



学 号 : 29220093007

密 级 : 公 开

中图分类号: P228

学科分类号: 081105

解放军信息工程大学

硕士学位论文

北斗精密相对定位与测速技术研究

作者姓名: 王 拓

指导教师姓名: 吕志伟 副教授

学科门类: 工 学

学科专业: 导航、制导与控制

研究方向: 军用导航工程

论文提交日期: 2012 年 04 月 15 日

论文答辩日期: 2012 年 06 月 18 日

解放军信息工程大学
测绘学院

二〇一二年四月



学 号 :	29220093007
密 级 :	公 开
中 图 分 类 号 :	P228
学 科 分 类 号 :	081105

解放军信息工程大学

硕士学位论文

北斗精密相对定位与测速技术研究

作 者 姓 名 :	王 拓
指导教师姓名:	吕志伟 副教授
学 科 门 类 :	工 学
学 科 专 业 :	导航、制导与控制
研 究 方 向 :	军用导航工程
论文提交日期:	2012 年 04 月 15 日
论文答辩日期:	2012 年 月 日

解放军信息工程大学
测绘学院

二〇一二年四月

**A Dissertation Submitted to
PLA Information Engineering University
for the Degree of Master of Engineering**

**Studies on Precise Relative Positioning and
Velocity Determination Technologies
Based on Compass**

Candidate: Wang Tuo

Supervisor: Ass.Prof. Lv Zhiwei

Apr. 2012

原创性声明

本人声明所提交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表和撰写过的研究成果，也不包含为获得信息工程大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文题目： 北斗精密相对定位与测速技术研究

学位论文作者签名： 王振 日期：2012 年 4 月 18 日

作者指导教师签名： 吕志伟 日期：2012 年 4 月 18 日

学位论文版权使用授权书

本人完全了解信息工程大学有关保留、使用学位论文的规定。本人授权信息工程大学可以保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅；可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密学位论文在解密后适用本授权书。)

学位论文题目： 北斗精密相对定位与测速技术研究

学位论文作者签名： 王振 日期：2012 年 4 月 18 日

作者指导教师签名： 吕志伟 日期：2012 年 4 月 18 日

目 录

摘 要.....	I
Abstract	II
第一章 绪论.....	1
1.1 北斗卫星导航系统建设概况.....	1
1.2 精密相对定位测速技术研究现状.....	1
1.2.1 周跳的探测与修复.....	1
1.2.2 整周模糊度的解算.....	2
1.2.3 测速技术研究现状.....	3
1.3 主要研究内容.....	3
第二章 GNSS 精密相对定位的理论基础.....	5
2.1 GNSS 定位解算数学模型.....	5
2.1.1 非差观测模型.....	5
2.1.2 相对观测模型.....	5
2.1.3 随机模型.....	7
2.2 GNSS 定位解算误差.....	8
2.2.1 卫星轨道误差.....	8
2.2.2 电离层延迟误差.....	9
2.2.3 对流层延迟误差.....	10
2.2.4 多路径效应.....	10
2.2.5 观测噪声.....	11
2.3 北斗精密相对定位解算的特点.....	11
2.4 本章小结.....	11
第三章 周跳探测与修复.....	13
3.1 周跳探测的几种常用方法.....	13
3.1.1 电离层残差法.....	13
3.1.2 多普勒积分法.....	14
3.1.3 伪距相位组合法.....	16
3.2 三频数据在周跳探测中的应用.....	17
3.2.1 组合观测量的定义.....	17
3.2.2 组合观测量的误差分析.....	17
3.2.3 几种不同的三频数据组合.....	18
3.2.4 组合观测值的探测精度.....	20

3.3 算例分析.....	21
3.3.1 数据背景.....	21
3.3.2 观测质量.....	21
3.3.3 组合观测量周跳噪声分析.....	21
3.3.4 组合观测量周跳探测能力分析.....	24
3.3.5 组合观测量粗差探测能力分析.....	24
3.3.6 组合观测量周跳修复能力分析.....	27
3.4 本章小结.....	27
第四章 北斗相对定位解算.....	28
4.1 相对定位解算的基本步骤.....	28
4.2 采用卡尔曼滤波法估算模糊度实数解.....	29
4.2.1 基本滤波模型及推算过程.....	29
4.2.2 附加模糊度参数模型及推算过程.....	30
4.3 利用 LAMBDA 法搜索模糊度整数解.....	31
4.3.1 模糊度搜索空间.....	32
4.3.2 模糊度去相关处理.....	32
4.3.3 模糊度搜索.....	33
4.3.4 模糊度确认.....	33
4.4 算例分析.....	34
4.4.1 零基线解算.....	34
4.4.2 模糊度处理效果比较.....	36
4.4.3 各频率数据组合解算.....	41
4.5 本章小结.....	44
第五章 北斗多普勒测速.....	46
5.1 多普勒测速数学模型.....	46
5.2 误差分析.....	48
5.2.1 卫星位置误差.....	48
5.2.2 卫星速度误差.....	49
5.2.3 接收机位置误差.....	50
5.2.4 观测值噪声.....	50
5.3 算例分析.....	50
5.3.1 多普勒观测值精度测试分析.....	50
5.3.2 多普勒相对测速精度测试分析.....	56
5.4 本章小结.....	58
第六章 GNSS 相对定位与测速模块设计.....	59

6.1 概述	59
6.2 卫星位置计算模块	59
6.3 单点定位计算模块	60
6.4 双差计算模块	61
6.4.1 双差模型构建模块	61
6.4.2 卡尔曼滤波计算模块	62
6.5 模糊度搜索模块	62
6.6 多普勒测速模块	63
第七章 总结和展望	64
参考文献	66
作者简历 攻读硕士学位期间完成的主要工作	69
致谢	70

摘 要

目前, 相对定位和测速技术的研究主要基于 GPS 卫星导航系统, 而随着我国北斗卫星导航系统建设的不断发展, 基于北斗卫星导航系统的相对定位和测速技术研究也就变得迫切和有意义。本文借鉴 GPS 系统的相关研究, 主要包含了以下工作内容和研究成果:

(1) 论述了 GNSS 相对定位的数学模型, 分析了影响定位精度的各项误差因素, 并介绍了几种减弱这些误差影响的方法。简单介绍了北斗精密相对定位解算的特点。

(2) 对周跳探测和修复方法在北斗实测数据中的应用进行了研究。介绍了几种常用的周跳探测方法, 计算了各种方法获得的周跳残差。论述了三频数据组合观测量的定义, 对组合观测量的各项误差进行了分析。基于方差最小原则, 利用电离层残差组合观测量和 Melbourne-wubben 组合观测量组成了三个线性无关的数据组合。结合北斗实测数据进行相关测试分析, 结果显示该组合能够探测几乎所有周跳和 0.1 周以上的绝大多数粗差。

(3) 研究了相对定位解算的基本步骤。基于卡尔曼滤波和 LAMBDA 法的理论基础, 结合北斗实测数据, 使用卡尔曼滤波和 LAMBDA 相结合的方法进行模糊度解算。利用零基线观测数据验证了自编制相对定位解算模块的正确性。针对模糊度搜索次数, Ratio 阈值的选取和模糊度处理的固定率等方面进行了算例分析。数据分析结果显示模糊度解算 Ratio 阈值设置为 3 时, 该组实测数据的固定解可以实现水平方向 1cm 以内, 高程方向 3cm 以内的解算精度。最后使用北斗各频率数据组合进行相对定位解算, 结果显示 B3 单频有较好的解算效果。

(4) 介绍了多普勒测速数学模型, 对影响北斗卫星导航系统测速精度的各项误差进行了分析。基于北斗的实测数据, 使用原始多普勒观测值进行了单点测速精度分析, 测试结果显示北斗系统 B3 频率的多普勒测速精度都要优于 B1 和 B2 频率的多普勒测速精度, 当同时使用三个频率的北斗原始多普勒观测量测速时, 测速精度可优于 0.1m/s, 能够达到 0.2m/s 的标称精度。使用载波相位差分多普勒值和原始多普勒观测值进行了相对测速精度分析, 算例结果显示, 相对测速精度主要取决于观测值噪声的大小。

(5) 最后在 Windows XP 操作环境下, 使用 Visual Studio 2005 C#软件, 设计了相对定位测速程序模块, 实现了上述算法过程。

关键词: 北斗, 相对定位, 多频组合, 周跳探测与修复, 卡尔曼滤波, Lambda 法, 多普勒测速

Abstract

At present, the research on relative positioning and velocity determination mainly based on GPS satellite navigation system, while with the development of Compass satellite navigation system construction, the studies on relative positioning and velocity determination based on Compass satellite navigation system also becomes urgent and meaningful. Reference for the related studies about GPS, the research and consequence being contained in this paper are as follows.

(1) The mathematical model of GNSS relative positioning is given, the error factors which affect the accuracy of positioning are analyzed, and several methods to abate these influences are introduced. The feature of Compass relative positioning is simply introduced.

(2) The application of methods on cycle slips detection and repair used in Compass real data are studied. Some methods to detect cycle slips are introduced, on these methods, the residuals of cycle slips are calculated. According to the definition of triple frequency combination observation, the errors of combination observation are analyzed. Based on the least-variance principle, three linearly independent observations composed of Geometry-free combination observations and Melbourne-wubben combination observations are obtained. Then the test of cycle slips using Compass real data is made, the result shows these three linearly independent observations can detect cycle slips completely and detect gross error up to 0.1 cycle.

(3) Basic steps of the solution for relative positioning are discussed. According to the theoretical foundation of Kalman filter and LAMBDA, the combination method of Kalman filter and LAMBDA is applied to calculate ambiguity. The correctness of relative positioning program module designed by author is proved by a numerical example based on zero-baseline real data. Using Compass real data, several tests are made for the times of searching ambiguity, the selection of the Ratio threshold and the rate of fixing ambiguity, the results show that when the ambiguity Ratio threshold is set at 3, the fixed solution's accuracy of horizontal direction is about 1cm, vertical direction is about 3cm. Finally, examples based on different frequency of Compass real data is made, the results show that the single frequency of B3 data can reach a good accuracy.

(4) The Mathematical model of velocity determination with Doppler measurement is discussed, the effects of error sources on velocity determination are analyzed. Based on the Compass real data, the accuracy of single point velocity determination with raw Doppler observations for examples is studied. The results show that the frequency of B3 Doppler observations used for velocity determination can reach a higher accuracy than B1 and B2, when these three frequency of Doppler measurements used at the same time, the accuracy of raw

Doppler measurements can be better than the 0.1m/s, realize the nominal accuracy of 0.2m/s. The accuracy of relative velocity determination with carrier phase difference Doppler observations and raw Doppler observations for example are studies. The result shows that, the accuracy of relative velocity determination depends on the precision of observations.

(5) Finally, in the Windows XP operating system environment, using Visual Studio 2005 C# software programming, this paper design the relative positioning and velocity determination program module what can realize above-mentioned process.

Key words: Compass, Relative Positioning, Multi-frequency Combination, Cycle-slip Detection and Repair, Kalman Filter, Lambda Method, Velocity Determination with Doppler

第一章 绪论

随着北斗卫星导航系统的逐步完善,北斗卫星导航系统的应用研究正在成为热点。现阶段利用卫星导航系统进行精密相对定位和测速技术的研究主要基于 GPS 导航系统,相关技术发展较为成熟,而基于北斗卫星导航系统的精密相对定位与测速研究很少。与 GPS 相比,北斗卫星导航系统具有异构星座和多频信号的特点,因此,对基于北斗系统的精密相对定位和测速技术进行新的研究也就非常有必要了。

1.1 北斗卫星导航系统建设概况

一直以来,人们谈到卫星导航系统想到的都是美国的 GPS,而随着卫星导航应用的推广和发展,越来越多的航天大国意识到,建立自主研发的卫星导航系统不仅是经济建设的需要,也是国家安全和发展战略的需要。自 2000 年 10 月 31 日第一颗北斗导航试验卫星被送入太空以来,我国北斗卫星导航系统的建设按照“三步走”的发展战略一直在稳步进行:第一步是在 2000 年建成北斗卫星导航试验系统,使中国成为世界上第三个拥有自主卫星导航系统的国家;第二步是在 2012 年建成北斗卫星导航(区域)系统,形成覆盖亚太大部分地区的服务能力;第三步是在 2020 年左右,全面建成由 30 余颗卫星组成的北斗卫星导航系统,提供覆盖全球的高精度、高可靠的定位、导航和授时服务。

按照第二阶段的发展,北斗卫星导航系统已于 2011 年 12 月 27 日,向中国及周边地区提供无源定位、导航、授时等试运行服务。经过测试和评估,在试运行期间,北斗卫星导航系统服务覆盖区域为东经 84 度到 160 度,南纬 55 度到北纬 55 度之间的大部分区域。位置精度为:平面 25 米,高度 30 米,测速精度为 0.4m/s,授时精度为 50 纳秒^[1]。在第二阶段建设完成后,预计位置精度可达到 10 米,测速精度 0.2m/s^[2]。截至 2012 年 2 月 25 日,第十一颗北斗导航卫星已经于进入太空预定转移轨道。

北斗卫星导航(区域)系统的卫星星座由 14 颗组网卫星组成,其中包括^[3]:5 颗地球静止同步轨道(GEO)卫星,分别位于东经 58.75、80、110.5、140 和 160 度;9 颗非静止轨道(Non-GEO)卫星,其中包含了倾斜同步轨道(IGSO)卫星和中圆轨道(MEO)卫星。

北斗卫星采用码分多址(CDMA)扩频通信体制,在 B1, B2 和 B3 三个频段上调制导航信号。同时还具有 RDSS 定位、授时、短报文通信功能。

1.2 精密相对定位测速技术研究现状

精密相对定位解算使用的是载波相位观测值,要获得高精度的载波相位观测值就必须进行的周跳探测和修复、整周模糊度解算,因此这两部分内容也就成了精密相对定位解算研究的重点。

1.2.1 周跳的探测与修复

当受到环境或其他各种因素的影响时,接收机的载波相位跟踪环路可能发生信号失

锁, 整周计数会出现暂时中断。接收机重新锁定信号后, 整周计数的小数部分不受跟踪中断的影响, 但载波相位变化的整数部分则发生了跳变。这种现象就叫做整周跳变, 简称周跳。其后的所有载波观测量均受到此整周跳变的影响。因此, 在将载波相位数据用于精密测量之前, 先要对数据进行预处理, 对数据中的周跳进行探测和修复。

常用的周跳探测方法有高次差法、电离层残差法、伪距相位组合法、多项式拟合法和多普勒积分法等。

利用北斗系统的多频信号, 使用多频数据伪距相位组合的方法, 可以实时探测出各种周跳并进行修复。在进行解算时, 可以根据需要组成三组线性组合观测值对各个载波进行探测。2006 年范建军基于 GPS 三频数据提供了一种非差组合探测周跳^[4]; 2010 年常志巧根据方差最小原则得出了北斗系统最佳探测周跳组合为 $(-1, -5, 6)$ 、 $(4, -2, -3)$ 、 $(1, 4, -5)$ ^[5], 并利用该组合修复了原始频率上的小周跳和大周跳。

1.2.2 整周模糊度的解算

在周跳被探测和修复后, 还需要解算整周模糊度才能获得高精度的载波观测值。按照观测信息的使用方式, 可将整周模糊度的解算方法分为以下几类^[6]:

一是基于特殊操作模式的模糊度解算技术: 包括再占用法、单接收机相对定位法和交换天线法。其中交换天线法的原理是首先通过三差模型计算获得基线信息, 再将已知基线信息代入双差方程计算模糊度。这种方法所需观测时间短, 精度高, 操作简单, 在准动态相对定位中有所应用。

二是基于观测域的整周模糊度搜索, 这种方法的基本原理是利用伪距观测量来确定载波相位模糊度。由于伪距观测量噪声一般都远远大于载波的波长, 同时电离层延迟误差对伪距和载波信号的影响也不同, 因此通常使用不同频率及不同类型的观测量组合来进行模糊度解算。这种方法可以实时解算模糊度, 但受到伪距精度和观测环境影响较大。

三是基于坐标域的整周模糊度搜索, 即利用精度较高的基线初始信息来估算模糊度, 固定后重新解算, 从而获得精度更高的基线信息。坐标域搜索方法中比较有代表性的是模糊度函数法。这种方法对卫星信号的失锁不敏感, 但对初始信息的精度要求较高。

四是基于模糊度域的整周模糊度搜索, 这种方法可以分为三个步骤: 首先进行模糊度实数估计; 然后进行模糊度搜索; 最后回代基线方程重新解算获得固定解。这种方法的技术要点主要是模糊度实数估计和模糊度搜索两部分。模糊度实数估计是通过计算获得测站位置、模糊度向量实数解及其相应方差协方差阵。目前常用的模糊度实数估计方法主要有最小二乘法^[7]和卡尔曼滤波法^[8]。这个步骤的精度和速度对模糊度解算的影响较大。整周模糊度搜索则是模糊度解算的核心内容, 它的作用在于利用获得的模糊度实数解及其方差协方差阵以模糊度残差平方和最小原则进行搜索, 回代参数估计方程后得到固定解。它的求解方法和效率决定了整个模糊度解算过程的精确度和准确度, 是国内外研究的重点。

基于模糊度域的整周模糊度搜索是目前模糊度搜索技术的研究热点, 比较有代表性的有: 最小二乘搜索法 (LSAST)^[9]、快速模糊度解算方法 (FARA)^[10]、快速模糊度搜索滤波

法 (FASF)^[11]、以及最小二乘模糊度去相关平差法 (LAMBDA)^{[12][13]}等。其中 LAMBDA 方法既能在静态解算中使用,也能在动态解算中使用,是其中性能较好,理论体系较为完善的算法之一。本文将使用这种方法进行模糊度解算。

1.2.3 测速技术研究现状

利用 GNSS 观测数据进行测速的方法主要有三种:一是位置差分测速;二是载波相位差分测速;三是多普勒原始观测值测速。何海波 (2002)^[14]对这三种测量方式的优缺点进行了分析,认为在载体处于静态或匀速运动时,位置差分测速和载波相位中心差分测速精度要比原始多普勒频移观测量测速的精度稍好,原因在于前两种方法使用的载波相位观测量精度要比原始多普勒频移观测量精度高,因此当载体运动变化不剧烈时,使用位置中心差分法和载波相位中心差分法测速精度会更高。但是位置差分测速和载波相位中心差分测速都受载体运动状态影响较大,同时又要求采样间隔不能过大,因此在动态测速中的精度较差,其中载波相位中心差分测速的精度要比位置差分测速精度稍高。而原始多普勒频移观测量测速则不受载体运动状态的影响,在载体运动状态变化较大时比前两种方法具有更高的精度,适合实时测速。

通过误差分析和实验,很多学者^{[15][16][17]}提出利用差分技术使用原始多普勒频移观测量进行相对测速的方法,认为在相对测量模式下,测速精度能够达到 mm/s。

在相对测速模式中大致有以下几种方式可以达到较高的精度^{[18][19]}。

一是差分测速法。通过相对定位取得较高精度的位置解,再利用高精度的位置对多普勒观测值速度解算进行差分修正,这种方法有一定的延时性,但仍然是目前应用最广泛的高精度测速方法;

二是直接使用多普勒组双差的方法。这种方法实时性较好,主要受到多普勒观测值误差的影响。在 GPS 相对测速中,当卫星条件好时,这种测速方法精度可以达到 mm/s 级。

三是利用载波相位导出多普勒测速法。将北斗系统的载波相位数据使用历元间差分,或者微分平滑,卡尔曼滤波等算法解出多普勒值,再计算出载体速度,这种方法实时性较差,适合事后处理,但精度更高。

目前对北斗测速精度的研究相对较少,北斗卫星导航系统与 GPS 导航系统有着不同的卫星空间结构和数据类型,本文利用北斗实测多普勒观测量对其测速精度进行初步探讨。

1.3 主要研究内容

本文的研究主题是基于北斗卫星导航系统的精密相对定位与测速技术,约定研究对象基于短基线数据解算,包含周跳探测与修复、模糊度解算和多普勒测速技术三部分内容。

第一章论述了北斗卫星导航系统的建设概况和精密相对定位测速技术的研究现状,并介绍了论文的主要研究内容。

第二章介绍了 GNSS 相对定位的数学模型,论述了影响定位精度的各项误差因素和几种减弱这些误差影响的方法,并介绍了北斗精密相对定位解算的特点。

第三章介绍了周跳探测的几种常用方法，并依据周跳实数解方差最小原则，针对北斗三频数据选择了一种多频观测值组合，并对这种观测值组合进行周跳和粗差探测的能力进行了分析。

第四章阐述了相对定位解算的基本步骤。推导了卡尔曼滤波估算模糊度实数解的解算过程，对 LAMBDA 法搜索模糊度的方法进行了介绍。最后分别使用卡尔曼基本滤波模型和卡尔曼附加模糊度参数模型两种方法解算模糊度的效果进行比较，并对北斗各频率组合相对定位的结果进行了分析。

第五章介绍了多普勒测速数学模型，对北斗卫星导航系统影响测速精度的各项误差进行了分析，并使用原始多普勒观测值进行了单点测速精度分析，分别使用原始多普勒观测值和载波相位差分多普勒值针对单点测速和相对测速精度进行了比较。

第六章论述了自己编译的相对定位测速程序的基本思路和模块组成，并对各模块进行了介绍，给出了各模块的程序流程图。

第七章对本文的主要工作和研究成果进行了总结，并对下一步研究工作进行了展望。

第二章 GNSS 精密相对定位的理论基础

2.1 GNSS 定位解算数学模型

2.1.1 非差观测模型

卫星导航系统的基本观测量包括码伪距观测量、载波相位观测量和多普勒观测量。码伪距观测量通过将接收到的卫星信号和自身接收机产生的信号进行比较,获得的时间差乘以波长得到卫星和接收机的距离;载波相位观测量则是比较卫星信号和自身信号的相位差通过计算获得卫星和接收机的距离;多普勒观测量表达的是载波相位观测量的变率,通常用于速度测量中,在定位解算中通常仅使用伪距观测量和载波相位观测量。

测距码的载波相位和伪距的非差观测模型可写为^[20]:

$$\begin{cases} \Phi_u^j = \rho^j - c \cdot \delta t_u + c \cdot \delta t^j + \lambda N_u^j - I_u^j + T_u^j + M_{u,\Phi}^j + \varepsilon_{u,\Phi}^j \\ P_u^j = \rho^j - c \cdot \delta t_u + c \cdot \delta t^j + I_u^j + T_u^j + M_{u,P}^j + \varepsilon_{u,P}^j \end{cases} \quad (2.1)$$

其中:

j 为卫星标志;

u 为接收机(流动站)标志;

Φ_u^j, P_u^j 分别表示相位和伪距观测量(米);

ρ^j 为接收机到卫星的几何距离(米);

c 为光速(米/秒);

δt_u 为接收机钟差(秒);

δt^j 为卫星钟差(秒);

λ 为信号波长(米);

N_u^j 为整数模糊度(周);

I_u^j 为电离层延迟(米);

T_u^j 为对流层延迟(米);

$M_{u,\Phi}^j, M_{u,P}^j$ 分别为载波相位和伪距的多路径效应(米);

$\varepsilon_{u,\Phi}^j, \varepsilon_{u,P}^j$ 分别为载波观测噪声和伪距观测噪声(米)。

2.1.2 相对观测模型

在相对观测模式下可以获得多种差分组合,用 r 表示基准站,各差分组合的定义如下所示^[21]:

(1) 单差(single difference, SD): 对基准站和流动站同步观测到的相同卫星的观测量求差,可表示为:

$$\begin{cases} \Delta\Phi_{ur}^j = \Delta\rho^j - c \cdot \Delta\delta t_{ur} + \lambda\Delta N_{ur}^j - \Delta I_{ur}^j + \Delta T_{ur}^j + \Delta M_{ur,\Phi}^j + \Delta\epsilon_{ur,\Phi}^j \\ \Delta P_{ur}^j = \Delta\rho^j - c \cdot \Delta\delta t_{ur} + \Delta I_{ur}^j + \Delta T_{ur}^j + \Delta M_{ur,P}^j + \Delta\epsilon_{ur,P}^j \end{cases} \quad (2.2)$$

单差在相对定位中是最基本的组合。在单差中，跟卫星有关的误差已经消除，电离层延迟、对流层延迟和多路径效应等误差项在进行模型改正后，仅表示为各误差项残差对观测量的影响，在组成单差后这些残差项进一步减小。

(2) 双差 (double difference, DD): 在站间单差的基础上，对同步观测获得的不同卫星 i, j 单差求差，可表示为：

$$\begin{cases} \nabla\Delta\Phi_{ur}^{ij} = \nabla\Delta\rho^{ij} + \lambda\nabla\Delta N_{ur}^{ij} - \nabla\Delta I_{ur}^{ij} + \nabla\Delta T_{ur}^{ij} + \nabla\Delta M_{ur,\Phi}^{ij} + \nabla\Delta\epsilon_{ur,\Phi}^{ij} \\ \nabla\Delta P_{ur}^{ij} = \nabla\Delta\rho^{ij} + \nabla\Delta I_{ur}^{ij} + \nabla\Delta T_{ur}^{ij} + \nabla\Delta M_{ur,P}^{ij} + \nabla\Delta\epsilon_{ur,P}^{ij} \end{cases} \quad (2.3)$$

可以看到，接收机钟差在双差中已经被消除了，而电离层延迟、对流层延迟和多路径效应等误差则在单差模型的基础上进一步减小了。特别是在短基线测量中，由于基准站和流动站距离不远，相关性较大，与传播路径有关的误差项可以忽略不计，因此双差模型可以简化为：

$$\begin{cases} \nabla\Delta\Phi_{ur}^{ij} = \nabla\Delta\rho_{ur}^{ij} + \lambda\nabla\Delta N_{ur}^{ij} + \nabla\Delta\epsilon_{ur,\Phi}^{ij} \\ \nabla\Delta P_{ur}^{ij} = \nabla\Delta\rho_{ur}^{ij} + \nabla\Delta\epsilon_{ur,P}^{ij} \end{cases} \quad (2.4)$$

(3) 三差 (triple difference, TD): 对双差观测值进行历元间的求差，可表示为：

$$\begin{cases} \delta\nabla\Delta\Phi_{ur}^{ij} = \delta\nabla\Delta\rho_{ur}^{ij} + \delta\nabla\Delta\epsilon_{ur,\Phi}^{ij} \\ \delta\nabla\Delta P_{ur}^{ij} = \delta\nabla\Delta\rho_{ur}^{ij} + \delta\nabla\Delta\epsilon_{ur,P}^{ij} \end{cases} \quad (2.5)$$

在载波相位的三差模型中，整周模糊度参数的影响被消除了，这是它的主要优点。但是三差模型大大减少了观测信息，观测量之间的相关性太大，对于基线解算可能产生不好的影响。在实际应用时，常采用双差模型进行相对定位解算。

由式 (2.1) 可得到非差模型的残差：

$$\begin{cases} y_{u,\Phi}^j = \Phi_u^j - \rho^j + c \cdot \delta t_u - c \cdot \delta t^j - \lambda^j N_u^j + I_u^j - T_u^j - M_{u,\Phi}^j - \epsilon_{u,\Phi}^j \\ y_{u,P}^j = P_u^j - \rho^j + c \cdot \delta t_u - c \cdot \delta t^j - I_u^j - T_u^j - M_{u,P}^j - \epsilon_{u,P}^j \end{cases} \quad (2.6)$$

其中 $y_{u,\Phi}^j$ 和 $y_{u,P}^j$ 分别表示流动站上第 j 颗卫星载波观测值残差和伪距观测值残差。

以第 i 颗卫星作为基准星，则双差模型残差为：

$$\begin{cases} v_{\Phi}^j = (y_{u,\Phi}^i - y_{r,\Phi}^i) - (y_{u,\Phi}^j - y_{r,\Phi}^j) \\ v_P^j = (y_{u,P}^i - y_{r,P}^i) - (y_{u,P}^j - y_{r,P}^j) \end{cases} \quad (2.7)$$

设共有 m 颗共视观测卫星，可得到误差法方程：

$$V = A \cdot X - L \quad (2.8)$$

$$\text{式中 } V = \begin{bmatrix} v_\phi^1 \\ \vdots \\ v_\phi^{m-1} \\ v_p^1 \\ \vdots \\ v_p^{m-1} \end{bmatrix}_{2(m-1) \times 1}; \quad X = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \Delta N_{ur}^1 \\ \vdots \\ \Delta N_{ur}^m \end{bmatrix}_{(3+m) \times 1}; \quad L = \begin{bmatrix} \nabla \Delta \Phi_{ur}^{i1} - \nabla \Delta \rho_{ur}^{i1} \\ \vdots \\ \nabla \Delta \Phi_{ur}^{im} - \nabla \Delta \rho_{ur}^{im} \\ \nabla \Delta P_{ur}^{i1} - \nabla \Delta \rho_{ur}^{i1} \\ \vdots \\ \nabla \Delta P_{ur}^{im} - \nabla \Delta \rho_{ur}^{im} \end{bmatrix}_{2(m-1) \times 1};$$

$$A = \begin{bmatrix} -e_x^i + e_x^1 & -e_y^i + e_y^1 & -e_z^i + e_z^1 & -\lambda^1 & & \lambda^i \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ -e_x^i + e_x^{i-1} & -e_y^i + e_y^{i-1} & -e_z^i + e_z^{i-1} & & -\lambda^{i-1} & \lambda^i \\ -e_x^i + e_x^{i+1} & -e_y^i + e_y^{i+1} & -e_z^i + e_z^{i+1} & & & \lambda^i & -\lambda^{i+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \ddots \\ -e_x^i + e_x^m & -e_y^i + e_y^m & -e_z^i + e_z^m & & & \lambda^i & & -\lambda^m \\ -e_x^i + e_x^1 & -e_y^i + e_y^1 & -e_z^i + e_z^1 & & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ -e_x^i + e_x^m & -e_y^i + e_y^m & -e_z^i + e_z^m & & & & & \end{bmatrix}_{2(m-1) \times (3+m)};$$

e_x^i 、 e_y^i 、 e_z^i 为流动站与*i*号卫星的站星距离径向分量； ΔN_{ur}^i 为*i*号卫星的模糊度站间单差值。根据最小二乘原理，即可获得未知参数的改正数：

$$\delta X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (2.9)$$

2.1.3 随机模型

假设 $\delta_{\phi,i}^2$ 为*i*号卫星的单差载波噪声方差， $\delta_{p,i}^2$ 为单差伪距噪声方差。根据误差传播规律可以得到双差观测量的协方差矩阵：

$$R = \begin{bmatrix} R_{\phi\phi} & \\ & R_{pp} \end{bmatrix}_{2(m-1) \times 2(m-1)} \quad (2.10)$$

式中：

$$R_{\phi\phi} = \begin{bmatrix} \delta_{\phi,i}^2 + \delta_{\phi,1}^2 & \cdots & \delta_{\phi,i}^2 & \cdots & \delta_{\phi,i}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{\phi,i}^2 & \cdots & \delta_{\phi,i}^2 + \delta_{\phi,j}^2 & \cdots & \delta_{\phi,i}^2 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{\phi,i}^2 & \cdots & \delta_{\phi,i}^2 & \cdots & \delta_{\phi,i}^2 + \delta_{\phi,m}^2 \end{bmatrix}_{(m-1) \times (m-1)}$$

和

$$R_{pp} = \begin{bmatrix} \delta_{p,i}^2 + \delta_{p,1}^2 & \cdots & \delta_{p,i}^2 & \cdots & \delta_{p,i}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{p,i}^2 & \cdots & \delta_{p,i}^2 + \delta_{p,j}^2 & \cdots & \delta_{p,i}^2 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{p,i}^2 & \cdots & \delta_{p,i}^2 & \cdots & \delta_{p,i}^2 + \delta_{p,m}^2 \end{bmatrix}_{(m-1) \times (m-1)}$$

分别为以*i*号卫星为参考卫星的双差载波方差协方差阵和双差伪距方差协方差阵。

2.2 GNSS 定位解算误差

卫星导航系统在定位解算过程中的误差按照其来源可分为三个部分：一是与卫星有关的误差，包括卫星轨道误差、卫星钟差和卫星天线相位中心误差；二是与传播路径有关的误差，包括电离层延迟误差、对流层延迟误差、多路径效应等；三是与接收机有关的误差，包括接收机钟差、接收机天线相位中心误差和观测噪声等^[22]。

相对定位测量中使用的双差模型基本消除了卫星钟差、卫星天线相位中心误差、接收机钟差和接收机天线相位中心误差等的影响。剩下的误差可分为两类^[23]：一是与基线长度有关的误差，包括卫星轨道误差、电离层延迟误差和对流层延迟误差；二是与基线长度无关的随机误差，包括多路径效应和观测噪声等。其中与基线长度有关的误差虽然在差分后大大消除，但仍会随着基线的增长而产生较大的影响，因此是中长基线重点考虑的误差源；而与基线长度无关的随机误差则会在差分后扩大，是短基线测量中的主要误差源。

2.2.1 卫星轨道误差

卫星轨道误差是由星历推算出的卫星位置与实际位置之间的偏差，它包含了星历的定轨误差和外推误差两个部分。由于不同类型轨道的定轨精度和外推精度不同，因此各种类型的卫星轨道误差也不一样^[24]。

对于 GEO 卫星来说，其相对地球静止的特性使其定轨时的卫星钟差很难分离出来，同时由于 GEO 卫星受光压影响较大，因此在相同条件下 GEO 卫星星历误差引入的测距误差约为 ME0 卫星的两倍^[25]。目前，GPS 卫星发播的广播星历的误差大约为 10 米，不妨假设 GEO 卫星轨道误差大约为 20 米。而 IGS0 卫星在局部地区的轨道测定精度和卫星钟差外推精度都比 GEO 卫星和 ME0 卫星高，而考虑到其受光压影响较大，可视其卫星轨道精度与 ME0 卫星相当，为 10 米。

在利用伪距计算测站位置时，要获得较高精度的解算结果就必须根据不同卫星类型使用不同的权比。对于北斗卫星可使用两种方法：一是根据广播星历中用户可达测距精度参数（URA）获得不同卫星的精度；二是使用不同卫星测距精度的经验值，可将 ME0 卫星和 IGS0 卫星测距精度设为 8m，GEO 卫星设为 11m^[26]。

在相对定位解算中，差分可以消除大部分的卫星轨道误差，但随着基线的增长，卫星轨道误差带来的影响也就越大，可用下式来估算其影响^[23]：

$$\Delta r / r = \Delta b / b \quad (2.11)$$

其中 r 表示卫星高度（米）； Δr 表示卫星轨道误差（米）； b 表示基线长度（米）； Δb 表示卫星轨道误差对基线解算的误差影响（米）。

北斗卫星导航系统的 ME0 卫星高度约为 20000 公里，GEO 和 IGS0 卫星高度约为 36000 公里，对于不同基线长度，根据 (2.11) 式可得到卫星轨道误差对相对定位解算的影响如下表所示：

表 2-1 卫星轨道误差引起的基线误差

卫星类型	卫星高度	卫星轨道误差	基线误差			
			1km 基线	10km 基线	100km 基线	1000km 基线
ME0 卫星	20000km	10m	0.5mm	5mm	50mm	500mm
GEO 卫星	36000km	20m	0.6mm	5.6mm	55.6mm	555.6mm
IGSO 卫星	36000km	10m	0.3mm	2.8mm	27.8mm	277.8mm

由上表可知，在短基线测量中，卫星轨道引起的误差可以大幅减弱。

2.2.2 电离层延迟误差

电离层是指地球表面 50 公里至 1000 公里之间的大气层。这段空间的大气由于太阳辐射的作用会电离出高密度的自由电子，对电磁波传播产生各种影响。当卫星信号通过电离层时会发生折射延迟，使测量结果产生较大的偏差，沿天顶方向最大可达到 50 米，沿水平方向则最大可达到 150 米^[27]。

电离层延迟误差可用下式表示^[22]：

$$I = -\frac{40.28c}{f^2} \int N_e ds \quad (2.12)$$

式中 I 表示电离层对载波相位观测的影响， f 为信号频率， $\int N_e ds$ 为信号传播路径上的总电子数（TEC）。TEC 的大小跟太阳黑子活动、卫星高度、电离层的季节性和每日变化及接收机位置有关，虽然比较复杂，但可以模型化估算。最典型的模型是 Klobuchar 模型，它被广泛应用于单频解算过程中，特别适用于中纬度地区，对电离层延迟的改正率为 50~60%。

由 (2.12) 可以看出，电离层影响与频率大小是成反比的。因此，利用双频观测数据也可以对电离层延迟进行估算。不考虑其他误差的影响，伪距观测模型可写为：

$$\begin{cases} P_1 = \rho + \frac{I}{f_1^2} \\ P_2 = \rho + \frac{I}{f_2^2} \end{cases} \quad (2.13)$$

可得到 L1 频率上的电离层延迟误差为：

$$I_{(L_1)} = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot (P_2 - P_1) \quad (2.14)$$

同理可得到电离层对其他频率信号的影响。

电离层延迟误差也可以通过差分的方法进行削弱。在短基线解算中，即便忽略电离层误差，仍然可以解算出整周模糊度；但在中长基线解算时，由于基准站和流动站之间的距离较远，大气相关性较弱，电离层延迟误差的影响仍然需要考虑。

2.2.3 对流层延迟误差

对流层指的是地球表面约 50 公里内的大气层。它包含了 99% 的空气质量，大气状态比电离层更加复杂。由于地球热辐射的影响，距地面越高的大气温度越低，当卫星信号通过对流层时会因为传播速度发生变化而产生折射^[28]，从而使测量结果产生偏差。

对流层延迟中的 80~90% 由大气中的干燥气体引起，这部分延迟误差称为干分量；剩下的 10~20% 由水汽引起，称为湿分量。对流层延迟误差的影响与信号高度角有关，在天顶方向（90° 高度角）干分量延迟约 2.3 米，湿分量延迟约为 1~80 厘米，在低仰角方向（10° 高度角）对流层总延迟可达 20 米。

由于对流层延迟与频率无关^[29]，因此对流层延迟误差不能像处理电离层延迟误差那样用双频观测值组合的方法削弱，而是使用经验模型及相应的映射函数进行改正。对流层延迟可用干湿分量及相应的映射函数表示^[30]：

$$T = d_d^z \cdot M_d(E) + d_w^z \cdot M_w(E) \quad (2.15)$$

式中： d_d^z 表示干分量； d_w^z 表示湿分量； E 为高度角； $M_d(E)$ 和 $M_w(E)$ 为与高度角有关的映射函数。

常用的几种经验模型有霍普·菲尔德 (Hopfield) 模型^[31] 及其改正模型、萨斯塔莫·宁 (Saastamoinen) 模型^[32] 及勃兰克 (Black) 模型等。

下面介绍一下 Saastamoinen 模型，它在天顶方向的干湿延迟如下所示：

$$\begin{cases} d_d^z = 0.002277 \frac{P}{g_m} \\ d_w^z = \frac{0.002277}{g_m} \left(\frac{1255}{T_k} + 0.05 \right) e \end{cases} \quad (2.16)$$

式中 P 表示测站的大气压； $g_m = 1 - 0.0026 \cos(2B) - 0.00028H$ 为平均重力（ B 、 H 分别为测站的纬度和高程）； T_k 为绝对温度（单位：开）； e 为水汽压（单位：mbar）。

相对定位测量可以大幅削弱对流层延迟误差的影响，特别是基线小于 10 公里的短基线，如果流动站和基准站的高差不大，则对卫星的高度角基本相等，因此计算获得的同一历元对流层延迟的站间单差或双差的残差可以忽略不计。

2.2.4 多路径效应

卫星信号在传播过程中由于接收机周围环境的影响发生反射，与直接来至卫星的信号发生叠加进入接收机，使测量值产生系统性的误差，称为多路径误差，也叫多路径效应。

多路径效应与接收机周围的环境，天线类型以及卫星仰角有关。由于不同的反射源的反射系数均不相同，因此很难通过模型改正来减弱多路径效应的影响。目前，减弱多路径效应的办法主要有以下几种：

- 1) 选择宽阔的观测环境，避开水面和高大的建筑物等；
- 2) 采用屏蔽性好的接收机天线，如扼流圈天线等；
- 3) 在静态测量中延长观测时间，平滑多路径效应中周期性影响。

2.2.5 观测噪声

观测噪声主要包括测距码的分辨误差和测量噪声。分辨误差约为码元宽度的 1%，而测量误差主要与接收机的天线噪声和环路噪声有关。

由于观测噪声是零均值白噪声，其方差与接收机类型和卫星高度角有关，很多学者据此提出了观测量的随机模型^[39]：

$$\sigma_j^i = \alpha \cdot \left[a_0 + a_1 \exp\left(-\frac{\theta^i}{\theta_0}\right) \right] \cdot \frac{\lambda_j}{\lambda_1} \quad (2.17)$$

式中： σ_j^i 为观测噪声的标准差； i 为卫星标识； j 为频率标识； α 为缩放因子； a_0 、 a_1 、 θ_0 为与接收机相关的系数； θ^i 为卫星高度角； λ_j 为 j 频率的波长。其中与接收机相关的 a_0 、 a_1 、 θ_0 难以确定，因此通常实际应用时可使用简化模型^[33]：

$$\sigma_j^i = a + \frac{b}{\sin(\theta^i)} \quad (2.18)$$

2.3 北斗精密相对定位解算的特点

由于基于 GPS 的精密相对定位技术研究已经比较成熟，因此在进行北斗精密相对定位解算时可以利用已有的相关技术，而由于北斗系统有着自身的特点，两者还应有所区别，主要有以下几个方面：

一是时空系统不同，它表现在计算过程中使用时间系统参数和坐标系统参数不同。GPS 系统使用的时间系统是 GPS 时 (GPST)，它的起始时间是 1980 年 1 月 6 日子夜零点 (UTC)；北斗使用的时间系统简称北斗时 (BDT)，它的起始时间是 2006 年 1 月 1 日子夜零点 (UTC)。GPS 系统使用的坐标系统是 WGS84 坐标系，而北斗系统使用的是 2000 中国大地坐标系 (CGCS2000)，两者的异同可参考其它相关文献，本文不再赘述。

二是异构星座中不同卫星的位置计算方法不同。北斗系统包含有 GEO 卫星，计算方法应与 MEO 卫星和 IGSO 区别开。主要表现在 MEO 卫星和 IGSO 卫星可以直接获得观测瞬间地固坐标系下的升交点经度，进而计算卫星在 CGS2000 坐标系中的坐标，而 MEO 卫星需要先计算观测瞬间惯性系升交点经度，通过计算自定义惯性系下的坐标，来转换成 CGS2000 坐标系中的坐标。

三是多频数据的应用方法不同。目前 GPS 提供的是双频数据，而北斗提供了三个不同频率的数据，对于不同频率数据的测量精度及其多频特性的应用方法均有待于进一步研究。

2.4 本章小结

本章首先提及了 GNSS 定位解算的基本观测模型，并在此基础上介绍了相对测量的单差、双差和三差数学模型，给出了利用双差模型进行相对定位的随机模型。论述了影响定位精度的各项误差因素，并介绍了几种减弱这些误差影响的方法。双差观测模型消除了卫星轨道误差、卫星钟差、卫星天线相位中心误差、接收机钟差和接收机天线相位中心误差

等的影响，在短基线测量时，大幅削弱了电离层延迟和对流层延迟等误差的影响，误差源主要是多路径效应和观测噪声。最后介绍了北斗相对定位解算的特点，主要包括时空系统，异构星座及多频数据三个方面。

第三章 周跳探测与修复

由于载波相位观测量的测量精度较高，因此在高精度测量中使用的主要观测量就是载波相位观测量，其完整的表达形式如下所示：

$$\tilde{\phi}(t_i) = N_0 + \text{Int}[\phi(t_i - t_0)] + \text{Fr}[\phi(t_i)] \quad (3.1)$$

式中： t_0 为起始历元时刻； t_i 为当前历元时刻； N_0 为起始历元 t_0 的整周模糊度； $\text{Int}[\phi(t_i - t_0)]$ 为由起始历元 t_0 到当前历元 t_i 的相位变化计数的整数部分； $\text{Fr}[\phi(t_i)]$ 为相位变化计数的小数部分。

当接收机捕获到卫星信号并进行跟踪以后会对相位变化进行计数，即上式中的 $\text{Int}[\phi(t_i - t_0)]$ 和 $\text{Fr}[\phi(t_i)]$ 为已知值，因此只需要确定初始整周模糊度 N_0 就能进行高精度的定位。

然而当受到环境或其他各种因素的影响时，接收机的载波跟踪环路可能发生信号失锁，整周计数会出现暂时中断。接收机重新锁定信号后，整周计数的小数部分不受跟踪中断的影响，但相位变化的整数部分则发生了跳变。这种现象就叫做整周跳变，简称周跳。其后的所有载波观测量均受到此整周跳变的影响。因此，在将载波相位数据用于精密测量之前，先要对数据进行预处理，对数据中的周跳进行探测和修复。

3.1 周跳探测的几种常用方法

常用的周跳探测方法有高次差法^[34]、电离层残差法、伪距相位组合法、多项式拟合法和多普勒积分法等。下面对电离层残差法 (Geometry-free)、多普勒积分法和伪距相位法做一下介绍。

3.1.1 电离层残差法

美国学者 Goad (1986) 提出了使用双频载波观测量的电离层残差对周跳进行探测^[35]。即对同一历元不同频率的载波相位观测值做差可得：

$$L_{gf} = \phi_1 \lambda_1 - \phi_2 \lambda_2 = N_1 \lambda_1 - N_2 \lambda_2 - (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \cdot \frac{I}{f_1^2} + \varepsilon_{\phi_1} \lambda_1 - \varepsilon_{\phi_2} \lambda_2 \quad (3.2)$$

式中下标 1 和 2 分别表示 L1 和 L2 两个不同频率； ϕ 表示载波观测值 (周)； λ 和 f 分别为波长和频率； N 为整周模糊度； I 为电离层电子总含量的函数。这个组合值包含了频间模糊度之差，频间电离层影响之差及载波观测噪声等。对上式两端同时除以 λ_1 可得：

$$L_{gf} / \lambda_1 = \phi_1 - \phi_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = N_1 - N_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \cdot \frac{I}{\lambda_1 \cdot f_1^2} + \varepsilon_{\phi_1} - \varepsilon_{\phi_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.3)$$

式中的 $-(1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \cdot \frac{I}{\lambda_1 \cdot f_1^2}$ 即为用 L1 波长表示的双频载波相位观测的电离层延迟差值，称为电离层残差。在大气层没有发生剧烈变化，历元间隔几秒的情况下，电离层残差变化较小。

忽略载波相位观测噪声，历元间的 L_{gf} / λ_1 之差为：

$$\frac{\Delta L_{sf}}{\lambda_1} = \Delta N_1 - \Delta N_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \cdot \frac{\Delta I}{\lambda_1 \cdot f_1^2} + \Delta \varepsilon_{\phi_1} - \Delta \varepsilon_{\phi_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.4)$$

其中 ΔN_1 和 ΔN_2 为不同频率上的周跳值。当历元间没有发生周跳时, ΔN_1 和 ΔN_2 都为零。因此可以通过观察 $\frac{\Delta L_{sf}}{\lambda_1}$ 值是否发生突变来探测是否存在周跳^[36]。这种探测方法对周跳十分敏感且有效。但值得注意的是, 当 L1 和 L2 两个频率同时发生周跳, 且满足 $\Delta N_1 - \Delta N_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0$ 时, 这种探测方法将会失效, 需要与其他方法配合使用。

北斗系统包含 B1、B2、B3 三个频点的数据, 它们两两之间均可组成电离层残差。

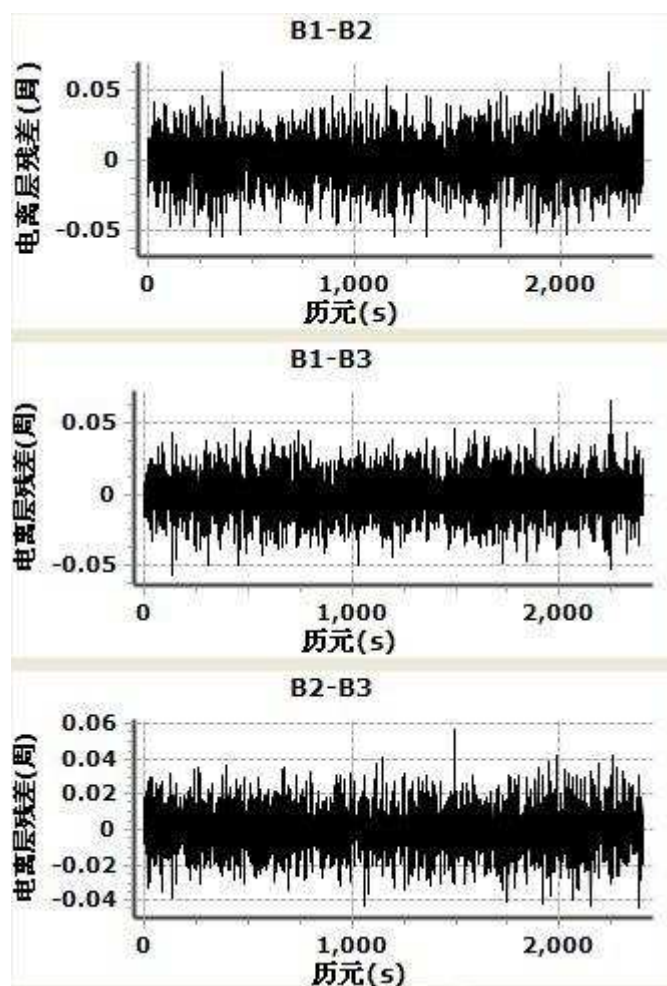


图 3-1 电离层残差变化

上图反映的是一段无周跳的北斗实测静态数据利用 (3.3) 式计算获得的电离层残差变化情况, 数据采样间隔为 1 秒。可以发现不同频率间的电离层残差值都要小于 0.1 周。

3.1.2 多普勒积分法

多普勒观测值 D 表示载波相位观测值 φ 的变化率, 即 $D = \frac{d\varphi}{dt}$ 。同时, 在观测过程中, 多普勒值相对载波相位观测值是独立稳定的, 并不因载波相位发生周跳而发生改变。因此

在载波相位发生周跳时，仍然可以通过多普勒积分进行周跳探测，即^[37]：

$$\Delta N = \Delta\varphi - D \int_{\Delta t} dt + \varepsilon \quad (3.5)$$

式中： ΔN 表示在时间间隔 Δt 内的周跳； $\Delta\varphi$ 表示 Δt 内的载波相位变化量； ε 为误差项。利用梯形公式求积可将上式近似转化为^[38]：

$$\Delta N_k = (\varphi_k - \varphi_{k-1}) - (\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_{k-1}) \Delta t / 2 \quad (3.6)$$

ΔN_k 表示第 k 历元发生的周跳； φ 表示载波相位观测值； $\dot{\varphi}$ 则为多普勒观测值； Δt 表示第 k 历元和第 $k-1$ 历元的时间间隔。

但是由于载波相位的变化是非线性化的，在时间间隔 Δt 较大时，数值积分的误差较大，因此使用多普勒积分法探测周跳更适合用于采样率较高的数据。

使用上述数据，利用不同频率的多普勒观测值计算载波相位值，与载波相位的实际观测值求差，其残差结果如下图所示：

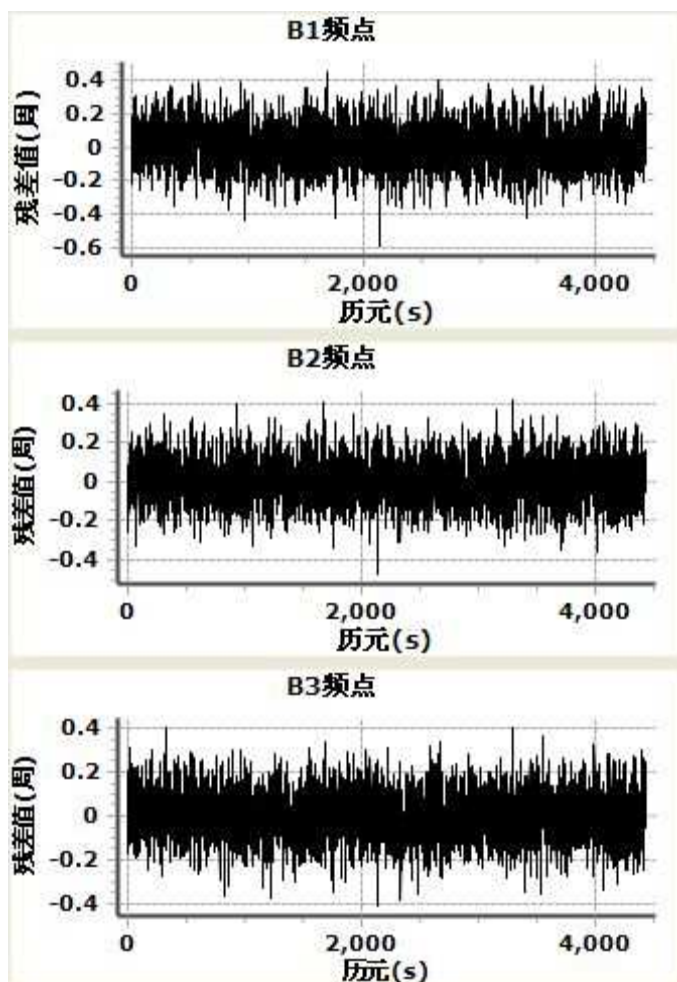


图 3-2 多普勒计算值与载波相位观测值的差异

图中三个频率的残差值都要比电离层残差法大一个数量级，可见这种方法对周跳的敏感度比电离层残差法要相对弱一点。

3.1.3 伪距相位组合法

比较(2.1)式中伪距和载波相位观测方程可以发现伪距观测值中式不含整周模糊度的。因此对同一历元载波相位观测值与伪距观测值做差可得到周跳的检测量^[39]：

$$\varphi\lambda - P = \lambda N - 2I + T + \varepsilon_{\Phi} - \varepsilon_P \quad (3.7)$$

这个检测量主要包含整周模糊度、电离层延迟、对流层延迟和观测量噪声，消除了站星距离的影响。

将(3.7)式两端同时除以波长可得到：

$$\varphi - \frac{P}{\lambda} = N - 2\frac{I}{\lambda} + \frac{T}{\lambda} + \frac{\varepsilon_{\Phi}}{\lambda} - \frac{\varepsilon_P}{\lambda} \quad (3.8)$$

对上式历元间做差可得到周跳估值：

$$\Delta N = \Delta\varphi - \frac{\Delta P}{\lambda} + 2\frac{\Delta I}{\lambda} - \frac{\Delta T}{\lambda} - \frac{\Delta\varepsilon_{\Phi}}{\lambda} + \frac{\Delta\varepsilon_P}{\lambda} \quad (3.9)$$

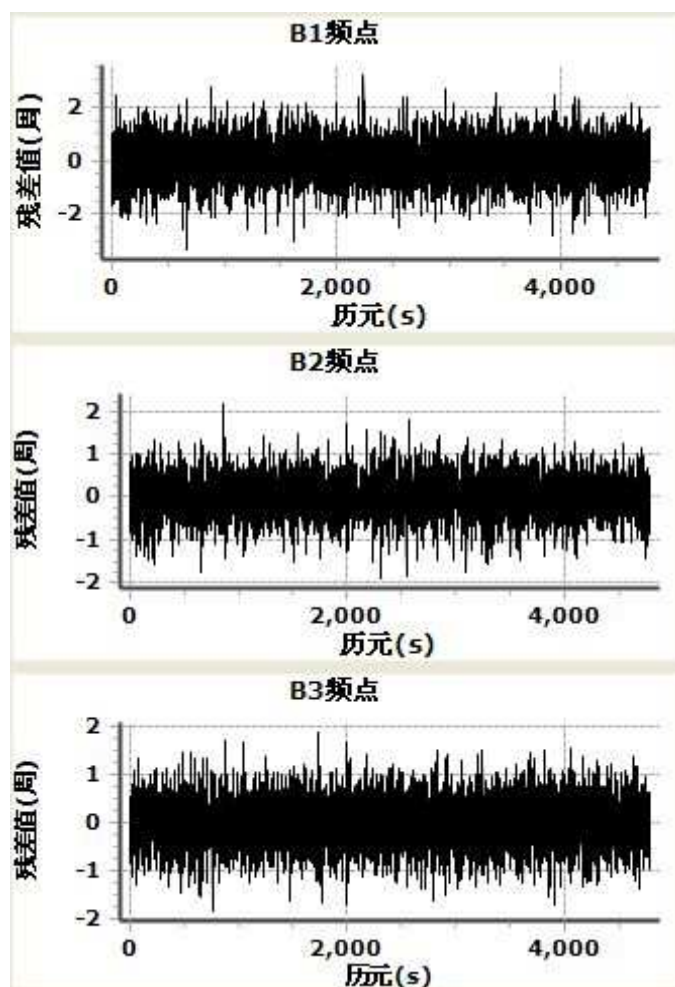


图 3-3 载波伪距差分残差变化

上图表示的是 B1, B2, B3 频点对载波伪距进行差分获得的残差变化情况。使用的数据与前面相同。通过上图可以看出这种方法探测出的周跳残差在 2 周左右，不太适合探测

小周跳。

3.2 三频数据在周跳探测中的应用

3.2.1 组合观测量的定义

伪距和载波相位的多频观测模型可写为：

$$\begin{cases} \varphi_i = \frac{\tilde{\rho}}{\lambda_i} + N_i - \frac{f_1^2}{f_i^2} \cdot \frac{I}{f_1^2 \lambda_i} + \varepsilon_\varphi \\ P_i = \tilde{\rho} + \frac{f_1^2}{f_i^2} \cdot \frac{I}{f_1^2} + \varepsilon_P \end{cases} \quad (3.10)$$

其中：

i 为频点序号 ($i=1,2,3$)；

P 和 φ 分别为伪距观测值和载波观测值；

I/f_1^2 为 B1 频点的电离层延迟；

$\tilde{\rho}$ 为包含各种与频率无关误差的站星几何距离；

λ 和 f 分别为波长和频率；

N_j 为整周模糊度。

则载波相位的三频组合观测量的数据以周为单位可定义为 $\varphi_{i,j,k} = i\varphi_1 + j\varphi_2 + k\varphi_3$ ，如下表示^{[40][41]}：

$$\varphi_{i,j,k} [\text{cycle}] = \frac{\tilde{\rho}}{\lambda_{i,j,k}} + N_{i,j,k} - \frac{f_1^2}{f_{i,j,k}^2} \cdot \frac{I}{f_1^2 \lambda_{i,j,k}} + \varepsilon_{\varphi_{i,j,k}} \quad (3.11)$$

式中： i, j, k 为载波相位和伪距观测量的组合系数，为保持模糊度的整周特性，这几个值通常为整数； $\lambda_{i,j,k} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{i\lambda_2 \lambda_3 + j\lambda_1 \lambda_3 + k\lambda_1 \lambda_2}$ 为组合观测量的波长； $N_{i,j,k} = iN_1 + jN_2 + kN_3$ 为组合观测量的等效模糊度； $f_{i,j,k} = if_1 + jf_2 + kf_3$ 为组合波长。

以米为单位时，载波相位的组合观测值可定义为 $\Phi_{i,j,k} = \frac{if_1\Phi_1 + jf_2\Phi_2 + kf_3\Phi_3}{if_1 + jf_2 + kf_3}$ ，如下表示：

$$\varphi_{i,j,k} [m] = \tilde{\rho} + \lambda_{i,j,k} N_{i,j,k} - \left(\frac{i}{f_1} + \frac{j}{f_2} + \frac{k}{f_3} \right) \frac{f_1^2}{f_{i,j,k}} \cdot \frac{I}{f_1^2} + \varepsilon_{P_{i,j,k}} \quad (3.12)$$

3.2.2 组合观测量的误差分析

3.2.2.1 组合观测值电离层延迟误差分析

电离层延迟误差与频率的大小有关，组合观测量的频率为 $f_{i,j,k} = if_1 + jf_2 + kf_3$ 。可将组合观测值的电离层延迟误差与 B1 频点的电离层延迟误差之比作为电离层延迟误差比例因子，以比较组合前后电离层延迟误差的变化大小。

在以周为单位的情况下，B1 频点的电离层延迟为 $\frac{I}{f_1^2 \lambda_1}$ ，组合观测值电离层延迟误差

为 $\frac{f_1^2}{f_{i,j,k}^2} \cdot \frac{I}{f_1^2 \lambda_{i,j,k}}$ ；则载波相位组合观测量的电离层延迟误差比例因子为：

$$a_{ion} [cycle] = \frac{f_1^2}{f_{i,j,k}^2} \cdot \frac{I}{f_1^2 \lambda_{i,j,k}} \bigg/ \frac{I}{f_1^2 \lambda_1} = i + \frac{jf_1}{f_2} + \frac{kf_1}{f_3} \quad (3.13)$$

以米为单位的情况下，B1 频点的电离层延迟为 $\frac{I}{f_1^2}$ ，组合观测值电离层延迟误差为

$\left(\frac{i}{f_1} + \frac{j}{f_2} + \frac{k}{f_3}\right) \frac{f_1^2}{f_{i,j,k}^2} \cdot \frac{I}{f_1^2}$ ；则电离层延迟误差比例因子为：

$$a_{ion} [m] = \left(\frac{i}{f_1} + \frac{j}{f_2} + \frac{k}{f_3}\right) \frac{f_1^2}{f_{i,j,k}^2} \cdot \frac{I}{f_1^2} \bigg/ \frac{I}{f_1^2} = \left(i + \frac{jf_1}{f_2} + \frac{kf_1}{f_3}\right) \frac{f_1}{f_{i,j,k}^2} \quad (3.14)$$

3.2.2.2 组合观测值对流层延迟误差分析

当观测方程以周为单位时，由于组合波长发生变化，对流层延迟误差影响也将发生变化。而由于对流层延迟误差的大小与频率无关，因此当以米为单位时，观测值组合前后的大小在距离上都不会发生变化。可获得对流层延迟误差比例因子如下所示：

$$\begin{cases} a_{trop} [cycle] = \frac{iT + jT + kT}{\lambda_{i,j,k}} \bigg/ \frac{T}{\lambda_1} = (i + j + k) \frac{\lambda_1}{\lambda_{i,j,k}} \\ a_{trop} [m] = \frac{if_1T + jf_2T + kf_3T}{if_1 + jf_2 + kf_3} \bigg/ T = 1 \end{cases} \quad (3.15)$$

3.2.2.3 观测噪声分析

令载波相位观测值的标准差为 σ_ϕ （周），假设三个不同频点观测值的标准差均独立相等，则根据组合观测量的定义及误差传播定律可得到组合观测量的观测噪声比例因子为：

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi_{i,j,k}} [cycle] &= \sqrt{i^2 \sigma_{\phi_1}^2 + j^2 \sigma_{\phi_2}^2 + k^2 \sigma_{\phi_3}^2} / \sigma_\phi \\ &= \sqrt{i^2 + j^2 + k^2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

同理，若以米为单位的载波相位标准方差为 σ_Φ （米），则三频载波相位组合观测量的观测噪声为：

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi_{i,j,k}} [m] &= \sqrt{\frac{(if_1)^2 \sigma_{\Phi_1}^2 + (jf_2)^2 \sigma_{\Phi_2}^2 + (kf_3)^2 \sigma_{\Phi_3}^2}{(if_1 + jf_2 + kf_3)^2}} / \sigma_\Phi \\ &= \sqrt{\frac{(if_1)^2 + (jf_2)^2 + (kf_3)^2}{(if_1 + jf_2 + kf_3)^2}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.2.3 几种不同的三频数据组合

3.2.3.1 伪距相位组合观测量

传统的双频伪距相位组合法在探测修复周跳时由于组合波长的限制，受伪距精度和电离层影响较大，对小周跳敏感度不高，而多频数据可以组成更加灵活的波长组合，比传统的双频伪距相位组合法有着更大优势。将不同频点相位观测值与伪距观测值进行数据组

合，可得到模糊度^[5]：

$$N_j = \varphi_j - P_i / \lambda_j + \left(\frac{f_1}{f_j} + \frac{f_1^2 \lambda_1}{f_i^2 \lambda_j} \right) \cdot \frac{I}{f_1^2 \lambda_1} + \frac{\varepsilon_P}{\lambda_j} + \varepsilon_{\varphi_j} \quad (3.18)$$

对于 $L_{(a,b,c)} - P_{(l,m,n)}$ 组合的伪距和相位观测值，其模糊度为：

$$N_{a,b,c} = \varphi_{a,b,c} - P_{l,m,n} / \lambda_{a,b,c} + (\alpha_{ion} + \beta_{ion}) \cdot \frac{I}{f_1^2 \lambda_1} + \frac{\varepsilon_{P_{l,m,n}}}{\lambda_{a,b,c}} + \varepsilon_{\varphi_{a,b,c}} \quad (3.19)$$

式中： $N_{a,b,c} = aN_1 + bN_2 + cN_3$ ； $\varphi_{a,b,c} = a\varphi_1 + b\varphi_2 + c\varphi_3$ ； $P_{l,m,n} = lP_1 + mP_2 + nP_3$ ，其中

$$(l+m+n=1)；\lambda_{a,b,c} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{a\lambda_2 \lambda_3 + b\lambda_1 \lambda_3 + c\lambda_1 \lambda_2}；a_{ion} = a + \frac{bf_1}{f_2} + \frac{cf_1}{f_3}；$$

$$\beta_{ion} = (l + \frac{mf_1}{f_2} + \frac{nf_1}{f_3}) \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_{a,b,c}} = (l + \frac{mf_1}{f_2} + \frac{nf_1}{f_3}) (a + \frac{bf_2}{f_1} + \frac{cf_3}{f_1})$$

对其历元间模糊度做差可得到周跳：

$$\Delta N_{a,b,c} = \Delta \varphi_{a,b,c} - \Delta P_{l,m,n} / \lambda_{a,b,c} - (\alpha_{ion} + \beta_{ion}) \cdot \frac{\Delta I}{f_1^2 \lambda_1} - \frac{\Delta \varepsilon_P}{\lambda_{a,b,c}} + \Delta \varepsilon_{\varphi_{a,b,c}} \quad (3.20)$$

$$\Delta N_{a,b,c} = a\Delta N_1 + b\Delta N_2 + c\Delta N_3 \quad (3.21)$$

式中 Δ 表示历元间差值符号。

3.2.3.2 Geometry-free 组合观测量

Geometry-free 三频组合的数学模型为^[4]：

$$\begin{aligned} L_{a,b,c} &= a\varphi_1 \lambda_1 + b\varphi_2 \lambda_2 + c\varphi_3 \lambda_3 \\ &= aN_1 \lambda_1 + bN_2 \lambda_2 + cN_3 \lambda_3 - (a + b \frac{f_1^2}{f_2^2} + c \frac{f_1^2}{f_3^2}) \cdot \frac{I}{f_1^2} + a\varepsilon_{\varphi_1} \lambda_1 + b\varepsilon_{\varphi_2} \lambda_2 + c\varepsilon_{\varphi_3} \lambda_3 \end{aligned} \quad (3.22)$$

式中 a, b, c 不全为零，且满足 $a + b + c = 0$ 。对历元间电离层残差组合观测量求差，可将组合观测值的周跳定义为：

$$\begin{cases} \Delta N_{a,b,c} = \Delta N_1 + \frac{b\lambda_2}{a\lambda_1} \Delta N_2 + \frac{c\lambda_3}{a\lambda_1} \Delta N_3 & (a \neq 0) \\ \Delta N_{a,b,c} = \Delta N_2 + \frac{c\lambda_3}{b\lambda_2} \Delta N_3 & (a = 0) \end{cases} \quad (3.23)$$

3.2.3.3 MW 组合观测量

MW 组合是由 Melbourne 和 Wubben 于 1985 年提出一种组合观测量，也称作 widelane phase minus narrow pseudorange，由宽巷载波与窄巷伪距求差得到，若不考虑多路径效应和观测噪声可以写为^[23]：

$$N_{i,j} = (\varphi_i - \varphi_j) - \frac{f_i - f_j}{f_i + f_j} \left(\frac{P_i}{\lambda_i} + \frac{P_j}{\lambda_j} \right) \quad (3.24)$$

式中 $(i=1,2,3; j=1,2,3; i \neq j)$ 。MW 组合与 Geometry-free 组合观测值一样，都不含站星距离，既适用于静态观测数据也适用于动态数据。

对历元间 MW 组合观测值做差得到周跳：

$$\Delta N_{i,j} = (\Delta \varphi_i - \Delta \varphi_j) - \frac{f_i - f_j}{f_i + f_j} \left(\frac{\Delta P_i}{\lambda_i} + \frac{\Delta P_j}{\lambda_j} \right) \quad (3.25)$$

$$\Delta N_{i,j} = \Delta N_i - \Delta N_j \quad (3.26)$$

3.2.4 组合观测值的探测精度

设载波观测值精度 $\sigma_\varphi = 0.01$ 周，伪距观测值精度 $\sigma_p = 0.6$ 米，电离层历元间差异对 B1 频点载波的影响为 $\sigma_{ion} = 0.05$ 周，由 (3.20) 式可得到周跳方差的计算公式为：

$$\sigma_N^2 = 2\sigma_{\varphi_{a,b,c}}^2 + 2\sigma_{P_{l,m,n}}^2 / \lambda_{a,b,c}^2 + (\alpha_{ion} + \beta_{ion})^2 \cdot \sigma_{ion}^2 \quad (3.27)$$

以 0 周为周跳的理论真值，利用 (3.27) 式估算伪距相位组合观测量 $L_{(-1,-5,6)} - P_{(1,0,0)}$ 、 $L_{(4,-2,-3)} - P_{(1,0,0)}$ 、 $L_{(1,4,-5)} - P_{(1,0,0)}$ （以下用 $N_{(-1,-5,6)}$ 、 $N_{(4,-2,-3)}$ 和 $N_{(1,4,-5)}$ 表示），Geometry-free 组合观测量，和 MW 组合观测量的周跳标准差，将该值视为周跳噪声来评估探测精度，结果如下表所示：

表 3-1 各组合观测量属性

载波组合系数			伪距组合系数			波长 (m)	载波组合 噪声(周)	伪距组合 噪声(周)	电离层 比例因子		周跳噪 声(周)
a	b	c	l	m	n	$\lambda_{a,b,c}$	$\sigma_{\varphi_{a,b,c}}$	$\sigma_{P_{l,m,n}} / \lambda_{a,b,c}$	α_{ion}	β_{ion}	σ_N
-1	-5	6	0	0	1	20.9323	0.0787	0.0287	-0.0822	0.0092	0.1186
4	-2	-3	0	0	1	12.2105	0.0539	0.0491	-2.2784	0.0157	0.1531
1	4	-5	0	0	1	6.3707	0.0648	0.0942	0.0197	0.0301	0.1617
1	$-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$	0	0	0	0	-	0.0163	-	-0.6724	-	0.0408
1	0	$-\frac{\lambda_3}{\lambda_1}$	0	0	0	-	0.0159	-	-0.5145	-	0.0341
0	1	$-\frac{\lambda_3}{\lambda_2}$	0	0	0	-	0.0138	-	0.1221	-	0.0205
1	-1	0	$\frac{f_2-f_1}{f_1+f_2} \frac{1}{\lambda_1}$	$\frac{f_2-f_1}{f_1+f_2} \frac{1}{\lambda_2}$	0	0.8470	0.0141	0.5962	-0.2932	-0.3019	0.8440
1	0	-1	$\frac{f_3-f_1}{f_1+f_3} \frac{1}{\lambda_1}$	0	$\frac{f_3-f_1}{f_1+f_3} \frac{1}{\lambda_3}$	1.0247	0.0141	0.4803	-0.2306	-0.2018	0.6799
0	-1	1	0	$\frac{f_3-f_2}{f_2+f_3} \frac{1}{\lambda_2}$	$\frac{f_3-f_2}{f_2+f_3} \frac{1}{\lambda_3}$	4.8842	0.0141	0.0178	-0.0626	-0.0102	0.0323

由表 3-1 可以看出，伪距相位组合观测量 $N_{(-1,-5,6)}$ 、 $N_{(4,-2,-3)}$ 和 $N_{(1,4,-5)}$ 虽然波长较长且电离层比例因子较小，却扩大了载波及伪距原始观测量噪声，周跳标准差为 0.1 周~0.2 周。Geometry-free 组合观测量 N_{GF12} 、 N_{GF13} 、 N_{GF23} 受历元间电离层变化量的影响较大，但在绝大多数情况下，该值变化很小，其周跳标准差为 0.02 周~0.05 周，探测精度较伪距相位组合观测量提高了 4 倍，探测精度为 0.1~0.2 周。MW 组合观测量中， N_{MW23} 的波长较

大,且原始观测值噪声和电离层比例因子都较 N_{MW12} 和 N_{MW13} 要小,周跳标准差为约为 0.03 周,与 Geometry-free 组合观测量相仿。因此可选择 N_{GF12} 、 N_{GF13} 与 N_{MW23} 三个无几何组合观测量用于探测周跳。

3.3 算例分析

3.3.1 数据背景

本文使用的是北京市某地的北斗实测观测数据,开始时间 2011 年 9 月 16 日 11 时 09 分 56 秒,时长 3010 个历元。数据中包含 B1、B2、B3 三个频点的伪距、载波、多普勒数据,采样间隔为 1 秒。本文使用的数据为北斗系统 1 号卫星的观测数据。

3.3.2 观测质量

利用电离层残差法和多普勒积分测速法对数据质量进行检验,检测结果如下图所示:

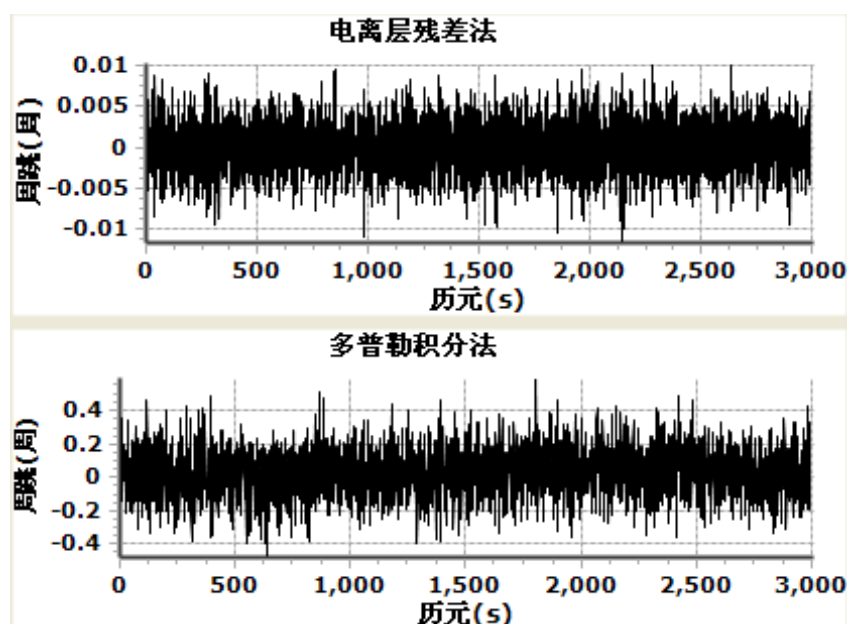
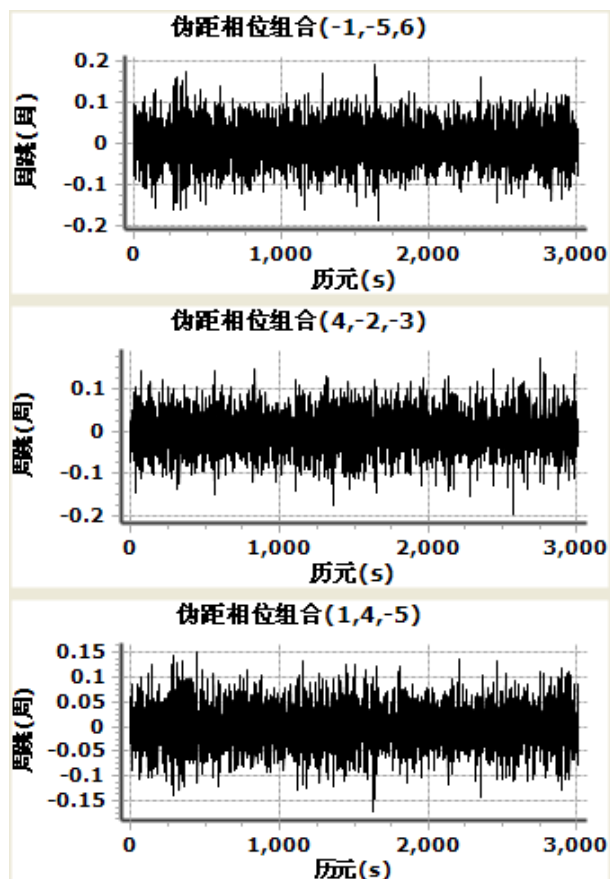


图 3-4 数据质量检查结果

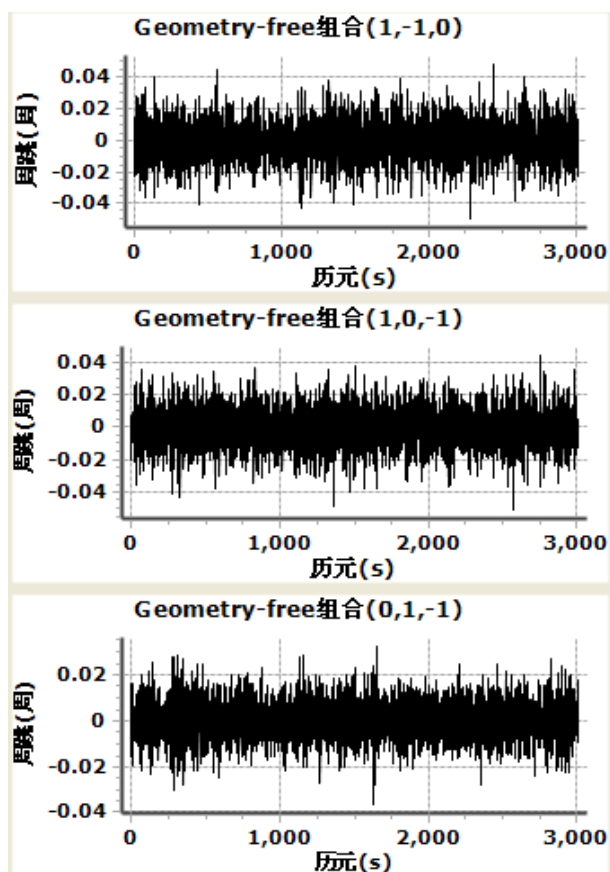
检测结果显示该时段内 1 号卫星不含粗差和 0.01 周以上的周跳,可作为可靠的实验数据。

3.3.3 组合观测量周跳噪声分析

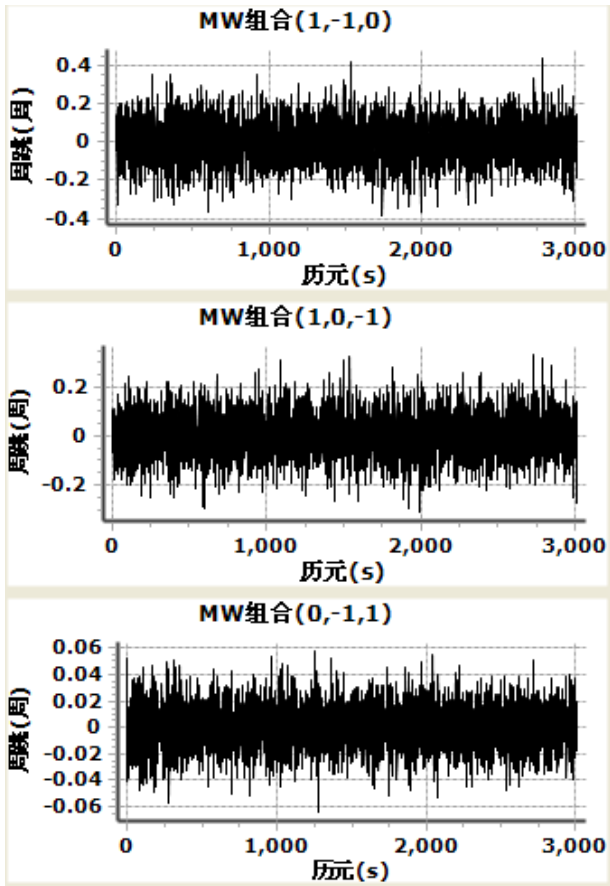
下面分别对 $N_{(-1,-5,6)}$ 、 $N_{(4,-2,-3)}$ 、和 $N_{(1,4,-5)}$ 三个伪距相位组合观测量、Geometry-free 组合观测量 N_{GF12} 、 N_{GF13} 、 N_{GF23} 及 MW 组合观测量 N_{MW12} 、 N_{MW13} 和 N_{MW23} 对质量良好的检测数据进行周跳探测,探测结果如下:



a) 伪距相位组合观测量周跳噪声



b) 电离层组合观测量周跳噪声



c) MW 组合观测量周跳噪声

图 3-5 组合观测量周跳噪声

图中伪距相位组合 $(-1, -5, 6)$ $(4, -2, -3)$ 和 $(1, 4, -5)$ 分别表示 $N_{(-1,-5,6)}$ 、 $N_{(4,-2,-3)}$ 和 $N_{(1,4,-5)}$ 三个伪距相位组合观测量的探测结果；Geometry-free 组合 $(1, -1, 0)$ $(1, 0, -1)$ 和 $(0, 1, -1)$ 分别表示 N_{GF12} 、 N_{GF13} 、 N_{GF23} 的探测结果；MW 组合 $(1, -1, 0)$ $(1, 0, -1)$ 和 $(0, 1, -1)$ 分别表示 N_{MW12} 、 N_{MW13} 和 N_{MW23} 的探测结果。

表 3-2 各组合观测量周跳噪声统计结果（周）

项目	$N_{(-1,-5,6)}$	$N_{(4,-2,-3)}$	$N_{(1,4,-5)}$	N_{GF12}	N_{GF13}	N_{GF23}	N_{MW12}	N_{MW13}	N_{MW23}
平均值	-0.0001	-0.0024	0.0001	-0.0007	-0.0005	0.0001	-0.0007	-0.0005	0.0000
标准差 σ_N	0.0505	0.0470	0.0441	0.0128	0.0127	0.0087	0.1158	0.0935	0.0174
4 倍标准差	0.202	0.188	0.1764	0.0512	0.0508	0.0348	0.4632	0.374	0.0696

由表 3-2 可知伪距相位组合观测量的周跳噪声为 0.04 周~0.05 周；Geometry-free 组合观测量的周跳噪声为 0.01 周~0.02 周，比伪距相位组合提高了约 4 倍；MW 组合中 N_{MW23} 噪声与 Geometry-free 组合观测量相仿， N_{MW12} 和 N_{MW13} 的周跳噪声相对其他组合较大，为

0.1 周左右。测试结果印证了之前对各组合观测量的属性分析。因此可以使用 Geometry-free 组合观测量 N_{GF12} 、 N_{GF13} 和 MW 组合观测量 N_{MW23} 组成三个线性无关的无几何组合观测量进行周跳探测。

3.3.4 组合观测量周跳探测能力分析

Geometry-free 组合和 MW 组合对于一些特殊组合的探测效果不好,但同时使用两种组合进行周跳探测时可以克服特殊组合影响。不妨以上例中获得的的标准差 σ_N 作为先验值,利用递推公式获得各个历元的标准差,以 $4\sigma_N$ 作为周跳探测阈值。分别在第 50、100、150、200、250、300、350 历元对三个频点加上周跳组合(单位:周)(9, 7, 0)、(16, 0, 13)、(0, 1, 1)、(1, 0, 0)、(0, 1, 0)、(0, 0, 1) 和 (1, 1, 1) 进行探测,使用 N_{GF12} 、 N_{GF13} 和 N_{MW23} 组合探测结果如下表所示:

表 3-3 各组合观测量周跳探测结果 (周)

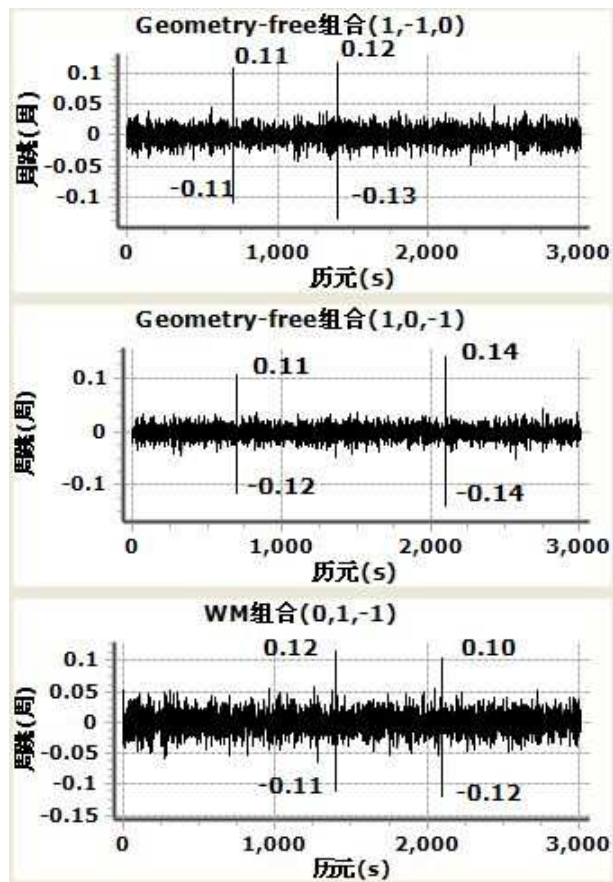
历元		50	100	150	200	250	300	350
预设周跳组合		(9, 7, 0)	(16, 0, 13)	(0, 1, 1)	(1, 0, 0)	(0, 1, 0)	(0, 0, 1)	(1, 1, 1)
N_{GF12}	周跳值	-0.0413	16.0124	-1.3092	0.9942	-1.2833	0.0134	-0.2966
	$4\sigma_N$	0.0496	0.0532	0.0455	0.0511	0.0400	0.0654	0.0392
N_{GF13}	周跳值	9.0084	0.0094	-1.2537	0.9955	-0.0031	-1.2345	-0.2271
	$4\sigma_N$	0.0480	0.0516	0.0452	0.0438	0.0422	0.0361	0.0396
N_{MW23}	周跳值	-6.9921	13.0332	0.0153	-0.0189	-1.0098	1.0229	0.0064
	$4\sigma_N$	0.0555	0.0556	0.0574	0.0563	0.0637	0.0806	0.0638

由表 3-3 可发现: N_{GF12} 组合无法探测出 (9, 7, 0) 周跳,但 N_{GF13} 和 N_{MW23} 能; N_{GF13} 无法探测出 (16, 0, 13) 周跳,但 N_{GF12} 和 N_{MW23} 能; N_{MW23} 无法探测出 (0, 1, 1) 周跳,但 N_{GF12} 和 N_{GF13} 能;当各个频率上分别单独出现 1 周大小的周跳时,使用了该频率数据的两个组合观测量都能探测出该周跳;三个频率同时出现大小相同的周跳时, N_{GF12} 和 N_{GF13} 仍能探测出来。由此可见,Geometry-free 组合和 MW 组合具有良好的互补性,可以探测出绝大多数的周跳。

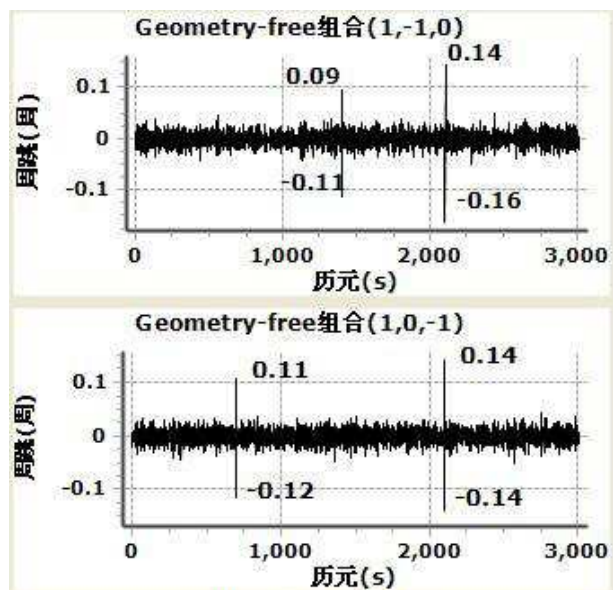
3.3.5 组合观测量粗差探测能力分析

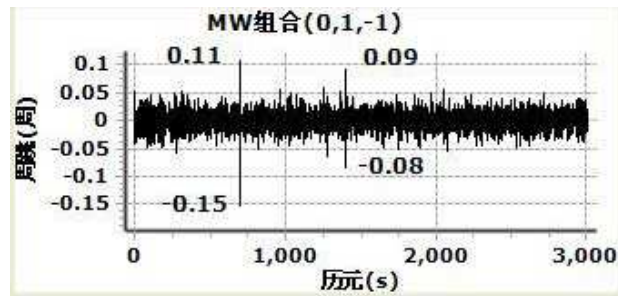
与周跳不同,粗差引起的载波跳变只会影响到单个历元。历元前后的计算获得的模糊度跳变值大小相同,符号相反。下面共进行三次探测试验。第一次试验在 701 历元、1401 历元和 2101 历元分别在不同频点单独加入 0.1 周粗差 (0, 1, 0, 0)、(0, 0, 1, 0)、(0, 0, 0, 1);第二次试验在 701 历元, 1401 历元和 2101 历元分别在 2 个频点上加入 0.1 周粗差 (0, 1, 0, 1, 0)、(0, 1, 0, 0, 1)、(0, 0, 1, 0, 1);第三次试验在 701 历元, 1401 历元和 2101

历元分别在三个频点同时加入大小相同的粗差 (0.2, 0.2, 0.2)、(0.3, 0.3, 0.3)、(0.4, 0.4, 0.4)。结果如下图所示:

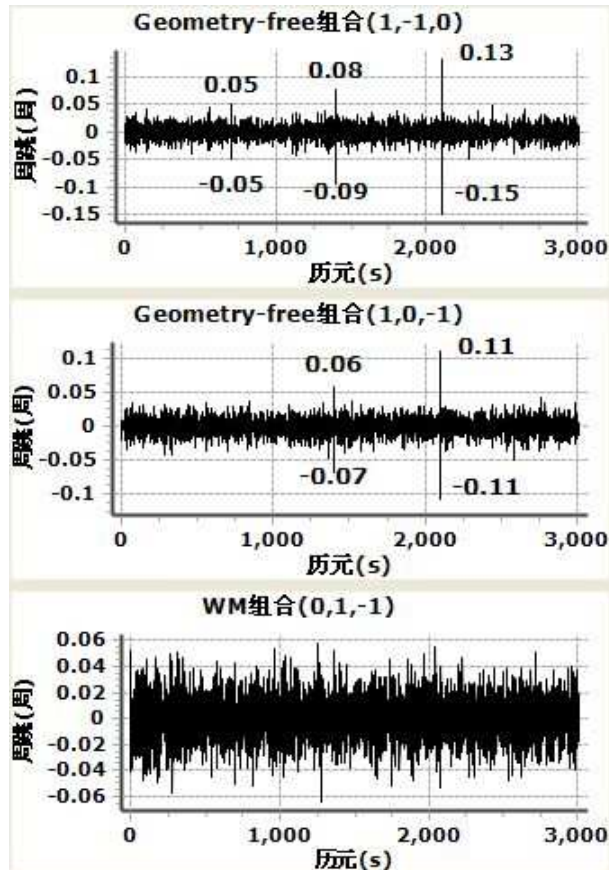


a) 第一次组合粗差探测





b) 第二次组合粗差探测



c) 第三次组合粗差探测

图 3-6 第三次组合粗差探测

由第一次探测结果可知，利用 Geometry-free 组合观测量和 MW 组合观测量获得的数据组合能够探测出各个频率上单独发生的 0.1 周以上的粗差；第二次探测结果说明：该组合能够探测出两个频率同时发生 0.1 周以上相同大小粗差；需要注意的是，在第三次探测试验中，三个频率同时发生相同大小的粗差时，该组合只能探测出 0.2~0.3 周以上的粗差。粗差产生的偶然性比较大，不同频点数据产生相同大小粗差的情况较少，因此可以认为，利用 Geometry-free 组合观测量和 MW 组合观测量获得的数据组合能够探测出绝大多数情况下 0.1 周以上的粗差。

3.3.6 组合观测量周跳修复能力分析

根据 N_{GF12} 、 N_{GF13} 和 N_{MW23} 组合观测量的线性方程，利用下式可计算出各频点上的周跳。

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \Delta N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta N_{GF12} \\ \Delta N_{GF13} \\ \Delta N_{MW23} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

式中 $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ 为载波系数组合，详见表 3-1； $\begin{pmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \Delta N_3 \end{pmatrix}$ 为各频点上的周跳； $\begin{pmatrix} \Delta N_{GF12} \\ \Delta N_{GF13} \\ \Delta N_{MW23} \end{pmatrix}$ 为组合观测量探测出的周跳值。对上例中的周跳修复结果如表 3-4 所示：

表 3-4 各组合观测量周跳修复结果（周）

历元	50	100	150	200	250	300	350
预设周跳组合	(9, 7, 0)	(16, 0, 13)	(0, 1, 1)	(1, 0, 0)	(0, 1, 0)	(0, 0, 1)	(1, 1, 1)
B1 修复结果	9.3216	16.8822	0.0211	0.6050	-0.3555	-0.0126	0.8941
B2 修复结果	7.2487	0.6814	1.0173	-0.2938	0.7233	-0.0065	0.9217
B3 修复结果	0.2584	13.7198	1.0272	-0.3113	-0.2832	0.9966	0.9045

直接利用线性方程解算出的周跳解为实数解，在该算例中的周跳修复误差在 0.5 周左右。为了解决这个问题，可以对解算出的周跳值在一定范围内进行搜索，满足 ΔN_{GF12} 、 ΔN_{GF13} 和 ΔN_{MW23} 最小的 $\Delta N_1 \Delta N_2 \Delta N_3$ 即为周跳值^[14]；或者利用多项式拟合的方法，采用最小二乘原理估算出各频点上的周跳值^[17]；也可以结合伪距相位组合的方法对周跳值进行修复。

3.4 本章小结

本章主要对周跳探测和修复方法进行了研究。首先介绍了电离层残差法、多普勒积分法和伪距相位法等几种常用的周跳探测方法，并使用北斗实测数据计算了各种方法获得的周跳残差。然后论述了三频数据组合观测量的定义，对组合观测量的各项误差进行了分析。基于周跳残差方差最小原则，对伪距相位组合、Geometry-free 组合和 MW 组合的周跳探测能力进行了比较分析。结合北斗实测数据，利用 Geometry-free 组合观测量 N_{GF12} 、 N_{GF13} 和 MW 组合观测量 N_{MW23} 组成三个线性无关的数据组合，并进行周跳探测的相关测试分析。结果显示该组合能够探测几乎所有周跳和 0.1 周以上的绝大多数粗差，与伪距相位组合观测量 $N_{(-1,-5,6)}$ 、 $N_{(4,-2,-3)}$ 、和 $N_{(1,4,-5)}$ 相比，对周跳和粗差有着更好的探测效果。

第四章 北斗相对定位解算

4.1 相对定位解算的基本步骤

相对定位解算的数据处理步骤如下：

- (1) 首先根据星历计算卫星位置；
- (2) 动态测量模式时需要利用伪距观测值解算流动站初始位置，静态测量模式时仅在第一次计算时需要计算；
- (3) 分别利用流动站概略位置和基准站已知坐标根据 (2.6) 式计算非差残差 $y_{u,\Phi}^j$ 、 $y_{u,P}^j$ 、 $y_{r,\Phi}^j$ 和 $y_{r,P}^j$ ；
- (4) 根据先验信息构建（更新）状态向量 X 及其方差协方差阵 Σ_X ；
- (5) 利用获得的非差残差根据 (2.7) 式组成双差残差 V ，并构建双差模型系数矩阵 A ；
- (6) 进行模糊度估计，利用平差方法解算整周模糊度的实数解；
- (7) 进行模糊度搜索，获得整周模糊度的整数解；
- (8) 回代方程，获得基线参数估计的固定解。

相对定位计算流程图如下图所示：

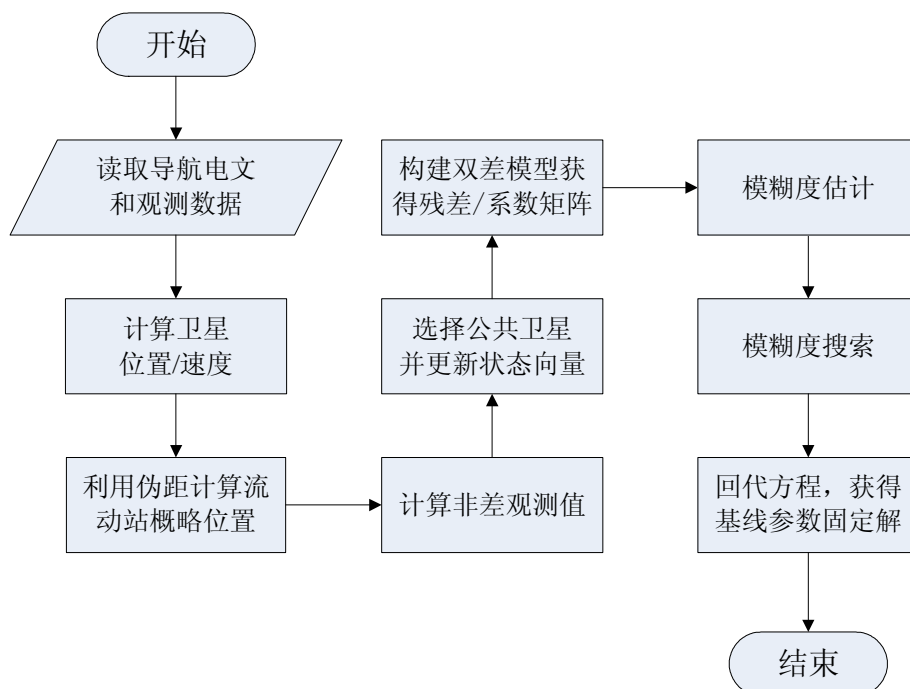


图 4-1 相对定位解算流程图

由 (3.1) 式可知，想要获得高精度的载波相位观测值，就必须准确确定整周模糊度的大小。只要整周模糊度被准确固定，就相当于获得了毫米级的伪距观测值。因此精密相对

定位的核心技术就是整周模糊度的解算，如图 4-1 所示，模糊度解算的核心技术主要包含两个步骤：模糊度实数估计和整周模糊度搜索。

模糊度估计就是首先建立观测方程，利用平差方法解算整周模糊度的实数解（也叫浮点解），即暂时忽略整周模糊度的整数特性，不进行凑整或重新解算。因为如果测量误差较大，直接取整可能产生的偏差更大。通过模糊度估计可以得到接收机位置坐标、整周模糊度实数解参数及其方差协方差阵。这一步骤可以理解为获得整周模糊度的“估计值”，它的解算速度和精度对整个解算过程影响较大。常用的模糊度估计方法有最小二乘法和卡尔曼滤波法等。其中最小二乘法适用于静态定位，而在动态定位时由于观测量相对较少，因此常使用卡尔曼滤波法。

模糊度搜索是首先利用模糊度实数解及其方差来确定所有可能的模糊度组合，即建立搜索空间，再顾及模糊度的整数特性以模糊度残差平方和最小原则进行搜索，排除搜索空间中的错误组合，确认出正确的模糊度整数解（也叫固定解）。这种方法是目前模糊度搜索技术的研究热点，比较有代表性的有：最小二乘搜索法（LSAST）、快速模糊度解算方法（FARA）、快速模糊度搜索滤波法（FASF）、以及最小二乘模糊度去相关平差法（LAMBDA）等。其中 LAMBDA 方法既能在静态解算中使用，也能在动态解算中使用，是其中性能较好，理论体系较为完善的算法之一。

4.2 采用卡尔曼滤波法估算模糊度实数解

4.2.1 基本滤波模型及推算过程

卡尔曼滤波是一种由计算机实现的递推算法。它以随机信号作为处理对象，向滤波器输入系统观测量，根据系统噪声和观测噪声的统计特性，利用系统状态方程和观测方程，通过时间更新和观测更新算法进行估计，输出所需要的系统状态信息或参数。

其中状态方程很难用数学方法精确的表达，实际使用时通常都会在精度损失不大的情况下进行简化处理。常用的状态方程有常速方程和常加速方程，在载体运动状态变化较大时需要采用常加速方程，静态测量或载体运动状态变化不大时可采用常速方程。在高精度动态测量时，如果数据采样间隔为 1 秒或小于 1 秒也可采用常速方程。

卡尔曼滤波基本模型的状态方程可概略表示为^[23]：

$$x_k = \Phi_{k,k-1} x_{k-1} + \Gamma_{k-1} w_{k-1} \quad (4.1)$$

观测方程概略表示为：

$$L_k = A_k \cdot x_k - v_k \quad (4.2)$$

其中：

x_k 为待估状态向量，通常包含测站运动状态参数，如位置、速度和加速度等，设其为 n 维；

$\Phi_{k,k-1}$ 为 $n \times n$ 阶的状态转移矩阵；

w_{k-1} 为系统噪声向量，设其为 q 维；

Γ_{k-1} 为 $n \times q$ 阶的干扰系数矩阵;

L_k 为第 k 历元的观测值向量;

A_k 为观测方程设计矩阵;

v_k 为观测噪声。

随机模型可以描述如下:

(1) 系统噪声和观测噪声都是均值为零的白噪声, 即:

$$\begin{cases} E(w_k) = 0, E(w_k, w_l) = Q_w \delta_{kl} \\ E(v_k) = 0, E(v_k, v_l) = R_x \delta_{kl} \end{cases} \quad (4.3)$$

其中 $Q_w = \sigma_0^2 P_w^{-1}$ 为系统噪声向量的方差协方差阵 (σ_0^2 为单位中误差); $R_x = \sigma_0^2 P_x^{-1}$ 为观测噪声向量的方差协方差阵; δ_{kl} 为克罗内克函数。

(2) 系统噪声与观测噪声互不相关:

$$\text{cov}(w_k, v_k) = 0 \quad (4.4)$$

(3) 系统状态向量的初值 x_0 是具有正态分布或其它分布的随机向量, 它的均值和方差可表示为:

$$\begin{cases} \hat{x}_0 = E(x_0) \\ \text{var}(x_0) = P_0 (P_0 \geq 0) \end{cases} \quad (4.5)$$

下面介绍卡尔曼滤波的解算过程^[42]:

由第 $k-1$ 历元的系统状态向量 \hat{x}_{k-1} 及其权逆阵 $P_{\hat{x}_{k-1}}^{-1}$ 推算第 k 历元的状态向量估值 \bar{x}_k 及其权逆阵 $P_{\bar{x}_k}^{-1}$

$$\bar{x}_k = \Phi_{k-1,k} \hat{x}_{k-1} \quad (4.6)$$

$$P_{\bar{x}_k}^{-1} = \Phi_{k-1,k} P_{\hat{x}_{k-1}}^{-1} \Phi_{k-1,k}^T + P_{w_k}^{-1} \quad (4.7)$$

式中 $P_{w_k}^{-1}$ 为系统状态噪声矩阵:

$$P_{w_k}^{-1} = \Gamma_{k,k-1} P_{w_{k-1}}^{-1} \Gamma_{k,k-1}^T \quad (4.8)$$

利用获得的预估状态向量 \bar{x}_k 及其权逆阵 $P_{\bar{x}_k}^{-1}$ 计算预估残差向量 \bar{v}_k 及其权逆阵 $P_{\bar{v}_k}^{-1}$:

$$\bar{v}_k = A_k \bar{x}_k - L_k \quad (4.9)$$

$$P_{\bar{v}_k}^{-1} = A_k P_{\bar{x}_k}^{-1} A_k^T + P_x^{-1} \quad (4.10)$$

利用预估残差权逆阵 $P_{\bar{v}_k}^{-1}$ 计算增益矩阵 K_k :

$$K_k = P_{\bar{x}_k}^{-1} A_k^T P_{\bar{v}_k} \quad (4.11)$$

最后利用预估残差 \bar{v}_k 及增益矩阵 K_k 计算出 k 时刻状态向量 \hat{x}_k 及其权逆阵 $P_{\hat{x}_k}^{-1}$:

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k - K_k \bar{v}_k \quad (4.12)$$

$$P_{\hat{x}_k}^{-1} = P_{\bar{x}_k}^{-1} - K_k A_k P_{\bar{x}_k}^{-1} \quad (4.13)$$

4.2.2 附加模糊度参数模型及推算过程

在附加模糊度参数模型中, 待估状态向量 x_k 中不仅包含位置和速度等接受运动状态参数, 同时包含模糊度向量参数, 利用卡尔曼滤波的方法对模糊度也进行推算估计^[22]。对线性化法方程(2.8)式中获得的待估参数 X 和残差 V 进行更新。根据(4.9)式, 对于第 k 历元

获得的数据，(2.8)式可改写为如下形式：

$$\bar{V}_k = A_k \cdot \bar{X}_k - L_k \quad (4.14)$$

由(4.7)式可得到第 k 历元残差 \bar{V}_k 的方差协方差阵 $\Sigma_{\bar{V}_k}$ 为：

$$\Sigma_{\bar{V}_k} = H_k \Sigma_{\bar{X}_k} H_k^T + R \quad (4.15)$$

其中 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 为待估参数向量的方差协方差矩阵。在实际计算中，当测量模式为静态测量时，该值可直接使用前一历元的方差协方差阵 $\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}$ 。若为第一次进行估算时，可使用经验值。

利用待估参数向量的方差协方差阵 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 和残差方差协方差阵 $\Sigma_{\bar{V}_k}$ 可得到增益矩阵 K_k ：

$$K_k = \Sigma_{\bar{X}_k} H_k^T \Sigma_{\bar{V}_k}^{-1} \quad (4.16)$$

最后可得到第 k 历元的待估参数向量及其方差协方差阵：

$$\hat{X}_k = X_k - K_k \cdot \bar{V}_k \quad (4.17)$$

$$\Sigma_{\hat{X}_k} = (I - K_k H_k) \Sigma_{\bar{X}_k} \quad (4.18)$$

当测量模式为动态测量时，可增加迭代次数。

获得的待估参数向量 $X_k = [x, y, z, \Delta N_{ur}^1, \Delta N_{ur}^2, \dots, \Delta N_{ur}^m]^T$ 中包含测站坐标和各个卫星的站间单差模糊度。设计一个单差转双差矩阵 D ，将各卫星单差模糊度与任一卫星做差即可获得双差模糊度的浮点解 $\tilde{N} = [\nabla \Delta N_{ur}^1, \nabla \Delta N_{ur}^2, \dots, \nabla \Delta N_{ur}^{m-1}]^T$ ，即令

$$D = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \\ & D_b \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

其中 $D_b = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 1 & 0 & & -1 \end{bmatrix}_{(m-1) \times m}$ ，通过计算得到双差模糊度浮点解及其方差协方差阵：

$$DX_k = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \Delta N_{ur}^1 \\ \tilde{N} \end{bmatrix}_{(3+m) \times 1} \quad (4.20)$$

$$D^T \Sigma_{\hat{X}_k} D = \begin{bmatrix} \Sigma_{xyz} & & \\ & \sigma_{\Delta N_{ur}^1}^2 & \\ & & \Sigma_{\tilde{N}} \end{bmatrix}_{(3+m) \times (3+m)} \quad (4.21)$$

其中 Σ_{xyz} 为流动站位置坐标的方差协方差阵； $\sigma_{\Delta N_{ur}^1}^2$ 为参考卫星站间单差模糊度的方差值； $\Sigma_{\tilde{N}}$ 为双差模糊度的方差协方差阵，它对后面进行的模糊度搜索起重要作用。

4.3 利用 LAMBDA 法搜索模糊度整数解

获得模糊度实数解之后要做的工作就是对可能存在的整数组合进行搜索以获得需要的模糊度整数解。

4.3.1 模糊度搜索空间

首先根据实数解 \tilde{N} 及其方差 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 确定整数解的搜索范围。搜索范围的大小需要根据一定的原则进行恰当的设定，如果设置得太小则无法把准确的模糊度组合包含进来，如果设置得太大则会降低计算效率。LAMBDA 法是一种基于整数最小二乘法提出的一种模糊度搜索方法，它通过下式计算模糊度的固定解：

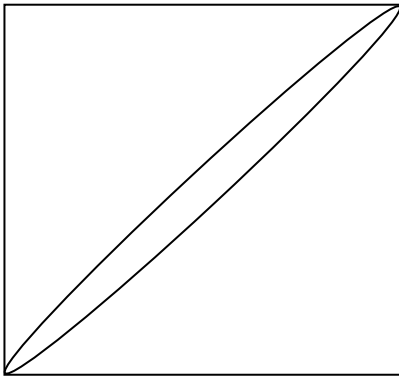
$$\Omega(N) = (\tilde{N} - N)^T \Sigma_{\tilde{N}} (\tilde{N} - N) = \min \quad (4.22)$$

式中： $N \in Z^n$ 。当 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 为对角阵时，很显然要满足上式的只需要 N 直接取最接近 \tilde{N} 的整数就行了，但是由于双差模糊度之间具有相关性， $\Sigma_{\tilde{N}}$ 通常是非对角阵，不能简单的直接取整，因此求解上式的过程其实就是通过搜索的方法找出满足上式的最小整数组合。基于此，我们可以得到一个超椭球空间，其定义如下^[6]：

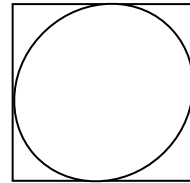
$$(\tilde{N} - N)^T \Sigma_{\tilde{N}} (\tilde{N} - N) < \chi^2 \quad (4.23)$$

这个超椭球就是搜索空间，它以浮点解 \tilde{N} 为中心，由 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 决定形状，由 χ^2 决定大小。

为了说明超椭球对模糊度搜索的影响，以二维模糊度为例。当 χ^2 大小确定时，椭圆大小固定：若 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 不为对角阵，即模糊度相关性较强时，椭圆被拉长，如图 4-2 中 a 图所示；当 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 接近对角阵，即二维模糊度相关性较弱时，椭圆接近为一个圆形，如图 4-2 中 b 图所示。实际满足 (4.23) 式的模糊度仅在椭圆内，而搜索的空间则是与椭圆外切的矩形，对比可以发现拉长的椭球会导致搜索空间较大，而弱相关的搜索椭球则优化了搜索空间。



a) 模糊度强相关搜索空间



b) 模糊度弱相关搜索空间

图 4-2 模糊度搜索空间示意图

4.3.2 模糊度去相关处理

LAMBDA 与传统的整数最小二乘搜索法不同之处在于，它并没有直接对 N 进行搜索，而是先利用模糊度转换矩阵 Z 对模糊度浮点解向量 \tilde{N} 及其方差协方差 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 进行降相关处理，这个过程称为 Z 变换^[43]：

$$\tilde{N}_z = Z^T \tilde{N} \quad (4.24)$$

$$\Sigma_{\tilde{N}_z} = Z^T \Sigma_{\tilde{N}} Z \quad (4.25)$$

式中 \tilde{N}_z 为降相关后的模糊度向量， $\Sigma_{\tilde{N}_z}$ 为 \tilde{N}_z 的方差协方差阵。

由于 Z 矩阵不能改变模糊度的整数特性，同时需要在搜索结束后进行逆计算，因此 Z 矩阵有如下特性^[44]：

(1) Z 矩阵里的每个元素均为整数；

(2) $|\det(Z)| = 1$ 。

通过多次 Z 变换，模糊度浮点解向量及其方差协方差阵的相关性可以得到降低，但无法彻底消除，这是 Z 矩阵的整数特性决定的。 Z 矩阵的计算方法如下：

(1) 对模糊度浮点解的方差协方差阵 $\Sigma_{\tilde{N}}$ 进行乔里斯基 (Cholesky) 分解：

$$\Sigma_{\tilde{N}} = LD_Z L^T \quad (4.26)$$

式中 L 是一个下三角矩阵， $D_Z = \text{diag}(\Sigma_{\tilde{N}})$ 是一个对角矩阵。

(2) 对 L 进行整数高斯变换， L 中的元素变换方法下：

$$\begin{cases} \bar{l}_{i,j} = l_{i,j} - \alpha \\ \bar{l}_{k,j} = l_{k,j} - \alpha \end{cases} \quad (k = i+1, \dots, n) \quad (4.27)$$

式中 α 为 $l_{i,j}$ 的取整值。通过整数高斯变换，可以令 L 的非对角元素小于 0.5。在变换过程中，同时也要对 Z 和 \tilde{N}_z 进行相应的变换。

(3) 进行置换，使得 $D_Z = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ ($d_i > 0$) 的对角线元素成降序排列，即：

$$d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n \quad (4.28)$$

L 和 Z 矩阵均要随着置换而更新；

4.3.3 模糊度搜索

设定搜索标准 χ^2 对经过降相关的 \tilde{N}_z 进行模糊度搜索，可利用下式构建模糊度搜索空间：

$$(\tilde{N}_{z,fix} - \tilde{N}_z)^T D_Z^{-1} (\tilde{N}_{z,fix} - \tilde{N}_z) \leq \chi^2 \quad (4.29)$$

搜索出的模糊度向量 $\tilde{N}_{z,fix}$ 进行 Z 变换的逆运算，即可得到模糊度整数解 N ：

$$N = (Z^T)^{-1} \tilde{N}_{z,fix} \quad (4.30)$$

4.3.4 模糊度确认

通过以上步骤搜索获得的候选整数向量只能得到最优结果，但由于模型误差及测量误差的存在，该最优结果却不一定是准确结果，因此需要按照一定的法则对候选整数向量进行检验，这就是模糊度确认。这一步骤对模糊度解算效率的可靠性起重要作用。

模糊度确认方法主要有两种：一是区间判定法，即设立一个置信区间，将置信区间中残差方差最小的模糊度作为固定解，这种方法在模糊度实数解算结果偏差较大时效果较差；第二种是方差比较检验法，即将置信区间中最小方差和次最小方差进行比较，若有显著差别则将最小方差组合模糊度作为固定解。通常这两种方法可以组合起来一起使用。

模糊度置信区间可以定义为^[45]：

$$(\tilde{N}_i - t(\alpha/2) \cdot m_i, \tilde{N}_i + t(\alpha/2) \cdot m_i) \quad (4.31)$$

式中： \tilde{N}_i 表示第 i 个整周模糊度估计值； $t(\alpha/2)$ 为 t 分布的双侧 100α 百分位； m_i 为第 i

个模糊度估计值的误差。

利用该置信区间求出所有符合条件的模糊度组合之后，再进行比较检验^[46]：

$$ratio = \sigma_{\text{sec}}^2 / \sigma_{\text{min}}^2 > \xi_{F(1-\alpha)} \quad (4.32)$$

式中 σ_{min}^2 和 σ_{sec}^2 分别表示模糊度估计最小方差和次最小方差； $\xi_{F(1-\alpha)}$ 表示第一自由度和第二自由度均为 $n-u$ 的 Fisher 分布， n 表示方程个数， u 表示位置参数个数。下表给出了置信度为 90% 时，两个自由度相同时，Fisher 分布的大小。

表 4-1 不同自由度 Fisher 分布大小

自由度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24
$\xi_{F(1-\alpha)}$	39.86	9.00	5.39	4.11	3.45	3.05	2.78	2.59	2.44	2.32	2.21	2.10	2.01	1.94

对于 GPS 来说，如果采用双频载波数据，在解算双差模糊度时，可以得到 10~16 个，甚至更多的观测方程，通常可将 Ratio 值设定为 2 或 3。

若固定模糊度最小残差平方和与此最小残差平方和之比大于 Ratio 值，则表示模糊度确认为正确，否则失败。

4.4 算例分析

本节设定两种处理方法进行模糊度解算，分析不同处理方式对模糊度解算的影响。

瞬时搜索模式：基于卡尔曼基本滤波模型对位置参数进行滤波。忽略前一历元的模糊度解算结果和验后方差，利用滤波后的位置解估算模糊度实数解，最后使用 LAMBDA 方法搜索模糊度。

连续搜索模式：基于附加模糊度参数模型对位置参数和整周模糊度参数进行滤波，解算过程中将前一历元的模糊度方差作为先验信息，使用卡尔曼滤波法解算模糊度实数解，并利用 LAMBDA 方法搜索模糊度。

4.4.1 零基线解算

零基线观测数据，是由两台接收机通过功率分配器连接到同一副接收机天线上获得的观测数据。它的特点是创造了理想的极限同步观测条件，根除了接收机内部噪声以外的其他误差影响；基线长度的真值已知为 0，是评定基线质量唯一正确的标准^[47]。下面对一组零基线观测数据进行解算。通过分析零基线解算结果验证自己编制程序模块的正确性。

4.4.1.1 数据背景

本算例使用的北斗实测数据是北京市内在静止状况下采集的一组零基线载波相位数据，包含 B1、B2 两个频点的伪距和载波观测值，数据采样间隔为 1 秒，卫星高度截止角为 15 度。

4.4.1.2 观测质量

采集时间为 2012 年 3 月 8 日 11 点 57 分至 12 点 59 分，时长 3682 个历元。期间基准

站持续观测到 7 颗星, 流动站持续观测到 6 颗星。共视卫星共 6 颗, 其中包含 3 颗 GEO 卫星, 3 颗 IGS0 卫星。流动站 PDOP 值平均值为 5.208, 其变化情况如下图所示:

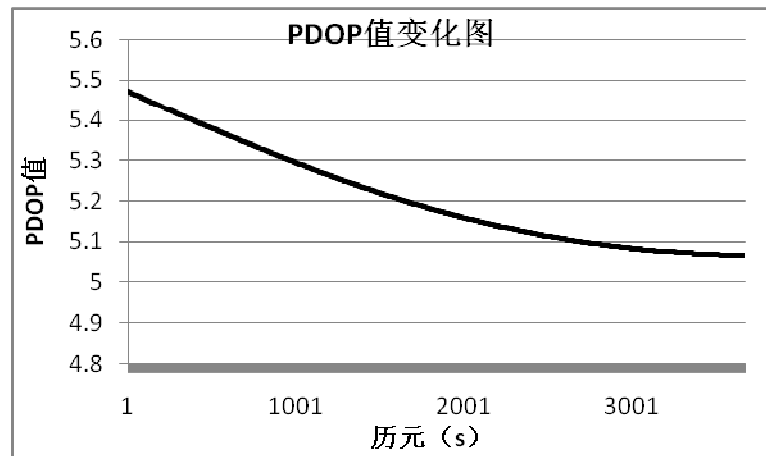


图 4-3 PDOP 值变化情况

4.4.1.3 数据分析

分别使用瞬时搜索模式和连续搜索模式进行相对定位解算, 各方向偏差情况如下所示:

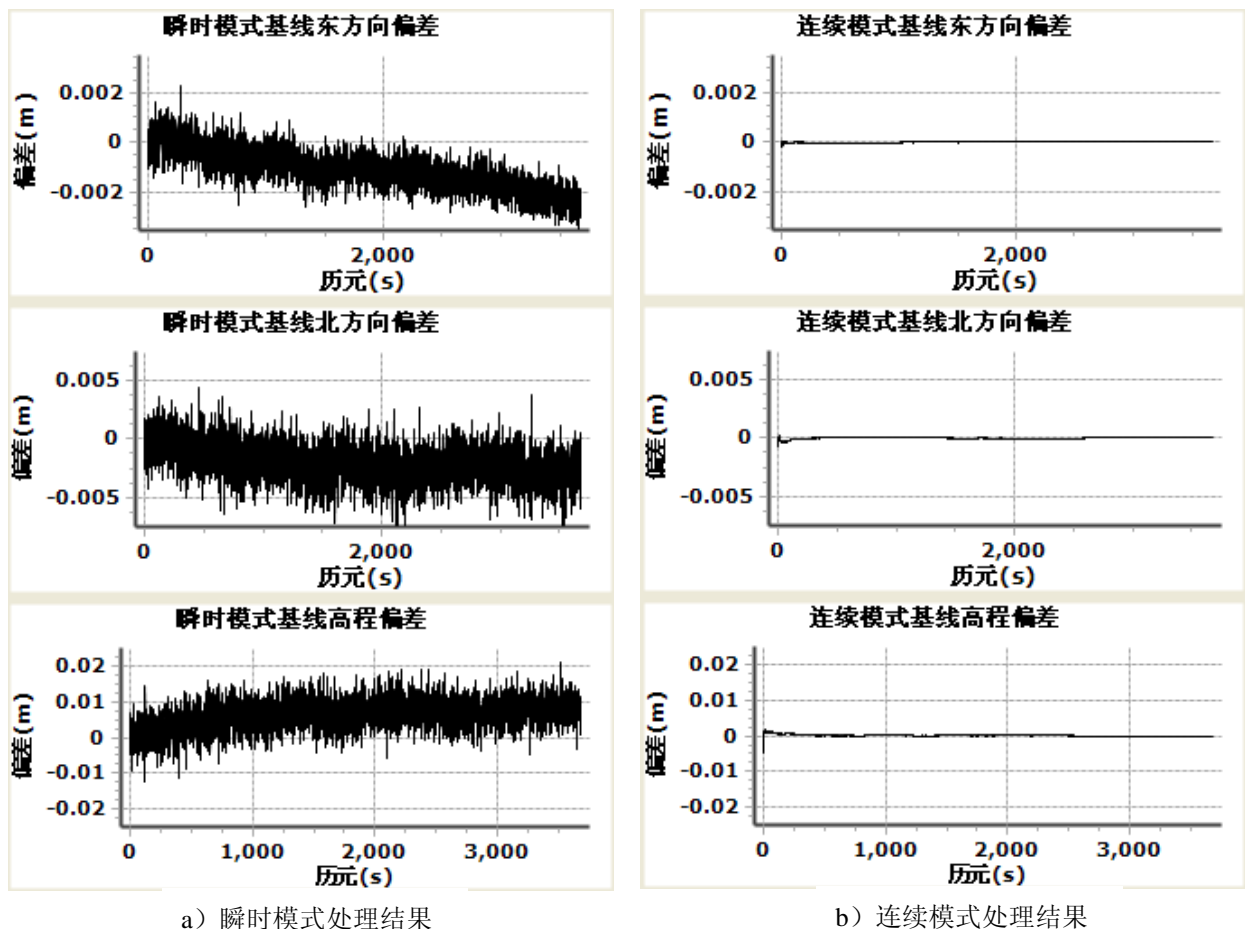


图 4-4 基线处理偏差图

表 4-2 瞬时模式基线处理偏差 (mm)

项目	东方向	北方向	高程方向
平均值	-1.10	-2.03	6.22
标准差	0.82	1.68	4.36
RMS	1.37	2.63	7.59

表 4-3 连续模式基线处理偏差 (mm)

项目	东方向	北方向	高程方向
平均值	0.01	0.01	0.10
标准差	0.02	0.07	0.25
RMS	0.02	0.07	0.25

从偏差结果平均值来看, 瞬时模式基线处理时, 东方向偏差约 1mm, 北方向约 2mm, 高程方向偏差较大, 约为 6mm; 而连续模式处理精度要高一个数量级, 水平方向约 0.01mm, 高程方向 0.1mm。标准差反映了解算结果的内符合精度, RMS 则反映了偏差结果的外符合精度。瞬时模式水平方向的标准差约 1~2mm, RMS 约为 2~3mm, 高程方向标准差约 4~5mm, RMS 约为 8mm; 而连续模式的平均值较准确, 解算结果的标准差和 RMS 相差不大, 水平方向均约为 0.1mm, 高程方向约为 0.3mm。因此, 从平均值, 标准差, RMS 三方面来看, 连续搜索模式的解算精度都要比瞬时模式的解算精度更高。

由于零基线数据消除了除了接收机噪声以外其他系统误差的影响, 因此其解算精度反映的是接收机噪声的大小, 从算例解算结果来看, 程序模块得到的精度是合理的。

4.4.2 模糊度处理效果比较

4.4.2.1 数据背景和观测质量

本算例使用的数据为北京某测站利用测试终端于 2011 年 9 月 18 日 10 点 46 分 14 秒采集的北斗 B3 频点的实测数据, 时长 5056 个历元, 采样间隔为 1 秒, 期间持续观测到 6 颗星, 其中 3 颗为 GEO 卫星, 3 颗为 IGS0 卫星, PDOP 值变化情况如下图所示:

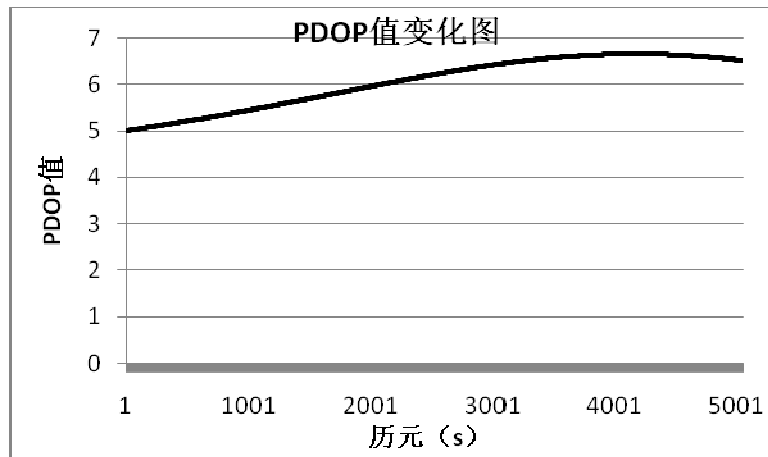


图 4-5 PDOP 值变化图

4.4.2.2 模糊度搜索次数比较

下面对瞬时搜索模式和连续搜索模式的模糊度搜索次数进行比较, 借以分析两种处理方法对模糊度搜索效率的影响。

图 4-6 和图 4-7 分别为瞬时搜索模式下前 3000 个历元数据未进行 Z 变换降相关和经过 Z 变换降相关的模糊度搜索次数。

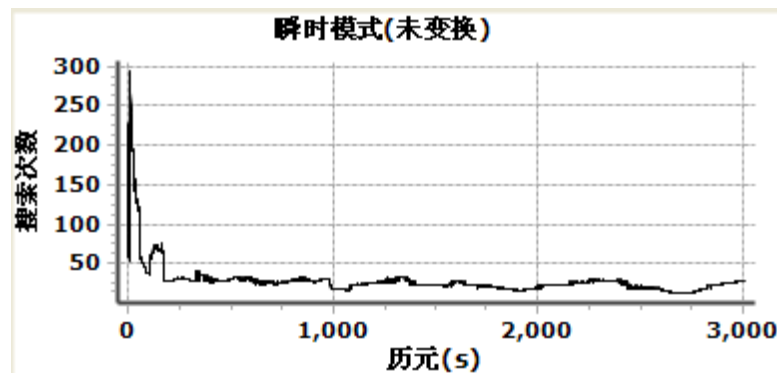


图 4-6 瞬时模式模糊度搜索次数 (未变换)

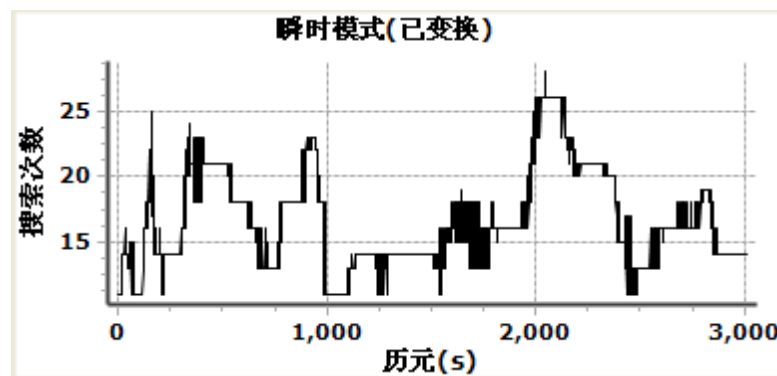


图 4-7 瞬时模式模糊度搜索次数 (已变换)

瞬时模式观测历元较少时, 未进行 Z 变换模糊度搜索次数较多, 达到 200~300 次, 而

随着观测历元的增加模糊度搜索次数将逐渐降低,约 80 历元之后在 20~40 次之间浮动;经过 Z 变换的模糊度搜索则不受观测历元多少的影响,搜索次数始终约为 10~30 次。

图 4-8 和图 4-9 分别为连续搜索模式下前 3000 个历元数据未进行 Z 变换降相关和经过 Z 变换降相关的模糊度搜索次数。

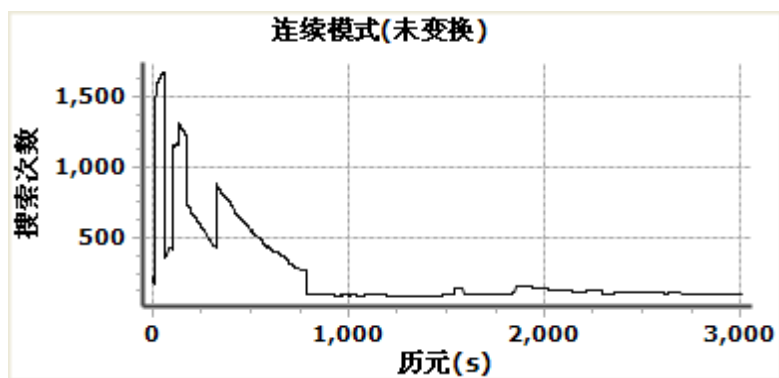


图 4-8 连续模式模糊度搜索次数（未变换）

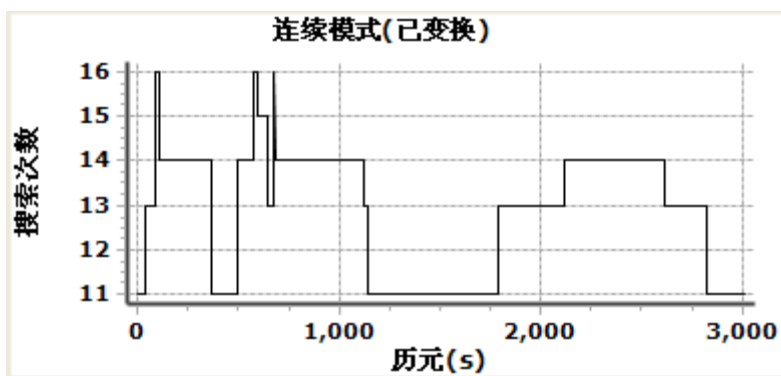


图 4-9 连续模式模糊度搜索次数（已变换）

连续模式在观测历元较少时,未进行 Z 变换模糊度搜索次数接近 1700 次,随着观测历元的增加,模糊度搜索次数逐渐降低,约 800 历元之后在 80~150 次之间浮动;经过 Z 变换的模糊度搜索则不受观测历元多少的影响,搜索次数始终约为 10~20 次。

通过比较首先可以发现,无论是在瞬时搜索模式下还是连续搜索模式下,Z 变换都大大提高了模糊度搜索效率。特别是在观测历元较少的情况下,Z 变换的作用尤为明显。

另外,在未进行 Z 变换的情况下,瞬时搜索模式要比连续搜索模式的搜索效率高出许多,而在 Z 变换后连续搜索模式的搜索效率要比瞬时模式更高。可以认为 Z 变换对连续搜索模式效率的提高要比瞬时模式更为明显。

分析原因,首先 Z 变换是作用于模糊度方差协方差阵的,在瞬时搜索模式中,模糊度方差协方差阵的先验信息基于经验方差,与前一历元模糊度解算的方差协方差阵无关;而在连续搜索模式中,模糊度的方差协方差阵不仅与测站位置精度有关,还应用了前一历元的模糊度方差协方差阵作为先验信息。由于双差模糊度方差协方差阵的相关性较强,因此

尽管前一历元的模糊度方差协方差阵为测站的坐标解算提供了更多的信息，但在模糊度解算中也增加了模糊度方差协方差阵的相关性，因此，当没有进行 Z 变换降相关时，连续搜索模式搜索的效率要比瞬时搜索模式更低。

4.4.2.3 Ratio 阈值的选取

由(4.32)式可知，Ratio 阈值的大小由观测方程数量和位置参数个数确定。本算例含有 6 颗共视卫星，可获得 5 个方程，而未知位置参数有 3 个，因此应选择双自由度均为 2 的 Fisher 分布，由

表 4-1 可知，要满足 90%的置信度 Ratio 阈值应为 9。

下图为连续搜索模式和瞬时搜索模式解算获得的 Ratio 值变化图：

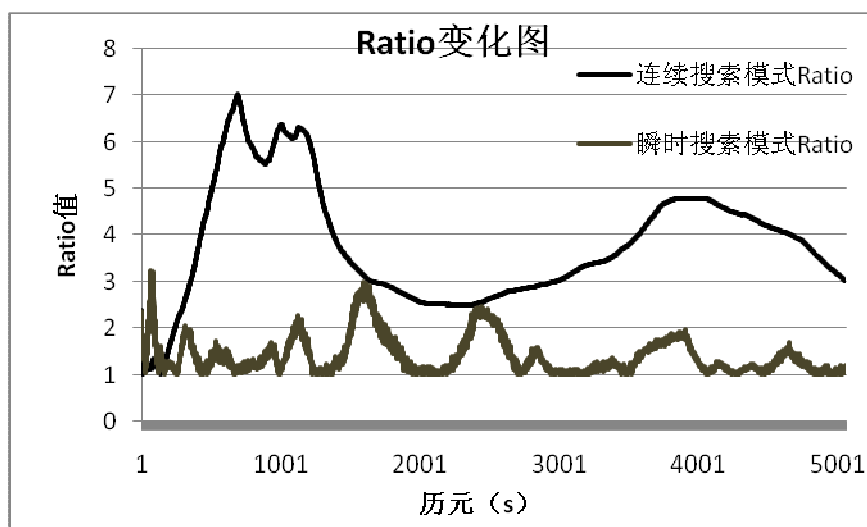


图 4-10 Ratio 值变化情况

由上图可以看出，以 9 作为 Ratio 阈值的话，本算例没能固定住一个模糊度。因此可尝试采用 GPS 相对定位解算中使用的经验值 2 或 3 作为 Ratio 阈值来评估解算效果。

4.4.2.4 模糊度处理固定率比较

下面通过对模糊度固定率的比较，分析瞬时搜索和连续搜索两种处理模式对模糊度搜索效果的影响，两种处理模式下各历元获得的 Ratio 值结果如下所示：

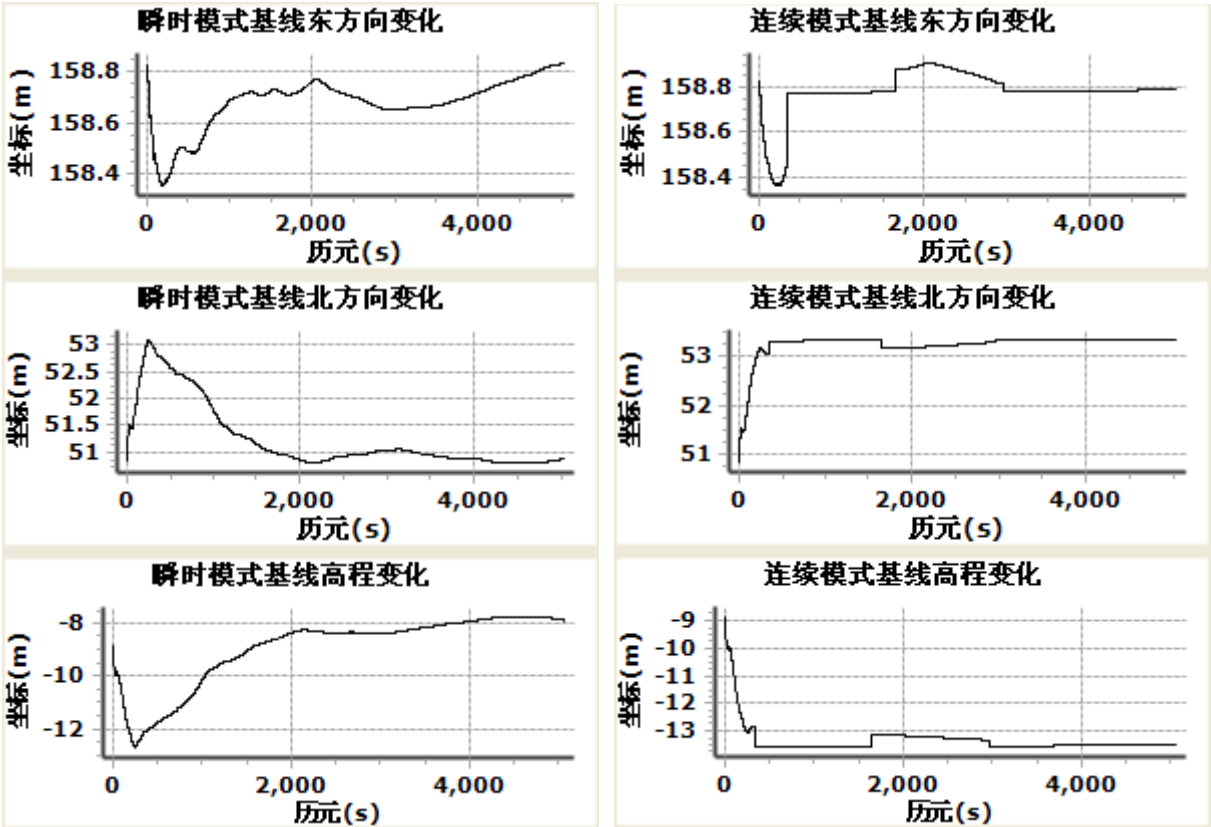
表 4-4 Ratio 值统计情况

项目	最大值	平均值	RMS	固定率	
				(Ratio>2)	(Ratio>3)
瞬时搜索模式	3.25	1.39	1.46	9.83%	0.12%
连续搜索模式	7.041	3.79	4.00	95.41%	67.09%

由上表并结合图 4-10 可以发现，连续搜索模式获得的 Ratio 值普遍比瞬时搜索模式

要高，当 Ratio 阈值设定为 2 时，固定率由 9.83% 提高到 95.41%；当 Ratio 阈值设定为 3 时，固定率则由 0.12% 提高到了 67.09%。可见在卡尔曼基本模型中加入模糊度参数，利用模糊度先验信息进行解算可大幅提高模糊度的解算效果。

下图分别为瞬时搜索模式和连续搜索模式下计算获得的基线解变化情况：



a) 瞬时模式基线处理结果 b) 连续模式基线处理结果

图 4-11 基线处理变化图

由于瞬时搜索模式计算获得的坐标结果呈发散状态，且由模糊度搜索结果可知其固定解数量极少，因此下面仅对连续搜索模式的计算结果进行分析。

Ratio 阈值设定分别为 2 和 3 时，基线各方向固定解标准差如下表所示：

表 4-5 基线各方向标准差 (m)

项目	东方向	北方向	高程方向
Ratio>2	0.076	0.069	0.178
Ratio>3	0.004	0.008	0.027

通过比较发现，Ratio 阈值设置为 2 时，获得固定解的水平方向标准差 7cm~8cm，高程方向为 18cm 左右，无法达到精密定位的要求；而 Ratio 阈值设置为 3 时，固定解水平方向的标准差为 1cm 以内，高程方向为 3cm 以内。因此本算例中使用的这组北斗实测数据

在进行模糊度搜索时应将 Ratio 阈值设置为 3 才能保证固定解获得可靠的定位精度。

4.4.3 各频率数据组合解算

本算例使用连续搜索模式对北斗系统的单频数据、双频数据和三频数据分别进行计算，比较各频率数据的解算效果。其中双频数据和三频数据的解算方式与单频相同，作用仅在于提高了观测方程数量。

4.4.3.1 数据背景和观测质量

本算例使用的数据为北京某测站利用测试终端于 2011 年 9 月 18 日 10 点 46 分 14 秒采集的北斗 B1、B2、B3 三个频点的载波相位数据，时长 5056 个历元，采样间隔为 1 秒，期间持续观测到 6 颗星，其中 3 颗为 GEO 卫星，3 颗为 IGSO 卫星，PDOP 值变化情况如下图所示：

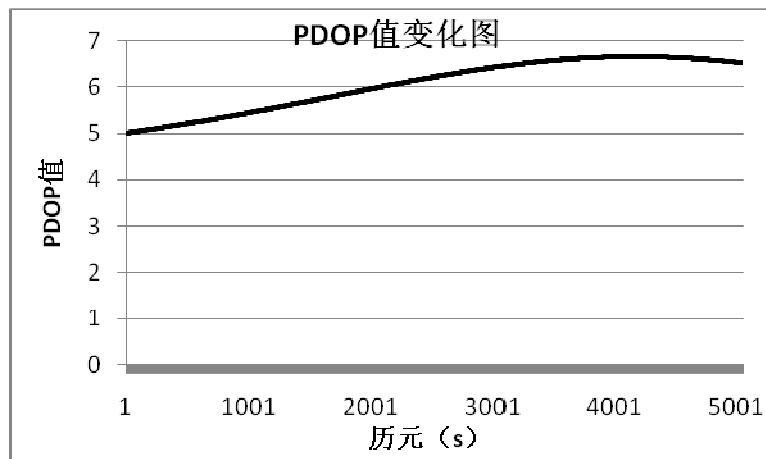
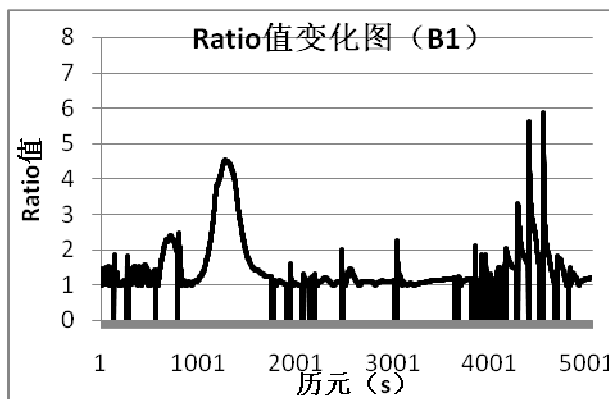


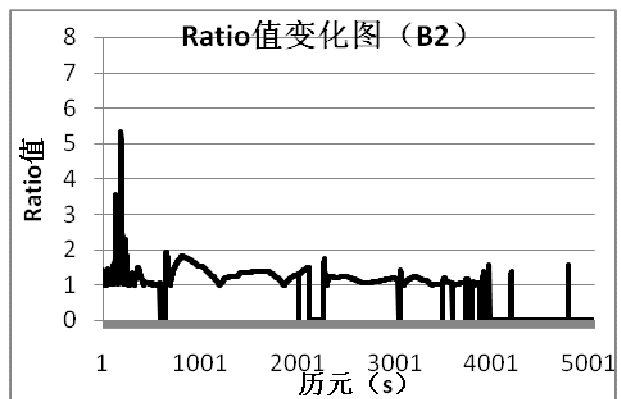
图 4-12 PDOP 值变化图

4.4.3.2 数据分析

使用 B1 单频，B2 单频，B3 单频，B1B2 双频，B1B3 双频，B2B3 双频，B1B2B3 三频数据进行相对定位解算的 Ratio 值如下所示：



a) B1 单频解算 Ratio 值



b) B2 单频解算 Ratio 值

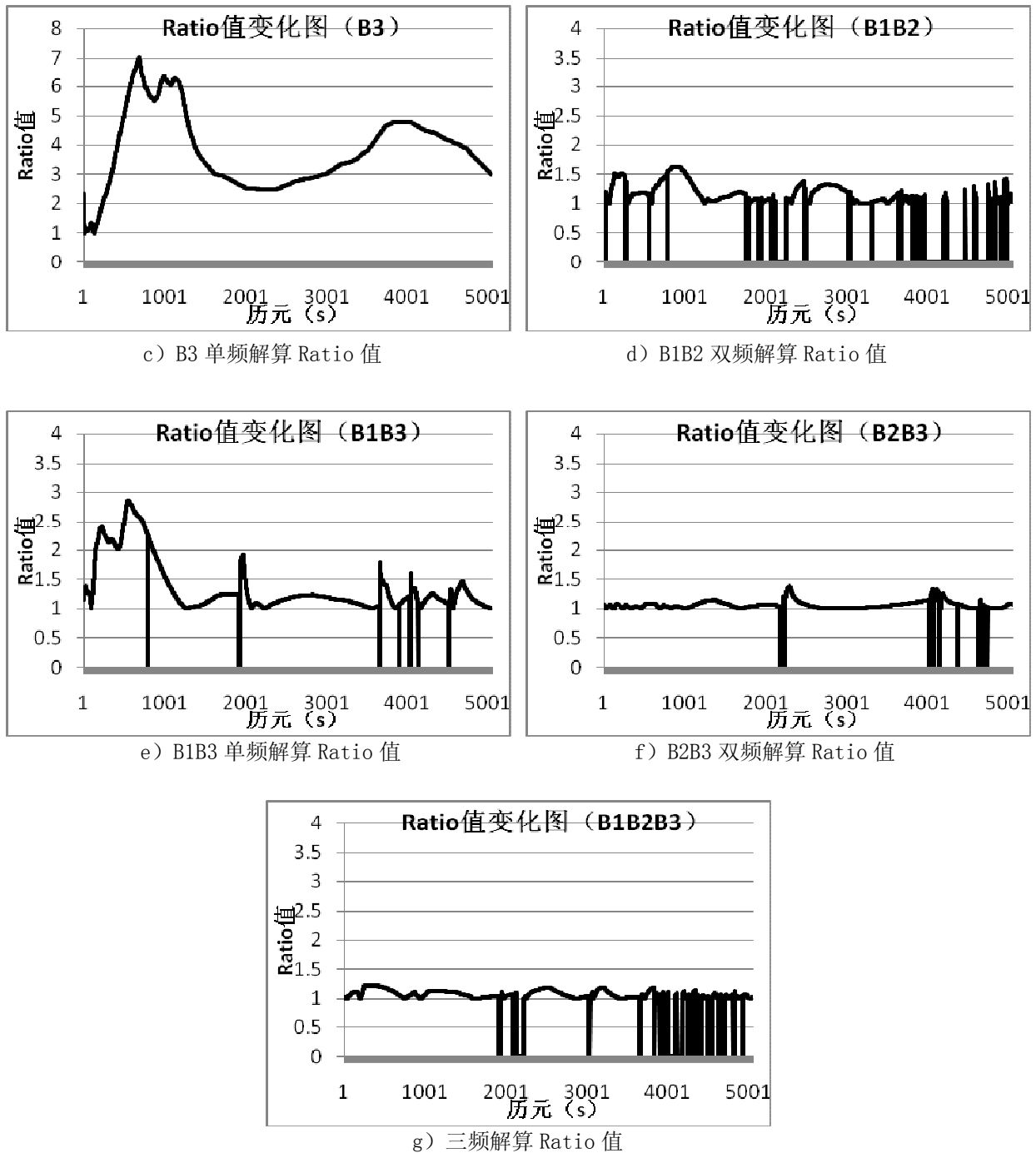


图 4-13 各频率数据解算获得 Ratio 值

需要说明的是，图中 Ratio 值为 0 的历元表示在利用卡尔曼滤波得到的待估位置解回代双差方程时，获得的模糊度残差平方和过大，不能通过卡方检验，视为解算失败，不进行模糊度搜索。下表列出各种频率组合获得的固定率（Ratio 阈值为 3）。

表 4-6 各频率数据解算固定率

项目	B1	B2	B3	B1B2	B1B3	B2B3	B1B2B3
未处理比率	9.75%	26.90%	0.00%	1.38%	2.39%	3.24%	22.35%
浮点解比率	84.77%	72.47%	32.91%	98.62%	97.61%	96.76%	77.65%
固定解比率	5.48%	0.63%	67.09%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

从固定率来看, 使用 B3 单频数据的解算效果不仅要优于 B1 和 B2 的单频解算, 甚至比双频和三频数据的解算效果还要好。B3 单频解算的固定率达到了 67.09%, B1 单频解算的固定率为 5.48%, B2 频点仅为 0.63%, 都远比 B3 单频的固定率低, 其中 B2 单频解算中有约 27% 的历元没有获得浮点解。双频和三频解算都没有得到固定解, 其中三频解算由于受到 B2 频点的影响也有 22% 的历元没有得到浮点解。

下表为滤波 5 分钟后, 各类型数据处理的标准差:

表 4-7 滤波 5min 各频率数据解算标准差 (m)

项目	B1	B2	B3	B1B2	B1B3	B2B3	B1B2B3
东方向	0.167	0.139	0.057	0.068	0.083	0.097	0.067
北方向	0.816	0.647	0.057	0.303	0.158	0.307	0.096
水平方向	0.833	0.662	0.081	0.311	0.178	0.322	0.117
高程方向	1.617	1.217	0.156	0.413	0.329	0.591	0.129

下表为滤波 10 分钟后, 各类型数据处理的标准差:

表 4-8 滤波 10min 各频率数据解算标准差 (m)

项目	B1	B2	B3	B1B2	B1B3	B2B3	B1B2B3
东方向	0.169	0.124	0.044	0.06	0.069	0.061	0.042
北方向	0.459	0.374	0.055	0.251	0.06	0.126	0.057
水平方向	0.489	0.394	0.070	0.258	0.091	0.140	0.071
高程方向	0.925	0.678	0.148	0.292	0.12	0.247	0.062

下表为滤波 15 分钟后, 各类型数据处理的标准差:

表 4-9 滤波 15min 各频率数据解算标准差 (m)

项目	B1	B2	B3	B1B2	B1B3	B2B3	B1B2B3
东方向	0.155	0.097	0.045	0.054	0.071	0.038	0.04
北方向	0.336	0.257	0.056	0.131	0.039	0.055	0.049
水平方向	0.370	0.275	0.072	0.142	0.081	0.067	0.063
高程方向	0.656	0.517	0.15	0.189	0.075	0.149	0.06

下表为滤波 20 分钟后, 各类型数据处理的标准差:

表 4-10 滤波 20min 各频率数据解算标准差 (m)

项目	B1	B2	B3	B1B2	B1B3	B2B3	B1B2B3
东方向	0.128	0.063	0.046	0.054	0.07	0.027	0.04
北方向	0.259	0.139	0.058	0.11	0.036	0.034	0.051
水平方向	0.289	0.153	0.074	0.123	0.079	0.043	0.065
高程方向	0.39	0.288	0.151	0.184	0.051	0.103	0.062

从反映内符合精度的标准差来看, B3 单频处理结果的精度要比 B1 和 B2 高, 水平方向精度约为 7 厘米, 高程方向为 15 厘米, 且在 5 分钟内就能得到收敛的结果。而 B1 和 B2 单频数据在处理了 20 分钟后仍没有完全收敛, 且精度比 B3 频点要差, 其中 B2 单频处理结果要比 B1 稍好。

双频数据组合在 15~20 分钟时趋于收敛, 使用了 B3 频点数据的 B1B3 组合和 B2B3 组合精度要比 B1B2 组合高, 水平方向精度为 4~8 厘米, 高程方向为 5~10 厘米。而 B1B2 双频组合计算的精度还不如 B3 单频计算的精度。

三频组合在约 10 分钟时完成了收敛, 水平方向精度为 6~7 厘米, 高程方向约为 6 厘米。

结合表 4-6 的结果可以发现, 与 B3 单频相比, B1B3 和 B2B3 双频可以提高一定的定位精度, 但收敛速度变慢, 原因在于进行模糊度解算时, 引入的 B1 和 B2 频点的模糊度残差较大, 这同时也导致了无法搜索获得固定解。

使用三频数据解算时, 与 B3 单频处理结果相比, 水平精度略有提高, 高程方向的精度则由 15 厘米提高到了 6 厘米。由于观测方程较多, 因此也提高了卡尔曼滤波的收敛速度, 但模糊度解算的固定率比双频更差, 原因在于方程中的 B1B2 频点模糊度残差较大。

4.5 本章小结

本章首先介绍了相对定位解算的基本步骤, 并给出了相对定位计算的流程图。然后对卡尔曼滤波法计算模糊度实数解的方法进行了论述, 并分别推导了卡尔曼基本滤波模型和

附加模糊度参数模型估算模糊度实数解的解算过程，论述了 LAMBDA 法进行模糊度搜索的原理。使用北斗实测数据进行算例分析，利用零基线观测数据验证自编制相对定位解算模块的正确性，数据分析结果显示该程序模块解算零基线的结果符合接收机噪声精度。利用卡尔曼基本滤波模型和卡尔曼附加模糊度参数模型两种方法解算模糊度，对它们的模糊度搜索次数和固定率等方面进行了比较。算例结果显示 Z 变换可以减少模糊度搜索次数，提高模糊度解算的效率；相比于基本滤波模型，附加模糊度参数模型能够大幅提高模糊度解算的固定率；数据分析结果显示模糊度解算 Ratio 阈值设置为 3 时，该组实测数据的固定解可以实现水平方向 1cm 以内，高程方向 3cm 以内的解算精度。最后使用北斗各频率数据组合进行相对定位解算，结果显示 B3 单频从固定率和标准差两方面看都有较好的解算效果；与单频解算相比，使用双频和三频数据解算的精度有所提高，但模糊度固定的效果受 B1B2 频点数据影响较大。

第五章 北斗多普勒测速

与 GPS 导航系统一样，北斗卫星导航系统也提供了多普勒观测值，本章将对北斗多普勒测速精度进行分析。

5.1 多普勒测速数学模型

多普勒测速的观测模型为：

$$\lambda D_u^i = \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u) + c \cdot (\delta \dot{t}_u - \delta \dot{t}^i) + \dot{I}_u^i + \dot{T}_u^i + \varepsilon_u^i \quad (5.1)$$

式中：

λ 为波长；

i 为观测卫星号；

u 为测站号；

D_u^i 为多普勒频移观测量；

$\dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)$ 为站星距离变化率；

\bar{r}_u 和 $\dot{\bar{r}}_u$ 分别为测站位置和速度矢量；

c 为光速；

$\delta \dot{t}_u$ 和 $\delta \dot{t}^i$ 分别为接收机和卫星的钟速；

\dot{I}_u^i 、 \dot{T}_u^i 和 ε_u^i 分别为电离层偏差、对流层偏差和观测噪声。

将观测模型线性化可得：

$$\lambda D_u^i = \dot{\rho}_{u0}^i + \frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \bar{r}_u^T} d\bar{r}_u + \frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + c \delta \dot{t}_u - c \cdot \delta \dot{t}^i - \dot{I}_u^i + \dot{T}_u^i + \varepsilon_u^i \quad (5.2)$$

式中：

$$\dot{\rho}_{u0}^i = (\bar{r}_{u0} - \bar{r}^i + \bar{r}_\omega)(\dot{\bar{r}}_{u0} - \dot{\bar{r}}^i + \dot{\bar{r}}_\omega) / \rho_{u0}^i \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \bar{r}_u^T} = -(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_{u0} + \dot{\bar{r}}_\omega)^T / \rho_{u0}^i \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} = -(\bar{r}^i - \bar{r}_{u0} + \bar{r}_\omega)^T / \rho_{u0}^i \quad (5.5)$$

其中：

ρ_{u0}^i 为站星距离观测值；

\bar{r}_{u0} 和 $\dot{\bar{r}}_{u0}$ 分别为测站初始位置和初始加速度；

\bar{r}_ω 和 $\dot{\bar{r}}_\omega$ 分别为地球自转速度和自转速度变化速率。

在相对测量模式下，对于动态的流动站可以获得较高精度的位置解，因此可以将 \bar{r}_{i0} 和 $d\bar{r}_u$ 作为已知项或残差项，由 (5.2) 式可得到流动站多普勒非差残差为：

$$v_u^i = \frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + \dot{\rho}_{u0}^i - \lambda D_u^i + \frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \bar{r}_u^T} d\bar{r}_u + c \delta \dot{t}_u - c \cdot \delta \dot{t}^i - \dot{I}_u^i + \dot{T}_u^i + \varepsilon_u^i \quad (5.6)$$

对于静态的基准点，测站的位置向量为已知值，同时可将速度向量及相关变率视为零。设基准测站号为 r ，可知位置向量 \bar{r}_r 为已知值，速度 $\dot{\bar{r}}_r$ 可视为 0m/s ，根据公式 (5.1) 可得到基准站多普勒非差残差：

$$v_r^i = \dot{\rho}_r^i(\bar{r}_r, 0) - \lambda D_r^i + c \cdot (\delta t_r - \delta t^i) + \dot{I}_r^i + \dot{T}_r^i + \varepsilon_r^i \quad (5.7)$$

对流动站和基准站求差，站间单差观测值消除了卫星钟速引起的偏差 $c \cdot \delta t^i$ ，可得多普勒单差残差：

$$\begin{aligned} \Delta v_{ur}^i = v_u^i - v_r^i = & \frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + \Delta \dot{\rho}_{ur0}^i - \lambda \Delta D_{ur}^i + \frac{\partial \dot{\rho}_u^i(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u \\ & + \Delta c \delta t_{ur}^i - \Delta \dot{I}_{ur}^i + \Delta \dot{T}_{ur}^i + \Delta \varepsilon_{ur}^i \end{aligned} \quad (5.8)$$

以 j 号卫星为基准卫星，对单差观测值求差可获得双差观测值，消除接收机钟速引起的偏差 $\Delta c \delta t_{ur}^i$ ，设得到多普勒双差残差为：

$$\begin{aligned} \Delta \nabla v_{ur}^{ij} = \Delta v_u^{ij} - \Delta v_r^{ij} = & \frac{\partial \Delta \dot{\rho}_u^{ij}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + \Delta \nabla \dot{\rho}_{ur0}^{ij} - \Delta \nabla \lambda D_{ur}^{ij} + \frac{\partial \Delta \dot{\rho}_u^{ij}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u \\ & - \Delta \nabla \dot{I}_{ur}^{ij} + \Delta \nabla \dot{T}_{ur}^{ij} + \Delta \nabla \varepsilon_{ur}^{ij} \end{aligned} \quad (5.9)$$

可得到法方程：

$$\begin{aligned} V &= A \cdot X - L \quad (5.10) \\ \text{其中：} V &= \begin{bmatrix} \Delta \nabla v_{ur}^{1j} \\ \vdots \\ \Delta \nabla v_{ur}^{kj} \\ \vdots \\ \Delta \nabla v_{ur}^{nj} \end{bmatrix}_{n-1} ; \quad A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}_u^{1j}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} \\ \vdots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_u^{kj}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} \\ \vdots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_u^{nj}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} \end{bmatrix}_{n-1} ; \quad X = d\dot{\bar{r}}_u = \begin{bmatrix} dx_u \\ dy_u \\ dz_u \end{bmatrix} ; \\ L &= \begin{bmatrix} \lambda \Delta \nabla D_{ur}^{1j} - \Delta \nabla \dot{\rho}_{ur0}^{1j} - \frac{\partial \Delta \dot{\rho}_u^{1j}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + \Delta \nabla \dot{I}_{ur}^{1j} - \Delta \nabla \dot{T}_{ur}^{1j} - \Delta \nabla \varepsilon_{ur}^{1j} \\ \vdots \\ \lambda \Delta \nabla D_{ur}^{ij} - \Delta \nabla \dot{\rho}_{ur0}^{ij} - \frac{\partial \Delta \dot{\rho}_u^{ij}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + \Delta \nabla \dot{I}_{ur}^{ij} - \Delta \nabla \dot{T}_{ur}^{ij} - \Delta \nabla \varepsilon_{ur}^{ij} \\ \vdots \\ \lambda \Delta \nabla D_{ur}^{nj} - \Delta \nabla \dot{\rho}_{ur0}^{nj} - \frac{\partial \Delta \dot{\rho}_u^{nj}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u)}{\partial \dot{\bar{r}}_u^T} d\dot{\bar{r}}_u + \Delta \nabla \dot{I}_{ur}^{nj} - \Delta \nabla \dot{T}_{ur}^{nj} - \Delta \nabla \varepsilon_{ur}^{nj} \end{bmatrix}_{n-1} ; \end{aligned}$$

其中 n 为观测到的卫星数。

利用最小二乘原理可解方程：

$$d\dot{\bar{r}} = X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (5.11)$$

方差协方差阵为：

$$\Sigma_{\dot{\bar{r}}} = (A^T P A)^{-1} \quad (5.12)$$

5.2 误差分析

多普勒测速误差来源主要有三个方面：与卫星相关的卫星位置误差、卫星速度误差、相对论效应和卫星钟变化率；与传播路径相关的电离层变化率、对流层变化率和多路径效应；与接收机相关的接收机位置误差、接收机钟变化率及观测噪声。其中相对论效应和卫星钟变化率利用广播星历参数及相应公式进行改正后对测速精度的影响不大^[48]；电离层变化率及对流层变化率在绝大多时间内变化很小，可以忽略其对测速的影响很小^[49]；多路径效应可视为偶然误差^[17]，接收机钟差变化率视为未知值在方程中求解^[50]。由此，以下仅对卫星位置误差、卫星速度误差、接收机位置和观测值噪声误差进行分析。

5.2.1 卫星位置误差

将(5.1)式两端对卫星位置 \bar{r}^i 作微分可得到卫星位置误差对站星距离变化率精度的影响：

$$d\dot{\rho} = \frac{\partial \dot{\rho}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u, \bar{r}^i)}{\partial \bar{r}^{iT}} d\bar{r}^i = \frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_u + \dot{\bar{r}}_\omega)^T}{\rho_u^i} d\bar{r}^i \approx \frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_u)^T}{\rho_u^i} d\bar{r}^i \quad (5.13)$$

$\frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_u)^T}{\rho_u^i}$ 为卫星位置误差对站星距离变化率的影响系数。该值与卫星速度、站星距离及接收机速度有关。

在接收机速度一定的情况下，北斗系统的 GEO、MEO、IGSO 三种卫星类型中，MEO 卫星影响系数与 GPS 卫星相仿，约为 $4/20000=0.0002$ （卫星速度不大于 4km/s ，站星距离约为 20000km ）。若卫星位置误差为 10 米，则对测速精度的影响约为 2mm/s 。而 GEO 卫星和 IGSO 卫星均为高轨卫星，站星距离更大（约为 36000km ），速度比 MEO 卫星小，因而影响系数比 MEO 卫星小，特别是 GEO 卫星理论上相对地面是静止的，影响系数更小，具体各种类型卫星对站星距离变化率的影响如表 5-1 所示：

表 5-1 卫星位置误差对站星距离变化率的影响

卫星类型	卫星高度	卫星位置误差	卫星速度	测速影响
MEO 卫星	20000km	10m	<4km/s	2mm/s
GEO 卫星	36000km	20m	$\approx 0\text{km/s}$	0mm/s
IGSO 卫星	36000km	10m	<4km/s	1mm/s

在相对测量模式中，站星距离 $\rho_u^i \approx \rho_r^i \approx \rho_o^i$ ，基准站的速度 $\dot{\bar{r}}_r = 0\text{m/s}$ 。由(5.13)可得卫星位置误差对站间单差的影响：

$$d\nabla \dot{\rho} \approx \left[\frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_u)^T}{\rho_o^i} - \frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_r)^T}{\rho_o^i} \right] d\bar{r}^i = \frac{\dot{\bar{r}}_u}{\rho_o^i} d\bar{r}^i \quad (5.14)$$

由上式可知，在相对测量模式中，卫星位置误差对测速精度的影响与卫星速度已经无

关了。若载体速度 $\dot{\bar{r}}_i < 50m/s$ ，具体各种轨道类型卫星位置误差对测速精度的影响如下所示：

表 5-2 相对测量模式中卫星位置误差对测速精度的影响

卫星类型	卫星高度	卫星位置误差	载体速度	测速影响
ME0 卫星	20000km	10m	<50m/s	0.025mm/s
GEO 卫星	36000km	20m	<50m/s	0.028mm/s
IGSO 卫星	36000km	10m	<50m/s	0.014mm/s

对比表 5-1 和表 5-2 可知，相对测速可以大幅削弱卫星位置误差对多普勒测速的影响。

5.2.2 卫星速度误差

卫星速度误差对多普勒测速的影响同样可以通过对 (5. 1) 式两端同时对 $\dot{\bar{r}}^i$ 做微分获得：

$$d\dot{\rho} = \frac{\partial \dot{\rho}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u, \bar{r}^i)}{\partial \dot{\bar{r}}^{iT}} d\dot{\bar{r}}^i = \frac{(\bar{r}^i - \bar{r}_u + \bar{r}_\omega)^T}{\rho_u^i} d\dot{\bar{r}}^i \approx \frac{(\bar{r}^i - \bar{r}_u)^T}{\rho_u^i} d\dot{\bar{r}}^i \quad (5. 15)$$

$\frac{(\bar{r}^i - \bar{r}_u)^T}{\rho_u^i}$ 为卫星位置误差对站星距离变化率的影响系数。该值与卫星位置、站星距离及接收机位置有关。由 (5. 15) 式可知卫星速度误差会通过方向余弦直接影响到站星距离变化率的计算精度。目前，GPS 广播星历计算卫星速度的精度优于 10mm/s，暂将此量级作为评估北斗卫星速度误差的参考。

在相对测量模式下站星距离 $\rho_u^i \approx \rho_r^i \approx \rho_o^i$ ，基准站的速度 $\dot{\bar{r}}_r = 0m/s$ 。卫星速度误差对多普勒测速精度影响可以表示为：

$$d\nabla \dot{\rho} = \left[\frac{(\bar{r}^i - \bar{r}_u + \bar{r}_\omega)^T}{\rho_o^i} - \frac{(\bar{r}^i - \bar{r}_r + \bar{r}_\omega)^T}{\rho_o^i} \right] d\dot{\bar{r}}^i \approx \frac{(\bar{r}^i - \bar{r}_u)^T}{\rho_o^i} d\dot{\bar{r}}^i \quad (5. 16)$$

由上式可知，在相对测量模式下，卫星速度误差对多普勒测速精度的影响已经与卫星位置无关，仅与站间基线距离和站星距离有关，当基线越长时影响越大。由 (5. 16) 可得到各种卫星速度误差对测速精度的影响如下：

表 5-3 相对测量模式中卫星速度误差对测速精度的影响

卫星类型	卫星高度	卫星速度误差	测速影响		
			10 公里基线	100 公里基线	1000 公里基线
ME0 卫星	20000km	10mm/s	0.005mm/s	0.045 mm/s	0.465mm/s
GEO 卫星	36000km	10mm/s	0.003 mm/s	0.028 mm/s	0.278mm/s
IGSO 卫星	36000km	10mm/s	0.003 mm/s	0.028 mm/s	0.278mm/s

由表 5-3 可知在相对测量模式下卫星速度误差对测速精度的影响也大幅削弱了，在短基线模式下几乎可以忽略不计。

5.2.3 接收机位置误差

(5.1) 式两端同时对 $\dot{\bar{r}}_u$ 做微分，可得到接收机位置误差对站星距离变化率的影响：

$$d\dot{\rho} = \frac{\partial \dot{\rho}(\bar{r}_u, \dot{\bar{r}}_u, \bar{r}^i)}{\partial \bar{r}_u^T} d\bar{r}^i = \frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_u + \dot{\bar{r}}_\omega)^T}{\rho_u^i} d\bar{r}_u \approx \frac{(\dot{\bar{r}}^i - \dot{\bar{r}}_u)^T}{\rho_u^i} d\bar{r}_u \quad (5.17)$$

该估算值与卫星位置误差影响估算值相同，由 5.2.1 节的推导可知：对于 MEO 卫星的观测数据，若接收机位置误差为 10 米，则测速误差约为 2mm，而 GEO 卫星和 IGSO 卫星则影响较小。

同理，根据表 5-2 可知，在相对测量模式下，接收机位置误差对测速精度的影响也将大幅削弱。

5.2.4 观测值噪声

多普勒观测值有两种：一种是原始多普勒观测值；另一种是由载波相位历元间做差分获得的多普勒值，即利用 $t + \Delta t$ 时刻的载波观测值 $\phi_{t+\Delta t}$ 和 $t - \Delta t$ 时刻的位置矢量 $\phi_{t-\Delta t}$ 计算 t 时刻载体的多普勒频移值：

$$D_t = \frac{\phi_{t+\Delta t} - \phi_{t-\Delta t}}{2 \cdot \Delta t} \quad (5.18)$$

北斗系统三个频率载波的波长为：0.19~0.25m，其测量误差约为码元长度的 1%，根据误差传播定律，由载波相位差分获得的多普勒观测值噪声约为：

$$m_{D_t} = \sqrt{2} m_\phi \approx 2.8 \sim 3.5 \text{ mm/s} \quad (5.19)$$

目前关于北斗原始多普勒观测值的噪声值大小的文献很少，参考关于 GPS 导航系统的原始多普勒观测值精度的研究，原始多普勒观测值精度与接收机和观测环境有关，为 mm/s 级或 1cm/s 左右不等。

由以上分析可知，在进行相对测速时，对单点测速影响较大的卫星位置误差、卫星速度误差和接收机位置误差都得到了极大削弱，综合影响仅为 mm/s 级。但原始多普勒观测值经过双差组合后噪声被放大，成为影响相对测试的主要因素。

5.3 算例分析

5.3.1 多普勒观测值精度测试分析

5.3.1.1 数据背景

下面在静态模式下对早中晚三个时段不同频率的北斗多普勒原始观测值和同时使用三个频率多普勒原始观测值的测速算例进行分析。本算例使用的数据为定位测试终端接收机于北京市内在静止状况下采集的多普勒实测数据，三个测段数据采样间隔均为 1 秒。接收机位置使用的是单点定位结果，由于多普勒测速精度与载体运动状态无关，因此可将静态模式的测速精度作为动态测速精度的参考。

5.3.1.2 观测质量

第一时段采集时间为 2011 年 9 月 16 日 8 点 1 分至 10 点 1 分，时长 7203 个历元。期间持续观测到 5 颗星，其中包含 3 颗 GEO 卫星，2 颗 IGS0 卫星。PDOP 值大小为 4.478~6.993，平均值为 5.853。

第二时段采集时间为 2011 年 9 月 16 日 11 点 24 分至 13 点 19 分，时长 6858 个历元。期间持续观测到 6 颗星，其中包含 3 颗 GEO 卫星，3 颗 IGS0 卫星。PDOP 值大小为 3.950~6.319，平均值为 5.496。

第三时段采集时间为 2011 年 9 月 16 日 19 点 10 分至 21 点 00 分，时长 6605 个历元。期间持续观测到 6 颗星，其中包含 3 颗 GEO 卫星，3 颗 IGS0 卫星。PDOP 值大小为 5.24~6.65，平均值为 6.127。

5.3.1.3 数据分析

将 0m/s 视为静态测速的真值，各频率的多普勒测速和同时使用三个频率多普勒观测值的测速结果与真值做差获得偏差平均值和均方根统计结果如下所示：

表 5-4 第一时段静态测速结果（m/s）

项目	X 轴速度分量		Y 轴速度分量		Z 轴速度分量		三维速度	
	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS
B1 频率	0.00092	0.05134	-0.00205	0.09492	-0.00107	0.03325	0.09349	0.11292
B2 频率	0.00081	0.04820	-0.00230	0.07809	0.00002	0.02966	0.08004	0.09644
B3 频率	0.00118	0.03963	-0.00210	0.06434	-0.00038	0.02648	0.06759	0.08007
B1B2B3	0.00093	0.02743	-0.00211	0.04703	-0.00047	0.01784	0.04761	0.05729

表 5-5 第二时段静态测速结果（m/s）

项目	X 轴速度分量		Y 轴速度分量		Z 轴速度分量		三维速度	
	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS
B1 频率	0.00045	0.05072	-0.00018	0.08518	0.00260	0.02792	0.08448	0.10268
B2 频率	0.00122	0.04427	-0.00041	0.07120	0.00251	0.02551	0.07284	0.08764
B3 频率	0.00108	0.04222	-0.00086	0.06856	0.00215	0.02399	0.06989	0.08401
B1B2B3	0.00092	0.02720	-0.00048	0.04460	0.00242	0.01554	0.04521	0.05450

表 5-6 第三时段静态测速结果 (m/s)

项目	X 轴速度分量		Y 轴速度分量		Z 轴速度分量		三维速度	
	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS
B1 频率	-0.00128	0.05376	0.00221	0.10063	0.00361	0.02645	0.09784	0.11717
B2 频率	0.00098	0.04378	0.00090	0.07844	0.00362	0.02880	0.07757	0.09440
B3 频率	0.00003	0.03853	0.00048	0.07076	0.00332	0.02554	0.06966	0.08458
B1B2B3	-0.00076	0.02735	0.00088	0.05032	0.00363	0.01847	0.04964	0.06028

第一时段测速偏差结果如下所示：

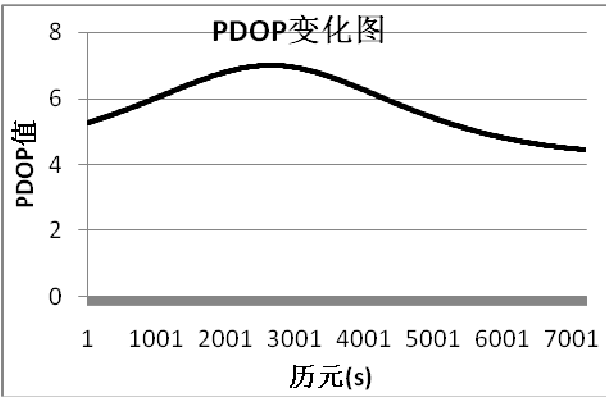
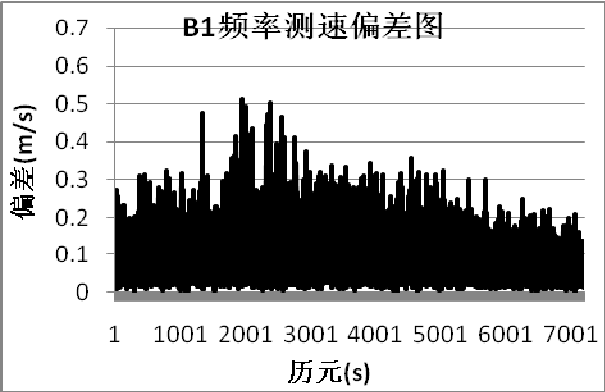
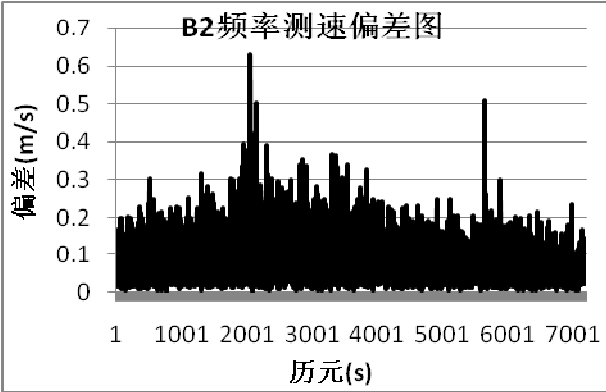


图 5-1 第一时段 PDOP 值变化图



a) B1 频率测速偏差图



b) B2 频率测速偏差图

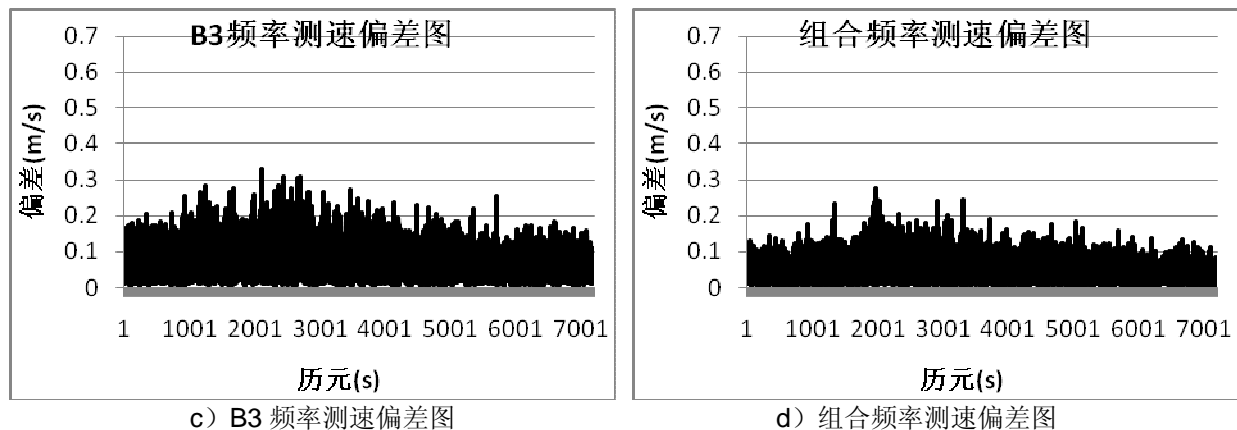


图 5-2 第一时段测速偏差图

第二时段测速偏差结果如下所示：

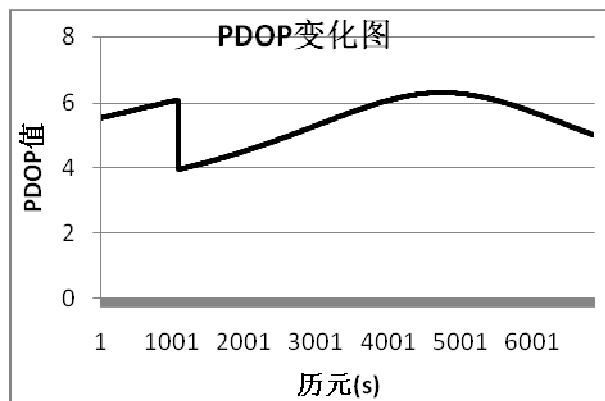
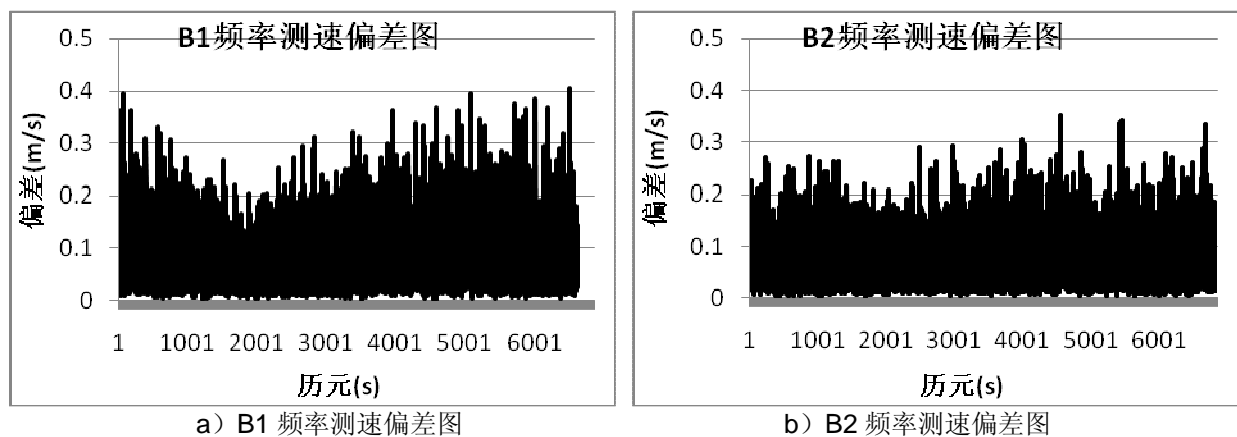


图 5-3 第二时段 PDOP 值变化图



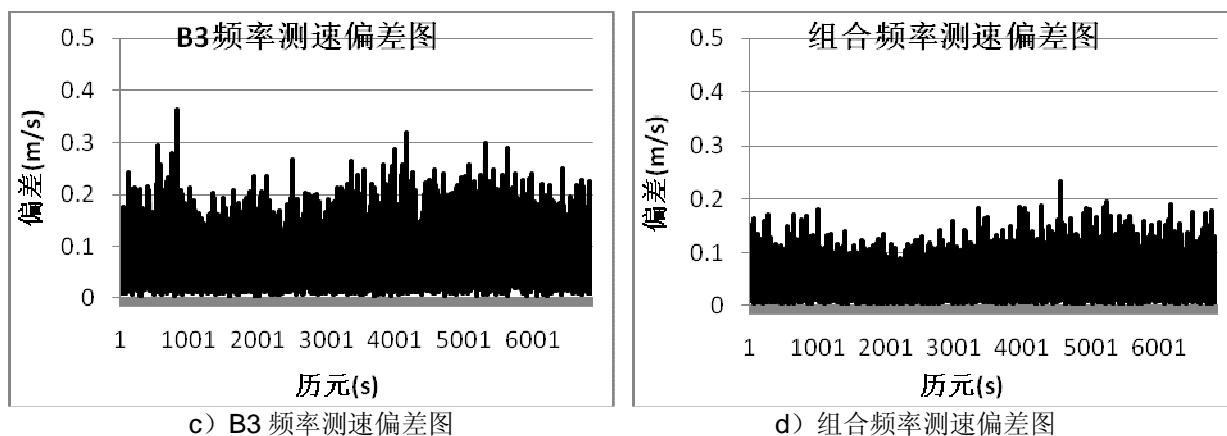


图 5-4 第二时段测速偏差图

第三时段测速偏差结果如下所示:

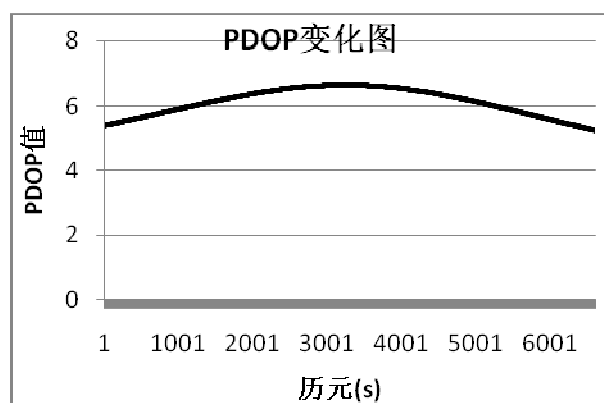
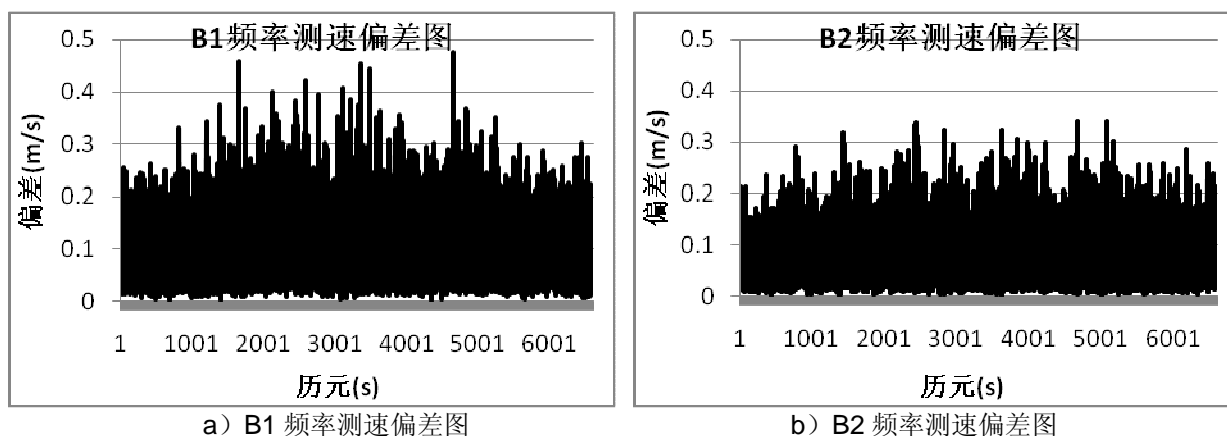


图 5-5 第三时段 PDOP 值变化图



a) B1 频率测速偏差图

b) B2 频率测速偏差图

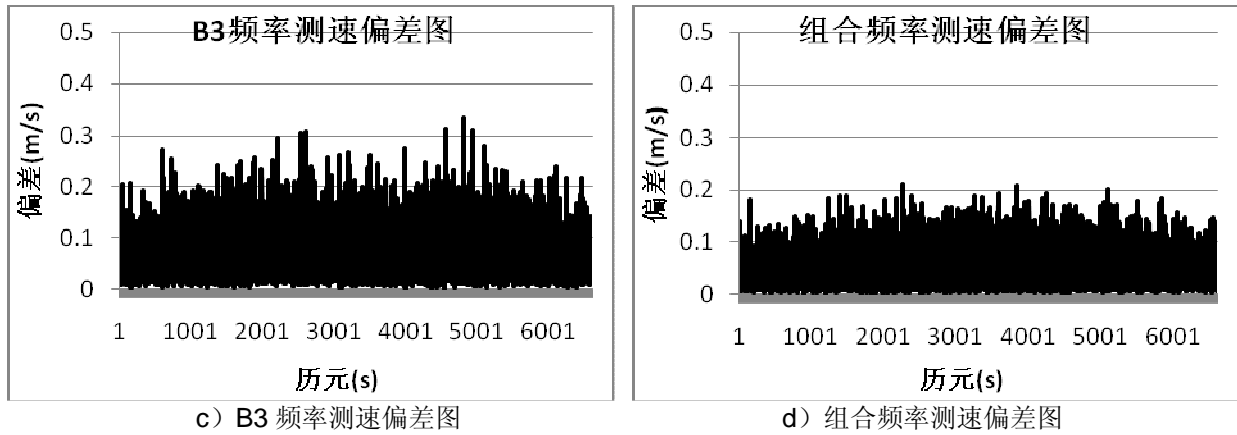


图 5-6 第三时段测速偏差图

由表 5-4、表 5-5 和表 5-6 可以发现：早中晚三个时段的不同频率测速结果误差均约为 0.1m/s，其中 B3 频率的多普勒测速精度要优于 B1 和 B2 的测速精度。而同时使用三个频率多普勒观测值时，单历元获得的多普勒观测量大大增加，测速精度要优于单个频率，约为 0.06m/s。

由图 5-1 至图 5-6 可以看出北斗多普勒测速结果的偏差变化情况受 PDOP 值变化的影响较大。比较早中晚三个测段 PDOP 的平均值和同时使用所有多普勒观测量测速结果的均方根差，可以发现两者的相关性： $PDOP_{ave}^1 < PDOP_{ave}^2 < PDOP_{ave}^3$ ， $RMS_{B1B2B3}^1 < RMS_{B1B2B3}^2 < RMS_{B1B2B3}^3$

与定位误差类似，测速误差可表示为^[16]：

$$m_v = m_D \cdot PDOP \quad (5.20)$$

式中 m_v 为速度估计误差， m_D 为各项误差归算到站星距离变化率的误差总和。将三个测段的均方根误差作为速度估计误差 m_v ，由 PDOP 平均值根据 (5.20) 式推算 m_D 结果如下表所示：

表 5-7 多普勒测速误差影响 (m/s)

项目	B1	B2	B3	B1B2B3
第一时段	0.01929	0.01648	0.01368	0.00979
第二时段	0.01868	0.01595	0.01529	0.00992
第三时段	0.01912	0.01541	0.01380	0.00984
平均值	0.01903	0.01595	0.01426	0.00985

GPS 原始多普勒值的 m_D 约为 12.9mm/s^[16]。对比可以发现，北斗系统 B3 频率的原始多普勒观测值测速的 m_D 与 GPS 相仿，而 B1，B2 频率的测速精度稍差，但如果同时使用三个频率的多普勒观测值，其测速精度要略优于 GPS 原始多普勒观测值。这是由于该组静态数

据均为 GEO 卫星和 IGS0 卫星的观测值，印证了之前 GEO 卫星和 IGS0 卫星对多普勒测速精度影响较小的分析。

5.3.2 多普勒相对测速精度测试分析

下面在静态模式下分别使用原始多普勒观测值和载波差分多普勒值进行单点测速和相对测速，对单点测量模式和相对测量模式下的测速精度进行比较。

5.3.2.1 数据背景与观测质量

使用的数据为定位测试终端接收机于北京市内在静止状况下采集的 B1、B2 和 B3 的多普勒观测数据和载波相位数据。

采集时间为 2011 年 9 月 16 日 19 点 10 分至 21 点 00 分，时长 6604 个历元。期间持续观测到 6 颗星，其中包含 3 颗 GEO 卫星，3 颗 IGS0 卫星。PDOP 值平均值为 6.260，采样间隔为 1 秒。其变化情况如下图所示：

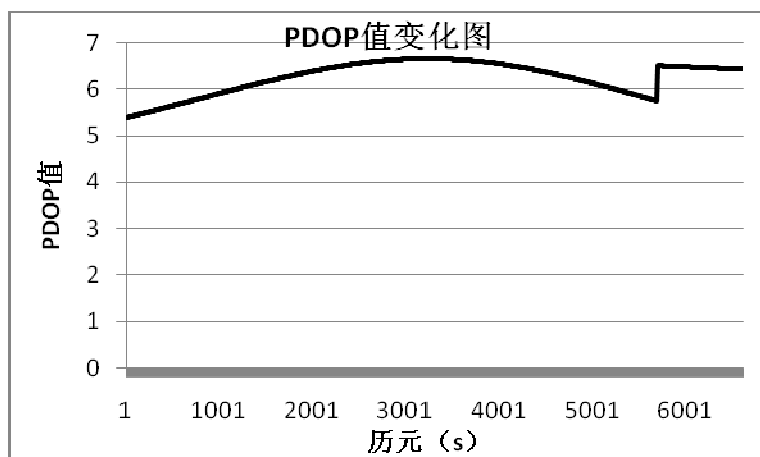


图 5-7 PDOP 值变化情况

5.3.2.2 数据分析

将 0m/s 视为静态测速的真值，使用原始多普勒观测值进行单点测速和相对测速解算，计算结果与真值做差获得偏差平均值和均方根统计结果如下所示：

表 5-8 原始多普勒观测值测速结果 (m/s)

项目	北方向速度		东方向速度		高程方向速度		三维速度	
	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS
单点测速	0.00018	0.00879	0.00188	0.02533	0.00308	0.05493	0.05025	0.06113
相对测速	-0.00008	0.01293	-0.00016	0.03608	0.00047	0.07815	0.07154	0.08704

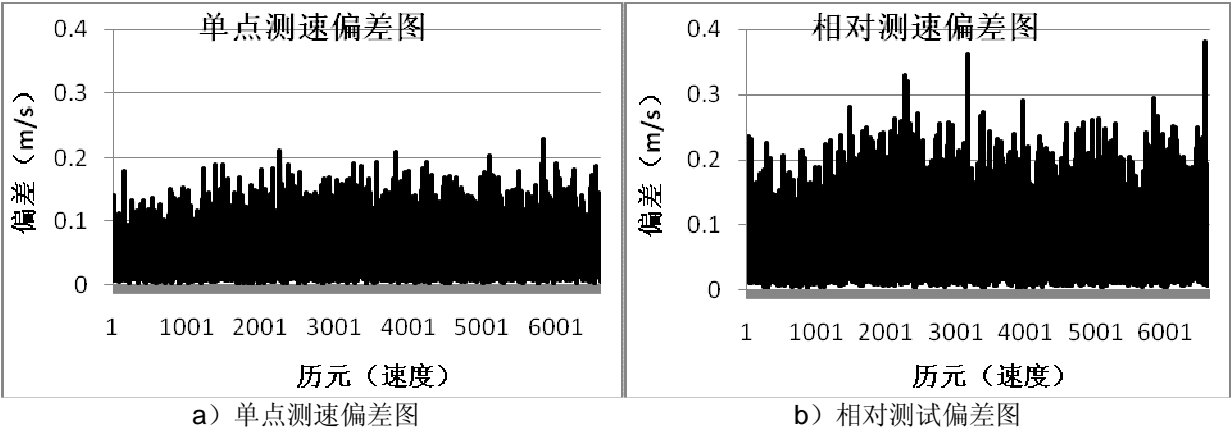


图 5-8 原始多普勒测速偏差图

使用载波差分多普勒值进行单点测速和相对测速解算，计算结果与真值做差获得偏差平均值和均方根统计结果如下所示：

表 5-9 载波差分多普勒值测速结果 (m/s)

项目	北方向速度		东方向速度		高程方向速度		三维速度	
	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS	平均值	RMS
单点测速	0.00132	0.00910	0.00937	0.02830	-0.00071	0.05665	0.05329	0.06398
相对测速	0.00063	0.00102	-0.01462	0.01555	0.00122	0.00809	0.01648	0.01755

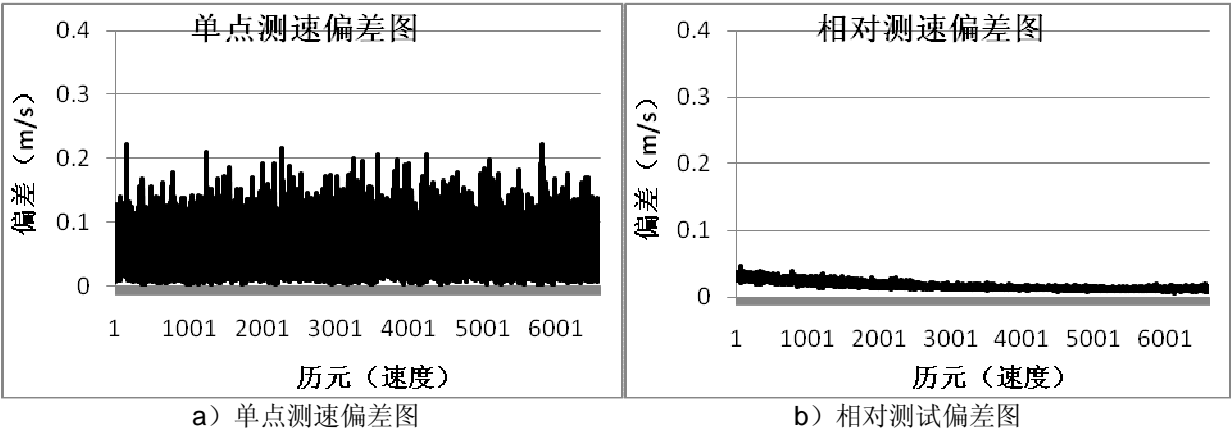


图 5-9 载波差分多普勒测速偏差图

从测试结果来看，载波差分多普勒值与原始多普勒观测值在进行单点测速时的精度是相仿的，三维速度约为 0.06m/s。但是在进行相对测速时，载波差分多普勒测速精度提高到了 0.02m/s，而原始多普勒测速精度反而变成 0.09m/s。根据误差分析，影响相对测速精度的主要是观测值噪声的影响。由于本文相对测速使用的是双差模型，因此可以认为本算例中双差原始多普勒观测值噪声比双差载波差分多普勒值噪声要大约 0.07m/s。根据误

差传播定律，原始多普勒观测值噪声比载波差分多普勒值噪声大约 $0.07/2=0.035\text{m/s}$ 。下面将使用一个算例对载波差分多普勒噪声和原始多普勒噪声进行比较。

考虑到卫星类型不同，因此取前文使用数据中的一颗 GEO 卫星和一颗 IGS0 卫星分别进行分析。将三个频率各历元的载波差分多普勒值和原始多普勒观测值求差，转化成速度后，偏差结果如下所示：

表 5-10 载波差分多普勒与原始多普勒差值 (m/s)

选项	GEO 卫星			IGS0 卫星		
频率	B1	B2	B3	B1	B2	B3
平均值	-0.0002	-0.0001	-0.0006	-0.0001	-0.0001	-0.0004
RMS	0.0346	0.0344	0.0331	0.0347	0.0334	0.0315

GEO 卫星和 IGS0 卫星的结果都显示原始多普勒观测值噪声 δ_{eD} 比载波差分多普勒值噪声 δ_{eD} 要大约 $0.032\sim0.035\text{m/s}$ ，这与前文中的实验结果是吻合的。

5.4 本章小结

本章主要介绍了多普勒测速数学模型，对北斗卫星导航系统影响测速精度的各项误差进行了分析，用原始多普勒观测值进行了单点测速测试，同时分别使用载波相位差分多普勒值和原始多普勒观测值进行了相对测速测试，针对算例结果对多普勒测速精度进行了分析。

GEO 卫星和 IGS0 卫星对多普勒测速精度的影响比 MEO 卫星小，当同时使用三个频率多普勒观测值测速时，北斗原始多普勒测速的各项误差总和要小于 GPS 原始多普勒测速。北斗多普勒测速精度受 PDOP 值影响较大，各频率测速精度约为 0.1m/s ，其中北斗 B3 频率的多普勒测速精度都要优于 B1 和 B2 频率的多普勒测速精度。当同时使用三个频率的北斗原始多普勒观测值测速时，测速精度可优于 0.1m/s ，能够达到 0.2m/s 的标称精度。

分别使用载波差分多普勒值和原始多普勒观测值进行相对测速，结果显示在静态模式下使用载波差分多普勒测速要比原始多普勒观测值测速精度更高，通过比较发现相对测速精度主要受到多普勒噪声的影响，验证了误差分析的结果。

虽然本文使用的北斗数据为静态数据，但由于多普勒测速精度与载体运动状态无关，因此对北斗原始多普勒动态测速精度的分析和评估有一定的参考价值。今后可以对北斗多普勒动态数据的测速精度进行进一步补充分析。

第六章 GNSS 相对定位与测速模块设计

6.1 概述

在上述相对定位与测速技术理论基础上,本文在 Visual Studio 2005 C#开发环境下编写了 GNSS 相对定位与测速模块,能够实现 Rinex 文件的读取、单点定位测速解算、相对定位测速解算以及结果图形化显示等功能。整个模块主要包含卫星位置计算模块、单点定位模块、双差计算模块、模糊度搜索模块和多普勒测速模块等几个功能子模块。主要模块和流程图如下图所示:

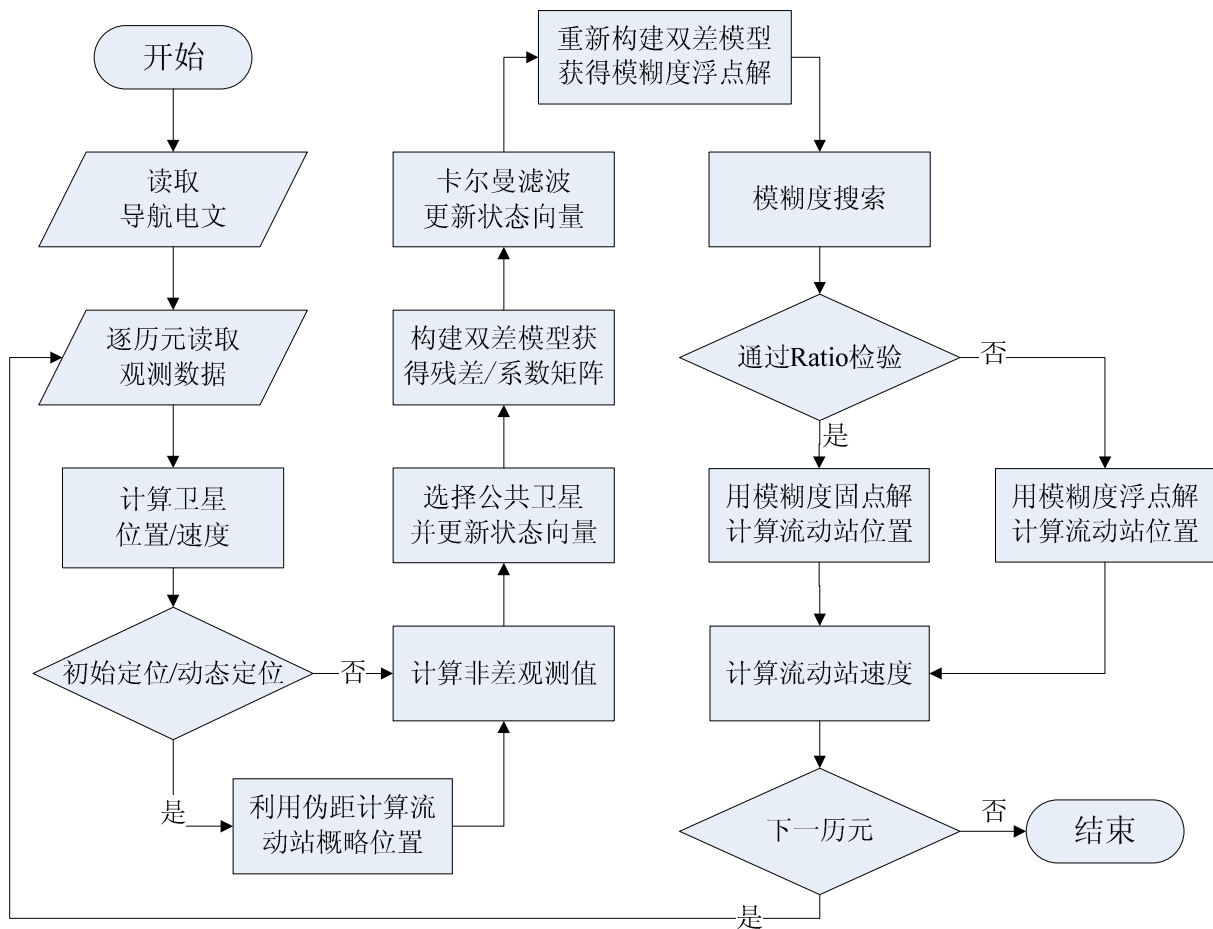


图 6-1 相对定位测速程序流程图

6.2 卫星位置计算模块

卫星位置计算模块的功能主要是利用卫星星历数据计算卫星位置和速度,对于北斗系统中的 GEO 卫星与 ME0 和 IGS0 卫星略有不同,因此在计算时需要加以区分。下图为卫星位置计算模块流程图:

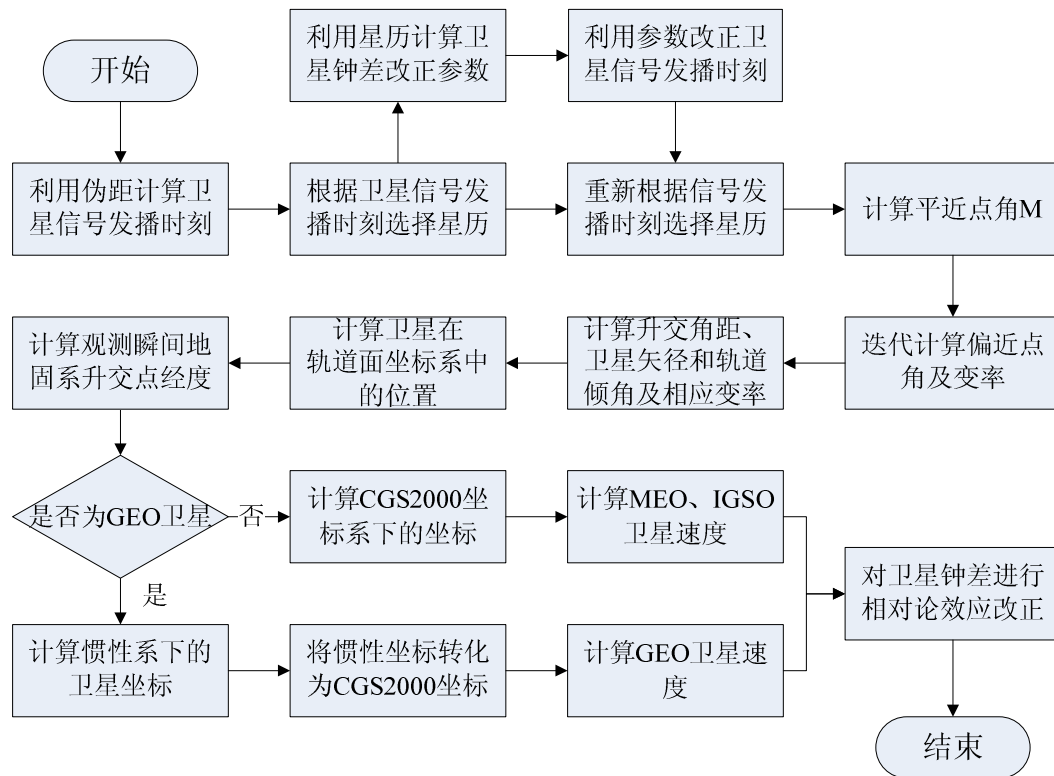


图 6-2 卫星位置计算模块流程图

6.3 单点定位计算模块

单点定位模块的作用主要是利用伪距观测值计算获得测站概略位置。静态测量中在初始计算时需要运行该模块，在动态测量模式中则在每一历元中都需要运行该模块。单点定位模块流程图如下图所示：

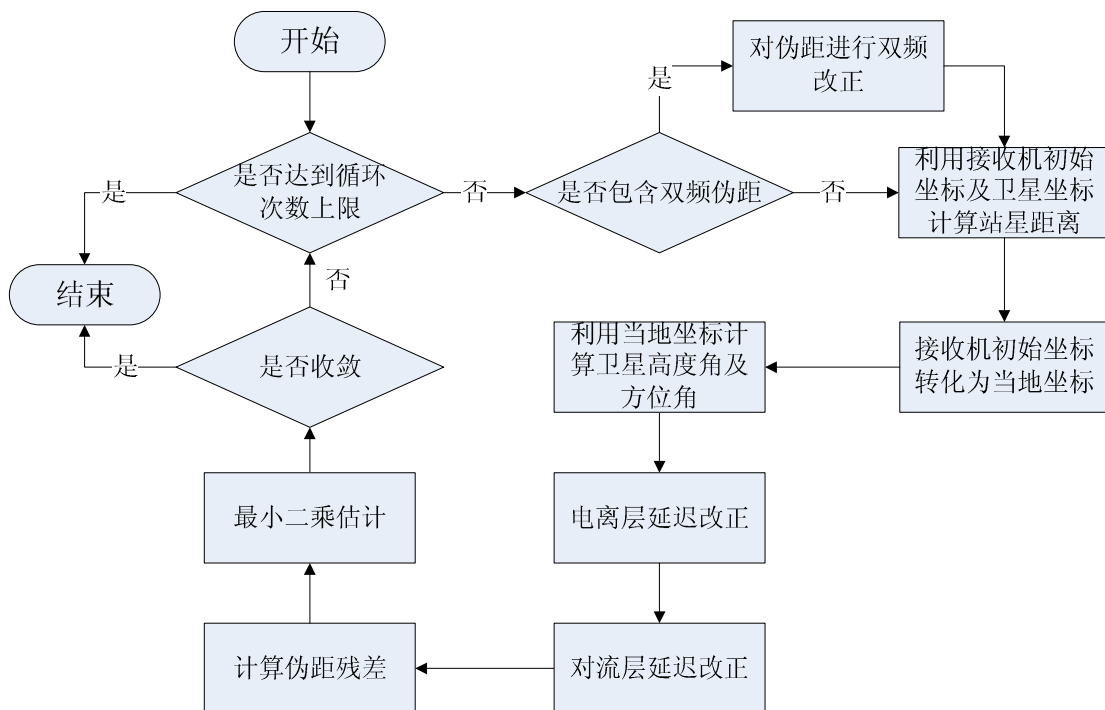


图 6-3 单点定位计算模块流程图

6.4 双差计算模块

双差计算模块主要包含双差模型构建模块和卡尔曼滤波计算模块两个部分。其主要功能是根据先验信息和观测量组成双差模型并进行滤波更新，为后续计算提供接收机坐标、模糊度浮点解及相应方差协方差阵。其主要模块流程图如下所示：

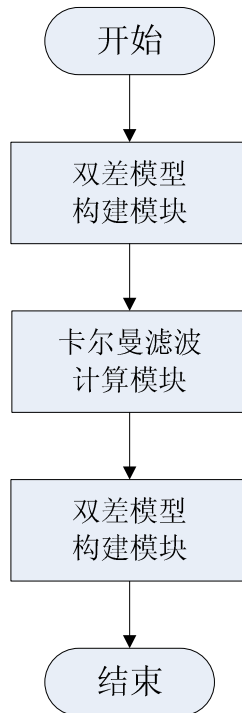


图 6-4 双差计算模块流程图

6.4.1 双差模型构建模块

双差模型构建模块首先通过计算获得了非差残差，然后构建双差模型中需要用到的双差残差向量和相应的系数矩阵，主要流程图如下所示：

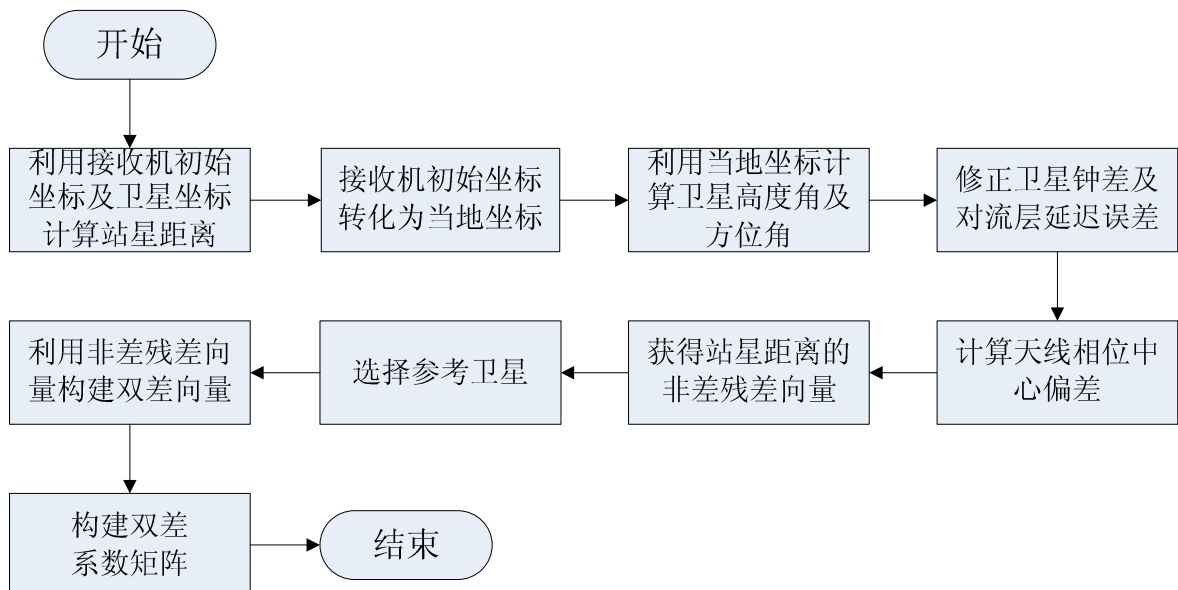


图 6-5 双差模型构建模块流程图

6.4.2 卡尔曼滤波计算模块

卡尔曼滤波计算模块的作用是利用获得的双差残差向量及相应的方差协方差阵对位置（和模糊度）参数向量进行滤波更新，获得新的位置（和模糊度）参数向量。主要流程图如下所示：

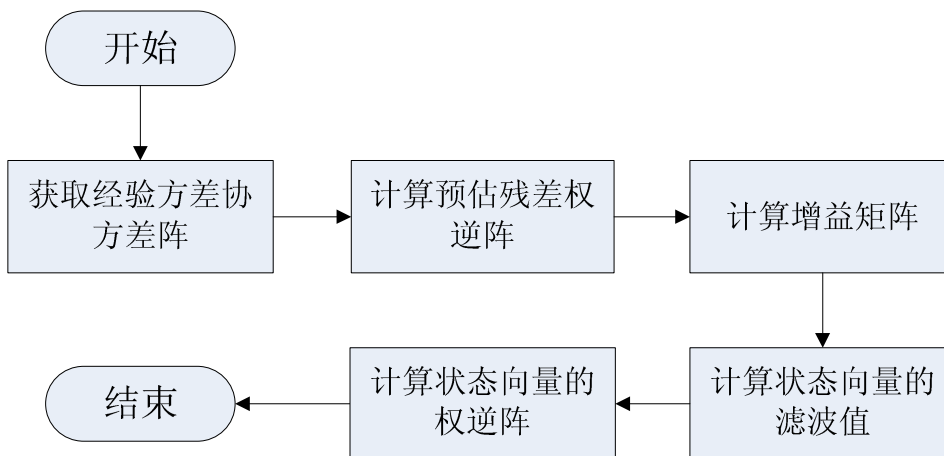


图 6-6 卡尔曼滤波计算模块流程图

6.5 模糊度搜索模块

模糊度搜索模块的作用是利用双差模糊度向量及相应的方差协方差阵使用 LAMBDA 方法进行模糊度搜索，获得具有最小方差和次最小方差的两组模糊度整数解向量。主要流程图如下所示：

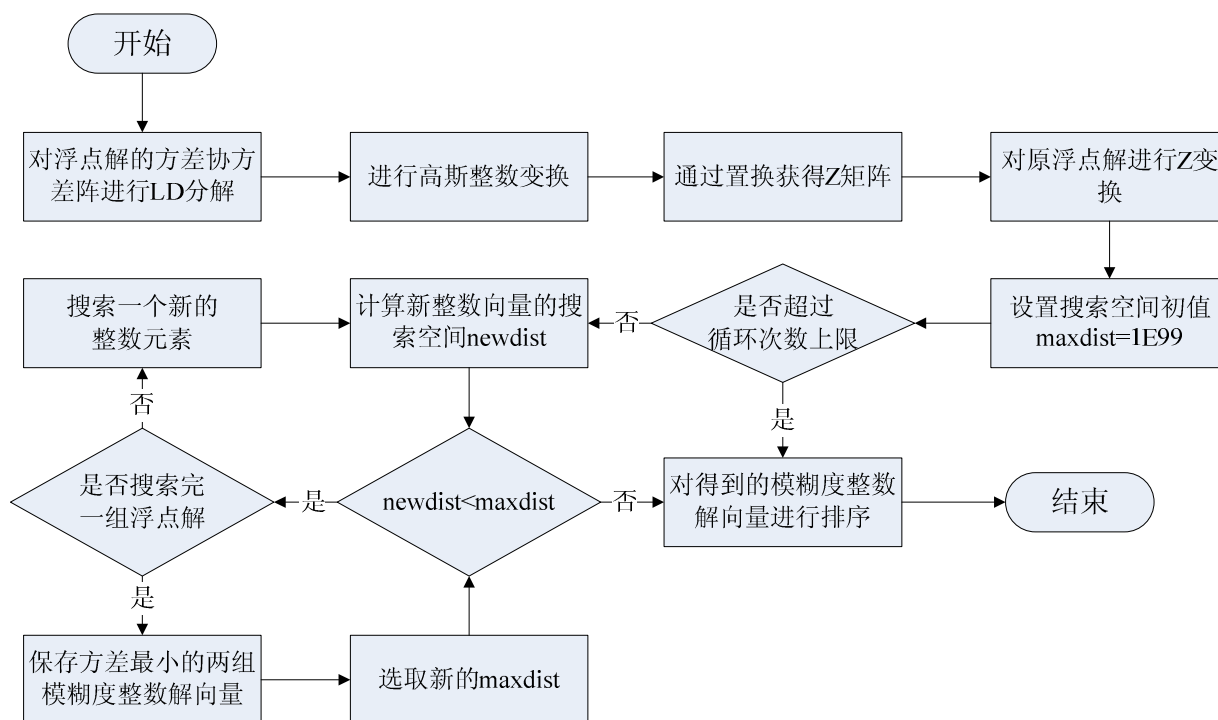


图 6-7 模糊度搜索模块流程图

6.6 多普勒测速模块

多普勒测速模块的功能是使用多普勒观测值建立双差测速模型，并使用最小二乘估计法计算流动站速度。主要流程图如下所示：

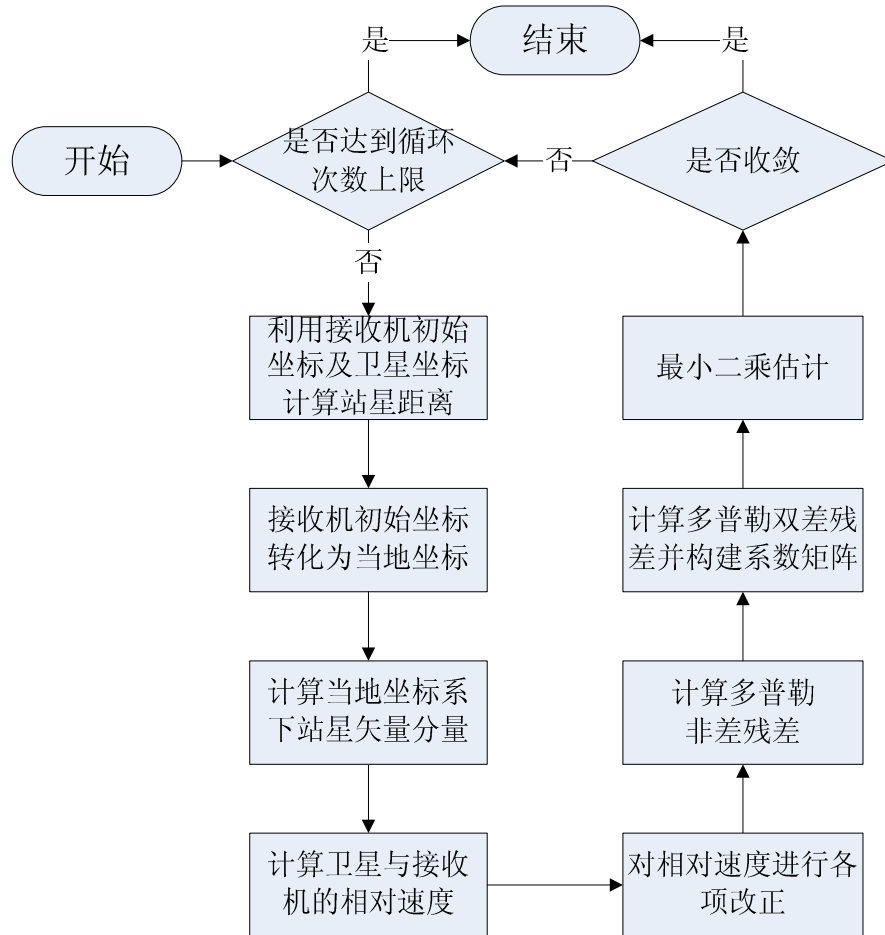


图 6-8 多普勒测速模块

第七章 总结和展望

本文基于北斗卫星导航系统,系统论述了精密相对定位和测速技术的理论基础,对周跳和粗差探测修复、模糊度解算及多普勒测速技术进行了研究,并编写了相关程序模块。论文的主要工作和研究成果总结如下:

(1) 介绍了精密相对定位的数学模型及其参数估计方法,论述了影响定位精度的各项误差因素,并介绍了几种减弱这些误差影响的方法。双差观测模型消除了卫星轨道误差、卫星钟差、卫星天线相位中心误差、接收机钟差和接收机天线相位中心误差等的影响,在短基线测量时,大幅削弱了电离层延迟和对流层延迟等误差的影响,误差源主要是多路径效应和观测噪声。最后介绍了北斗相对定位解算的特点,主要包括时空系统,异构星座及多频数据三个方面。

(2) 介绍了几种常用的周跳探测方法,并使用北斗实测数据进行了简单的应用。然后论述了三频数据组合观测量的定义,对组合观测量的各项误差进行了分析,并基于方差最小原则,对最优伪距相位组合、Geometry-free 组合和 MW 组合的周跳探测能力进行了比较分析。结合北斗观测数据,利用 Geometry-free 组合观测量 N_{GF12} 、 N_{GF13} 和 MW 组合观测量 N_{MW23} 组成三个线性无关的无几何组合探测周跳。结果显示该组合能够探测几乎所有周跳和 0.1 周以上的绝大多数粗差,与伪距相位组合观测量 $N_{(-1,-5,6)}$ 、 $N_{(4,-2,-3)}$ 、和 $N_{(1,4,-5)}$ 相比,对周跳和粗差有着更好的探测效果。

(3) 介绍了相对定位解算的基本步骤。论述了卡尔曼滤波法计算模糊度实数解及使用 LAMBDA 法进行模糊度搜索的原理。使用北斗实测数据进行算例分析,利用零基线观测数据验证自编制相对定位解算模块的正确性,数据分析结果显示该程序模块解算零基线的结果符合接收机噪声精度。利用卡尔曼基本滤波模型和卡尔曼附加模糊度参数模型两种方法解算模糊度,对它们的模糊度搜索次数和固定率等方面进行了比较。算例结果显示 Z 变换可以减少模糊度搜索次数,提高模糊度解算的效率;相比于基本滤波模型,附加模糊度参数模型能够大幅提高模糊度解算的固定率;该组实测数据模糊度解算 Ratio 值设置为 3 时,其固定解可以实现水平方向 1cm 以内,高程方向 3cm 以内的解算精度。最后使用北斗各频率数据组合进行相对定位解算,结果显示 B3 单频从固定率和标准差两方面看都有较好的解算效果;与单频解算相比,使用双频和三频数据解算的精度有所提高,但模糊度固定的效果受 B1B2 频点数据影响较大。

(4) 介绍了多普勒测速数学模型,对北斗卫星导航系统影响测速精度的各项误差进行了分析,并使用原始多普勒观测值进行了单点测速精度分析。GEO 卫星和 IGS0 卫星对多普勒测速精度的影响比 ME0 卫星小,当同时使用三个频率多普勒观测值测速时,北斗原始多普勒测速的各项误差总和要小于 GPS 原始多普勒测速。但由于目前北斗系统卫星数目还不够多,北斗多普勒测速精度受 PDOP 值影响较大,各频率测速精度约为 0.1m/s,其中北斗系统 B3 频率的多普勒测速精度都要优于 B1 和 B2 频率的多普勒测速精度,当同时使用

三个频率的北斗原始多普勒观测量测速时,测速精度可优于 0.1m/s , 能够达到 0.2m/s 的标称精度。分别使用载波差分多普勒值和原始多普勒观测值进行相对测速,结果显示在静态模式下使用载波差分多普勒测速要比原始多普勒观测值测速精度更高,通过比较发现相对测速精度主要受到多普勒观测值噪声的影响,验证了误差分析的结果。

(5) 编译了相对定位测速程序模块,介绍了程序的基本思路和模块组成,并对各模块的功能进行了介绍,给出了各模块的程序流程图。

基于本文目前的研究情况来看,还需要对北斗精密相对定位和测试技术进行进一步的研究,具体表现在:

(1) 由于时间仓促,本文的研究内容和使用数据主要基于短基线测量,今后有条件的话,还可对中长基线的精密相对定位解算问题进行深入研究。

(2) 可针对北斗系统多频数据特性,选择合适的数据组合对基于观测域的模糊度解算方法,如 CIR 法等进行进一步研究。

(3) 在进行相对定位精度分析时使用的数据由于没有比对坐标,因此只进行了内符合精度评估,今后还应采集更多实测数据进行分析。

(4) 本文相对定位与测速解算仅进行了静态模式下的测试,还应使用动态数据进一步进行分析。

参考文献

- [1] 冉承其, 赵小津. 北斗卫星导航系统试运行新闻发布会[R]. 北京: 2011.
- [2] 黄艳玉, 张杏谷. “北斗”卫星导航系统的研究[A], 2008—2009年船舶通信导航论文集[C]; 2009.
- [3] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件(测试版)[R]. 北京: 2011.
- [4] 范建军, 王飞雪, 郭桂蓉. GPS三频非差观测数据周跳的自动探测与改正研究[J]. 测绘科学, 2006, 31(5): 24-26.
- [5] 常志巧, 刘利, 何海波. 基于最优观测组合的三频周跳探测与修复[A]. 北京: CSNC2010第一届中国卫星导航学术年会, 2010.
- [6] 陈树新. GPS整周模糊度动态确定的算法及性能研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2002: 50-55.
- [7] Hof H W, Lichtenegger B H, Collins J. GPS history and Practice[M]. Springer-Verlag, Wien, 1997: 65-70.
- [8] Patrick Y C, Hwang R, Grower B. GPS navigation: combining pseudorange with continuous carrier phase using a Kalman filter[J]. Navigation: Journal of the ION, 1990, 37(2): 181-196.
- [9] Hatch R. Instantaneous Ambiguity Resolution[A]. Proceeding of IAG International Symposium 107 on Kinematic Systems in Geodesy, Surveying and Remote Sensing [C]. New York: Springer-Verlag, 1991: 299-308.
- [10] Euler H J, Landau H. Fast GPS Ambiguity Resolution On-The-Fly for Real-Time Application[A]. Proc of Sixth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning[C]. Columbus: Ohio, 1992: 650-659.
- [11] Yi Bing-xin, Huang Yong-bo, Lin Gang-chui. Model of combined observations of Galileo and GPS carrier phase[J], 2008, 16(1): 58-63.
- [12] Teunissen P J G. Least-squares Estimation of the Integer GPS Ambiguity [A]. Delft Geodetic Computing Centre(LGR), Section IV: Theory and Methodology[C]. Beijing: IAG General Meeting Beijing, 1993.
- [13] Teunissen P J G, Jonge P J, et al. The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: Its Performance on Short GPS Baselines and Short Observations Spans[J]. Journal of Geodesy, 1997, 171(10): 589-602.
- [14] 何海波. 高精度GPS动态测量及质量控制[D]. 解放军信息工程大学, 2002.
- [15] 张 明, 王宏涛, 王 强. 利用GPS 多普勒观测值精确确定运动载体的速度 [J]. 电光与控制, 2006, 13(3): 97-101
- [16] 王甫红, 张小红, 黄劲松. GPS单点测速的误差分析及精度评价[J]. 武汉测绘科技大学学报·信息科学版, 2007, 32(6): 515-519.
- [17] 杨龙. GPS测速精度研究及应用[D]. 国家海洋局第一海洋研究所, 2007.
- [18] 孟庆杰, 解海中, 董绪荣. 利用GPS进行速度测量的方法研究 [J]. 装备指挥技术学院学报, 2002, 13(1): 70-73.

- [19] 应俊俊, 刘根友. 航空重力测量中利用GPS测定载体的速度和垂直加速度 [J]. 大地测量与地球动力学, 2009, 29(5): 68-71.
- [20] Leick. GPS Satellite Surveying[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 91-99.
- [21] 黄丁发, 熊永良, 周乐韬. GPS卫星导航定位技术与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 104-109.
- [22] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 北京, 2003: 科学出版社: 361-369, 312-319.
- [23] 吕志伟. 基于连续运行基准站的动态定位理论与方法研究[D]. 解放军信息工程大学, 2010.
- [24] 许其凤. 区域卫星导航系统的卫星星座[J]. 测绘工程, 2001, 10(1): 1-5.
- [25] 王梦丽, 孙广富, 王飞雪等. 混合星座导航系统的加权几何精度因子分析[J]. 中国空间科学技术, 2007, 10(5): 50-56
- [26] 范 龙, 柴洪洲. 北斗二代卫星导航系统定位精度分析方法研究[J]. 海洋测绘, 2009, 29(1): 25-27.
- [27] 黄观文. GPS精密单点定位和高精度GPS基线网平差研究及其软件实现[D]. 长安大学, 2005.
- [28] F K Brunner. Effect of the troposphere on GPS measurements[J]. GPS World, 1993, 4(1): 42-51.
- [29] Schenewerk M, Dam van, Sasagawa. A detailed analysis of tropospheric effects on geodetic observations[J]. Physics and Chemistry of The Earth, 1998, (23): 103-106.
- [30] 韦克. 单频GPS精密单点定位研究[D]. 长安大学, 2010.
- [31] Hopfield. Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data[J]. Journal of Geophysical Research, 1969, 74(18): 4487-4499.
- [32] Saastamoinen. Contribution to the theory of atmospheric refraction[J]. Bulletin Geodesique, 1973, 107(1): 279-298, 383-397, 13-34.
- [33] Abdel-salam . Precise Point Positioning Using Un-Differenced Code and Carrier Phase Observations[D]. CALGARY: UNIVERISTY OF CALGARY, 2005.
- [34] Remondi B W. Performing centimeters relative surveying in seconds using GPS carrier phase[J]. Journal of Institute of Navigation, 1985, 32(4): 386-400.
- [35] Goad. Precise Positioning with the Global Positioning System[R]. Banff, Canada: Proceedings of the Third International Symposium on Inertial Technology for Surveying and Geodesy, 1986: 745-756.
- [36] 周巍, 郝金明, 贾小林. 几种周跳探测方法在COMPASS数据预处理[J]. 测绘科学与工程, 2008, 28(3): 66-69.
- [37] 周巍, 贾小林, 宋小勇. 基于多普勒积分的COMPASS卫星周跳与粗差探测中的应用[J]. 测绘工程, 2009, 18(2): 59-62.
- [38] Cannon, Schwarz, Weim. A consistency test of airborne GPS using multiple monitor station[J]. Bulletin Geodesique, 1992, 66(1): 2-11.
- [39] HanShaowei. Ambiguity Recovery for Long-range GPS Kinematic Positioning[J]. NAVIGATION, 1997, 44(2): 257-266.
- [40] 伍岳. 第二代导航卫星系统多频数据处理理论及应用[D]. 武汉: 武汉大学, 2005: 70.
- [41] 刘旭春, 伍岳, 张正禄等. GPS三频数据在周跳和粗差探测与修复中的应用 [J]. 煤炭学报, 2006,

31(5): 585-588.

- [42] 宋立杰. 测量平差程序设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 96-102.
- [43] 史琳. GPS整周模糊度及其在姿态测量中的应用研究[D]. 武汉理工大学, 2008.
- [44] 周扬眉. GPS精密定位的数学模型、数值算法及可靠性理论[D]. 武汉理工大学, 2003.
- [45] 周忠谟, 易杰军. GPS卫星测量原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1992.
- [46] 魏子卿, 葛茂荣. GPS相对定位的数学模型[M]. 北京: 测绘出版社, 1998.
- [47] 向虎雏. GPS零基线网的实验和意义以及同步环线性相关性论证[J]. 测绘通报, 1993, 11: 5-9.
- [48] 张宝峰, 耿丽红. GPS单点测速误差分析与数据处理[J]. 天津理工大学学报, 2010, 26(3): 13-15.
- [49] 陈远, 于兴旺, 叶聪云等. GPS多普勒观测值测速的精度分析[J]. 天津理工大学学报, 2010, 26(3): 13-15.
- [50] 何海波, 杨元喜, 孙中苗等. GPS 多普勒频移测量速度模型与误差分析[J]. 测绘学院学报, 2003, 20(2): 79-82.

作者简历 攻读硕士学位期间完成的主要工作

一、个人简历

王拓，男，1986年4月出生，江西抚州人

2007年6月毕业于解放军信息工程大学测绘学院，测量工程专业，获得学士学位

2007年7月在96167部队工作

2009年9月入解放军信息工程大学测绘学院读硕士学位

二、攻读硕士学位期间发表的学术论文

- 1、三频数据组合进行周跳和粗差探测方法研究，测绘科学与工程，2012年3月，第一作者
- 2、北斗多普勒测速精度的初步探讨，测绘信息与工程，2012年4月，第一作者

三、攻读硕士学位期间的科研情况

- 1、*****卫星导航系统定位测试系统，军队科研项目，项目参与者
- 2、卫星定位设备精度检定系统，军队科研项目，项目参与者

致谢

因为种种原因，三年前曾经犹豫过要不要回到学校继续深造，而在今天即将完成毕业论文的时候，回想起三年来生活中的点点滴滴，我为自己的选择感到庆幸。这三年的校园生活不仅让我成长，也为我今后的人生留下了一笔宝贵的回忆。

首先，非常感谢我的导师吕志伟副教授在这几年中对我学习生活中的关心和指导。导师为人乐观豁达、治学严谨、工作负责，无论是在学习、生活，还是工作上都给了我很多启发，在我眼中既是一位要求严格的老师，也是一位可敬可爱的兄长。本文大到选题和资料搜集，小到语句和格式的调整，都离不开导师的指导和帮助。在此，对导师表示深深的感谢，同时祝愿导师和师母刘老师身体健康，家庭幸福，工作顺利。

感谢郝金明教授、孙付平教授、杨力教授、李建文教授、陈明剑副教授、李军正教员、李海峰教员、朱新慧教员、李俊毅教员、丛佃伟教员、夏全喜教员和刘婧教员在我学习期间给予的指导和教诲。

感谢卫星定位总站的何海波博士、李春霞博士和付荔为我完成论文提供的无私帮助。

感谢同在一起学习的李作虎、崔建勇、陈坡、郝万亮、刘伟平、任雅奇、宋超、谢建涛、谢宏飞、郭飞霄和苗岳旺等同学为我创造的良好环境和学习氛围，特别感谢刘帅和董明，与你们在学术上的交流和探讨使我受益匪浅。

感谢师兄弟周建、白文礼、吕金浩和杨剑伟对我的帮助和支持，总觉得我们在一起的时间还不够多，希望将来有机会能够同你们再续兄弟情谊。

感谢 09 级所有的研究生，还有在青年杯赛场上，帮我拿到校园生涯里唯一一块金牌的球友们。

特别感谢徐园、陈维崧、申丝茗、王冰对我的关心和帮助，你们使我这三年的校园生活里充满了快乐。这些日子值得我永远珍藏。

最后，感谢在远方一直支持和包容我的父母、弟弟和朋友们，谢谢！

王拓

二〇一二年三月三十一日