational formulas, and formulas for the normal gravity both on and above the surface of the ellipsoid are presented.

Key words: China Geodetic Coordinate System 2000 (CGCS2000), defining constants and derived constants for the reference ellipsoid, formulas for normal gravity, difinition, proposal

1 引言

大地坐标系在测绘及相关产业乃至在社会经济生活中占有十分重要的地位。现行的1954年北京坐标系和1980西安坐标系,在我国过去的经济建设和国防建设中发挥了重要作用。然而,随着时代的进步,特别是随着卫星定位技术的出现,这些由天文大地网体现的局部大地坐标系,已不能适应现今测绘以及相关产业发展的需要[1,2],更新换代已势在必行,而且条件业已成熟。考虑到经济社会发展对大地坐标系的需求、大地坐标系的国际发展趋势以及我国的实际情况,专家们建议,我国应采用有地心基准特点的大地坐标系。新的国家大地坐标系这里暂名为2000中国大地坐标系(China Geodetic Coordinate System 2000, CGCS2000)。本文将简要论述CGCS2000的定义和实现,给出参考椭球的定义常数与导出常数的计算公式及其常数值以及相关的正常重力公式。

2 CGCS2000的定义和实现

一个大地坐标系由原点、坐标轴指向和尺度定义。CGCS2000的定义满足IERS(国际地球自转服务局)规定的下列条件[3]:

1)它是地心坐标系,其原点在包括海洋和大气的整个地球的质量中心;

2)它的长度单位为米(SI),这一尺度与地心局部框架的TCG(地心坐标时)时间坐标一致;

3)它的初始定向由1984.0时国际时间局

---

* 收稿日期:2006-02-15
作者简介:魏子卿,男,1937年4月生,河南睢县人,中国工程院院士,西安测绘研究所研究员,博士生导师,研究方向为卫星大地测量学与地球动力学

(BIH)的定向给定；

4)它的定向的时间演化由整个地球的水平构造运动无净旋转(no-net rotation)的条件保证。

与此定义相应，存在一个直角坐标系 XYZ，其原点在地球质心，Z 轴指向 IERS参考极(IRP)方向；X 轴为 IERS参考子午面(IRM)与过原点且同 z轴正交的赤道面的交线；Y 轴与 Z、X 轴构成右手直角坐标系(见图 1)。

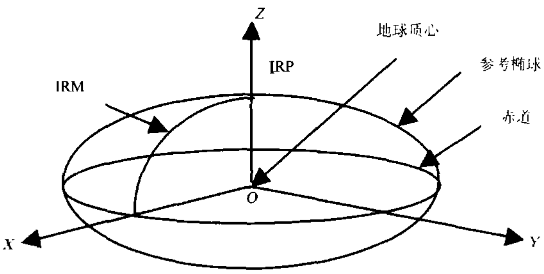

图 1 CGCS2000的定义

Fig. 1 Definition of the CGCS2000

CGCS2000坐标系通过空间大地网(包括 GPS 连续运行网，GPS A、B级网和 GPS一、二级网和区域网)与天文大地网的组合实现，由空间大地网体现的参考框架的实现精度达到厘米级。参考框架通过连续的或重复的高精度空间大地测量观测维持其动态性，CGCS2000坐标的参考历元为 2000.0。

3 CGCS2000参考椭球

3.1 定义常数

CGCS2000参考椭球采用如下 4个定义常数：

地球赤道半径：a = 6 378 137 m

地球(包括大气)的地心引力常数：GM = $3.986\,004\,418\times10^{14}\,\mathrm{m^3\,s^{-2}}$

地球的动力形状因子：J_2 = $1.082\,629\,832\,258\times10^{-3}$

地球旋转速度：$\omega=7.292\,115\times10^{-5}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$

应当指出，定义常数{a，GM，J_2，ω}与常数{a，GM，f，ω}在理论上是等价的，其中 f为椭球的几何扁率；而且，在这里，当 f采用 1∶298.257 222 101时，这两组常数至给定的有效位是一致的。

CGCS2000参考椭球为一旋转椭球，其几何中心与坐标系的原点重合，旋转轴与坐标系的 Z 轴重合。参考椭球面是大地坐标(经纬度和高程)的参考面。另一方面，CGCS2000参考椭球为一正常椭球，即椭球面为位函数 U = const的等位面。正常椭球面是地球正常重力场(正常重力矢量)的参考面。所以，CGCS2000参考椭球又可以称为 CGCS2000正常椭球。

3.2 导出常数

4个互相独立的定义常数{a，GM，J_2，ω}完全定义了参考椭球的几何形状及其重力场。由这 4个常数可以得到若干导出几何常数和导出物理常数。常用导出几何常数包括子午椭圆的第一和第二偏心率、椭球扁率和短半轴等。常用导出物理常数包括正常位、带谐系数、赤道重力和极重力等。

3.2.1 导出几何常数

子午椭圆第一偏心率平方 e^2，根据基本方程[4]

$$e^2=3J_2+\frac{4\omega^2a^3}{15\,GM}\frac{e^3}{2q_0}$$

通过迭代计算，其中

$$2q_0=\left(1+\frac{3}{e'^2}\right)\tan^{-1}e'-\frac{3}{e'},\quad e'=e(1-e^2)^{-1/2}$$

这里 e'称为子午椭圆第二偏心率。

几何扁率：$f=1-(1-e^2)^{1/2}$或 $f=(a-b)/a$

短半轴：$b=a(1-e^2)^{1/2}$

线偏心率：$E=ae$或 $E=(a^2-b^2)^{1/2}$

极曲率半径：$c=a(1-e^2)^{-1/2}$或 $c=a^2/b$

从赤道到极的子午圈弧长：

$$Q=a(1-e^2)\int_0^{\pi/2}\frac{\mathrm{d}B}{(1-e^2\sin^2B)^{3/2}}=a(1-e^2)\left(1+\frac{3}{4}e^2+\frac{45}{64}e^4+\frac{175}{256}e^6+\frac{11025}{16384}e^8+\frac{13659}{65536}e^{10}\right)\frac{\pi}{2}$$

式中 B 为大地纬度。

椭球体积：$V=\frac{4}{3}\pi a^3(1-e^2)^{1/2}$或 $V=\frac{4}{3}\pi a^2b$

椭球表面积：$S=2\pi a^2\left(1+\frac{1-e^2}{2e}\ln\frac{1+e}{1-e}\right)$

算术平均半径：$R_1=(a+a+b)/3$或 $R_1=a\left[2+\left(1-e^2\right)^{1/2}\right]\backslash 3$

同面积之球半径：

$$R_2=a\left(\frac{1}{2}+\frac{1-e^2}{4e}\ln\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2}$$

同体积之球半径：$R_3=a(1-e^2)^{1/6}$或 $R_3=(a^2b)^{1/3}$

对于 CGCS2000参考椭球，常用的导出几何常数值列于表 1，准确至所给有效位。

3.2.2 导出物理常数

参考椭球的正常位 U_0[4,6]：$U_0=\frac{GM}{E}\tan^{-1}e'+\frac{1}{3}\omega^2a^2$

正常引力位 V(重力位 U 减去离心力位)：$V=\frac{GM}{r}\left(1-\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}\left(\frac{a}{r}\right)^{2n}P_{2n}(\cos\theta)\right)$

式中 r(向径)和 θ(极距)为球坐标；J_2 为定义常数，

表 1 CGCS2000参考椭球导出几何常数值

Tab. 1 Derived geometrical constants for the CGCS2000 ellipsoid

常数名	值
短半轴 b	6 356 752.3141 m
线偏心率 E	521 854.009 7 m
极曲率半径 c	6 399 593.625 9 m
第一偏心率平方 e^2	0.006 694 380 022 90
第一偏心率 e	0.081 819 191 042 782
第二偏心率平方 e'^2	0.006 739 496 775 48
第二偏心率 e'	0.082 094 438 151 912
扁率 f	0.003 352 810 681 18
扁率倒数 $1/f$	298.257 222 101
轴比 b/a	0.996 647 189 319
子午圈一象限弧长 Q	10 001 965.729 3 m
椭球体积 V	1 083 207 319 783.546 km^3
椭球表面积 S	510 065 621.718 km^2
算术平均半径 R_1	6 371 008.771 4 m
同面积之球的半径 R_2	6 371 007.180 9 m
同体积之球的半径 R_3	6 371 000.790 0 m

$2n$($n>1$)阶带谐系数由 J_2 递推[4,6]：

$$J_{2n}=(-1)^{n+1}\frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)}\left(1-n+5n\frac{J_2}{e^2}\right)$$

赤道正常重力 γ_e 和极正常重力 γ_p[4]：

$$\gamma_e=\frac{GM}{ab}\left(1-m-\frac{m}{6}\frac{e'q_0'}{q_0}\right),\quad \gamma_p=\frac{GM}{a^2}\left(1+\frac{m}{3}\frac{e'q_0'}{q_0}\right)$$

式中

$$q_0'=3\left(1+\frac{1}{e'^2}\right)\left(1-\frac{1}{e'}\tan^{-1}e'\right)-1,\quad m=\frac{\omega^2a^2b}{GM}$$

重力扁率：$f^*=\dfrac{\gamma_p-\gamma_e}{\gamma_e}$

地球质量：$M=GM/G$，G 为引力常数，取 $6.673\times10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$[3,5]。

椭球对其短轴的转动惯量：$J_b=\dfrac{2}{5}Ma^2$

椭球对其长轴的转动惯量：$J_a=\dfrac{1}{5}Ma^2(2-e^2)$

对于 CGCS2000参考椭球，常用的导出物理常数值列于表 2，准确至所给有效位。

表 2 CGCS2000参考椭球导出物理常数值

Tab. 2 Derived physical constants for the CGCS2000 ellipsoid

常数名	值
椭球面正常位 U_0	62 636 851.714 9 $m^2 s^{-2}$
4阶带谐系数 J_4	$-0.237\,091\,125\,614\,0\times10^{-5}$
6阶带谐系数 J_6	$0.608\,346\,525\,888\,8\times10^{-8}$
8阶带谐系数 J_8	$-0.142\,681\,100\,979\,6\times10^{-10}$
10阶带谐系数 J_{10}	$0.121\,439\,338\,333\,7\times10^{-13}$
$m=\omega^2a^2b/GM$	0.003 449 786 506 76
赤道正常重力 γ_e	9.780 325 334 9 $\mathrm{m\,s^{-2}}$
极正常重力 γ_p	9.832 184 940 2 $\mathrm{m\,s^{-2}}$
平均正常重力 γ_p	9.797 643 222 4 $\mathrm{m\,s^{-2}}$
重力扁率 f^*	0.005 302 441 741 37
$k=b\gamma_p/a\gamma_e-1$	0.001 931 852 970 52
地球质量(包括大气)M	$5.973\,331\,96\times10^{24}$ kg
椭球对短轴的转动惯量 J_b	$9.719\,956\,68\times10^{37}$ kgm^2
椭球对长轴的转动惯量 J_a	$9.687\,422\,13\times10^{37}$ kgm^2

4 CGCS2000正常重力公式

4.1 椭球面正常重力

计算椭球面正常重力[4,6]：

$$\gamma=\frac{a\gamma_e\cos^2B+b\gamma_p\sin^2B}{\sqrt{a^2\cos^2B+b^2\sin^2B}}\quad(\text{Somigliana公式})$$

式中 a、b 为椭球长短半轴，γ_e 和 γ_p 为赤道和极正常重力，B 为大地纬度。此式的改化形式是：

$$\gamma=\gamma_e\frac{1+k\sin^2B}{\sqrt{1-e^2\sin^2B}}$$

式中 $k=\dfrac{b\gamma_p}{a\gamma_e}-1$

上式的级数展开形式是：

$$\gamma=\gamma_e\Big[1+\left(\frac{1}{2}e^2+k\right)\sin^2B+\left(\frac{3}{8}e^4+\frac{1}{2}e^2k\right)\sin^4B+\left(\frac{5}{16}e^6+\frac{3}{8}e^4k\right)\sin^6B+\left(\frac{35}{128}e^8+\frac{5}{16}e^6k\right)\sin^8B+\left(\frac{63}{256}e^{10}+\frac{35}{128}e^8k\right)\sin^{10}B\Big]$$

对于 CGCS2000椭球，它的数值形式是：

$$\gamma=\gamma_e(1+0.005\,279\,042\,982\sin^2B+0.000\,023\,271\,800\sin^4B+0.000\,000\,126\,218\sin^6B+0.000\,000\,000\,730\sin^8B+0.000\,000\,000\,004\sin^{10}B)$$

此式的误差为 $10^{-11}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$。

简化的级数展开式是[6]：

$$\gamma=\gamma_e\left(1+f^*\sin^2B-\frac{1}{4}f_4\sin^22B\right)$$

式中 $f_4=-\dfrac{1}{2}f^2+\dfrac{5}{2}fm$

对于 CGCS2000椭球，它的数值形式是：

$$\gamma=9.780\,325\,334\,9(1+0.005\,302\,44\sin^2B-0.000\,005\,82\sin^22B)\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

此式的误差小于 $10^{-6}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$。

椭球面正常重力的平均值用下式计算：

$$\bar{\gamma}=\frac{\int_0^{\pi/2}\frac{\gamma\cos B\,dB}{(1-e^2\sin^2B)^2}}{\int_0^{\pi/2}\frac{\cos B\,dB}{(1-e^2\sin^2B)^2}}=$$

$$\frac{\gamma_e\left(2+\frac{2}{3}k-\frac{4}{3}e^2\right)}{\sqrt{1-e^2}\left(1+\frac{1-e^2}{2e}\ln\frac{1+e}{1-e}\right)}$$

4.2 椭球外部正常重力

在椭球外部一点 (x, y, z)处的正常重力 γ, 借助沿椭球坐标线 u, β 的两个分量 γ_u, γ_β 用以下闭合公式计算[5,6]:

$$\gamma=\sqrt{\gamma_u^2+\gamma_\beta^2}$$

$$\gamma_u=-\frac{1}{w}\left[\frac{GM}{u^2+E^2}+\frac{\omega^2a^2E}{u^2+E^2}\frac{q'}{q_0}\left(\frac{1}{2}\sin^2\beta-\frac{1}{6}\right)\right]+\frac{1}{w}\omega^2u\cos^2\beta$$

$$\gamma_\beta=-\frac{1}{w}\left(-\frac{\omega^2a^2}{\sqrt{u^2+E^2}}\frac{q}{q_0}+\omega^2\sqrt{u^2+E^2}\right)\sin\beta\cos\beta$$

式中: $E=\sqrt{a^2-b^2}$

$$u=\left[\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2-E^2)\left\{1+\sqrt{1+4E^2z^2/(x^2+y^2+z^2-E^2)^2}\right\}\right]^{1/2}$$

$$\beta=\tan^{-1}\left(\frac{z\sqrt{u^2+E^2}}{u\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$w=\sqrt{\frac{u^2+E^2\sin^2\beta}{u^2+E^2}}$$

$$q=\frac{1}{2}\left[\left(1+3\frac{u^2}{E^2}\right)\tan^{-1}\left(\frac{E}{u}\right)-3\frac{u}{E}\right]$$

$$q_0=\frac{1}{2}\left[\left(1+3\frac{b^2}{E^2}\right)\tan^{-1}\left(\frac{E}{b}\right)-3\frac{b}{E}\right]$$

$$q'=3\left(1+\frac{u^2}{E^2}\right)\left[1-\frac{u}{E}\tan^{-1}\left(\frac{E}{u}\right)\right]$$

椭球外部正常重力公式, 可以展开为级数形式[7]。这里给出其形式表示:

$$\gamma_h=\gamma+(\xi_0+\xi_2\cos^2B+\xi_4\cos^4B)h+(\eta_0+\eta_2\cos^2B+\eta_4\cos^4B+\eta_6\cos^6B+\eta_8\cos^8B)h^2+(\rho_0+\rho_2\cos^2B+\rho_4\cos^4B+\rho_6\cos^6B)h^3+(\sigma_0+\sigma_2\cos^2B)h^4$$

式中 γ 代表椭球面上大地纬度 B 处的正常重力; h 代表大地高, 单位为 m; 系数 ξ_0, ξ_2, …, η_0, η_2, …, ρ_0, ρ_2, …, σ_0, σ_2 均为椭球常数的函数式[7]。对于 CGCS 2000系统, 级数展开式的数值形式是:

$$\gamma_h=\gamma-(3.083\,387\,888\,71\times10^{-6}+4.429\,743\,963\times10^{-9}\cos^2B-1.996\,461\,4\times10^{-11}\cos^4B)h+(7.244\,277\,799\,9\times10^{-13}+2.116\,062\times10^{-15}\cos^2B-3.343\,06\times10^{-17}\cos^4B-1.908\times10^{-19}\cos^6B-4.86\times10^{-22}\cos^8B)h^2-(1.511\,249\,22\times10^{-19}+1.148\,624\times10^{-21}\cos^2B+1.497\,5\times10^{-23}\cos^4B+1.66\times10^{-25}\cos^6B)h^3+(2.952\,39\times10^{-26}+4.167\times10^{-28}\cos^2B)h^4$$

此式的误差, 当大地高 h 到 20 km 时, 不超过 $10^{-9}\,\mathrm{ms^{-2}}$; 大地高到 70 km 时, 不超过 $10^{-8}\,\mathrm{ms^{-2}}$; 大地高到 100 km 时, 不超过 $5.6\times10^{-8}\,\mathrm{ms^{-2}}$。

5 结语

本文简述了建议的 2000中国大地坐标系的定义和实现, 并给出了参考椭球的定义常数和导出常数及与之配套的计算导出常数的公式和正常重力公式。大地坐标系的更新换代, 涉及大地坐标系的具体实现, 涉及包括重力数据在内的各类测绘数据和测绘产品的坐标系改化等, 这些问题的全面论述已超越本文的范围。

2000中国大地坐标系的科学性、先进性和实用性是显而易见的。它符合 IERS 标准, 符合大地基准的发展趋势, 同世界大地坐标系相容, 适宜于卫星定位和导航, 有利于地球空间信息产业的发展, 能够满足当前与未来我国测绘及相关产业、经济建设和国防建设与社会发展对大地坐标系的要求。

致谢 感谢陈俊勇先生对于参考椭球定义常数的宝贵意见与欧阳桂崇高级工程师对文中数值的认真验算。

References

1 陈俊勇. 关于中国采用地心 3维坐标系统的探讨[J]. 测绘学报, 2003, 32(4): 283~288.

1 Chen Junyong. Necessity and feasibility for a geocentric 3D coordinate system employed in China[J]. Acta Geodatica et Cartographica Sinica, 2003, 32(4): 283-288. (in Chinese)

2 魏子卿. 我国大地坐标系的换代问题[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2003, 28(2): 138~143.

2 Wei Ziqing. National geodetic coordinate system: to next generation[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2003, 28(2): 138-143. (in Chinese)

3 Dennis D McCarthy and Gerard Petit(eds). IERS Conventions[R]. IERS Technical Note 32. Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie. Frankfurt am Main, 2004.

4 Moritz H. Geodetic reference system 1980[J]. Journal of Geodesy, 2000, 74: 128-133.

5 NIMA. World geodetic system 1984, its definition and relationships with local geodetic systems[R]. National Imagery and Mapping Agency technical Report, NIMA TR8350.2, Third Edition Amendment 1, 3 January, 2000.

6 Heiskanen W H and H Moritz. Physical geodesy[M]. W. H. Freeman and Company, San Francisco, California and London, UK, 1967.

7 魏子卿. 正常重力公式[J]. 测绘学报, 2003, 32(2): 95~101.

7 Wei Ziqing. Formulas for normal gravity[J]. Acta Geodatica et Cartographica Sinica, 2003, 32(2): 95-101. (in Chinese)