

## 单频精密单点定位观测模型和电离层处理方法比较

阮仁桂<sup>1</sup> 吴显兵<sup>1</sup> 冯来平<sup>1</sup>

(1 西安测绘研究所,西安市雁塔路中段 1 号,710054)

**摘要:**利用单频码、相位和 GRAPHIC 组合 3 个观测量的两两组合可以构造 3 种单频精密单点定位观测模型:基于码和 GRAPHIC 观测量的 C-G 模型,基于 GRAPHIC 和相位观测量的 G-P 模型和基于码和相位观测量的 C-P 模型。针对电离层延迟改正问题,考虑了最高精度的模型改正方法——IGS 格网电离层改正和估计电离层延迟参数两种方案。采用全球分布的 15 个 IGS 监测站 16 d 的数据和一组机载动态 GPS 数据进行解算实验。结果表明,不同观测模型和不同的电离层延迟处理方法,定位效果有明显差异。

**关键词:**单频精密单点定位;观测模型;电离层延迟;DCB 改正;电离层延迟估计

**中图法分类号:**P228.41

许多应用领域都对基于单频接收机的精密单点定位非常关注。过去的几年里许多学者都进行了单频精密单点定位研究<sup>[1-6]</sup>。如何更好地消除电离层延迟影响,相对于双频精密单点定位,是单频精密单点定位技术的关键所在。文献[3,7]基于码和相位构成的观测模型,分析不同电离层延迟改正方法的定位结果。文献[8]针对码和 GRAPHIC 构成的观测模型研究了不同电离层映射函数的定位结果。事实上,单频精密单点定位可利用的观测量有码、相位和 GRAPHIC 组合<sup>[4,9]</sup>。三者之中任选两个进行组合,就可得到 3 种观测模型。而目前却鲜有文献对不同的观测模型和电离层改正方法进行全面的讨论。

## 1 观测模型

假设某一单频接收机观测到卫星  $i$  的码和相位观测值表示为<sup>[10]</sup>:

$$C^i = \rho^i + \delta t_r + M^i \cdot d_{zpd} + d_{ion}^i + d_r + d_s + \epsilon_C^i \quad (1)$$

$$P^i = \rho^i + \delta t_r + M^i \cdot d_{zpd} - d_{ion}^i + \lambda \cdot N^i + \delta_r + \delta_s + \lambda \cdot (\varphi_r - \varphi_s^i) + \epsilon_P^i \quad (2)$$

考虑到设备时延、初始相位、接收机钟差及模糊度等参数之间的相关性,在参数估计时,其中一些参数难以分离,将叠加到一起。

重写式(1)和式(2),并整理如下:

$$C^i = \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} + I^i + \epsilon_C^i \quad (3)$$

$$P^i = \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} - I^i + b^i + \epsilon_P^i \quad (4)$$

式(3)和式(4)相加取平均可以得到 GRAPHIC 观测量<sup>[9]</sup>(也称为半和组合<sup>[6]</sup>):

$$G^i = \frac{C^i + P^i}{2} = \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} + \frac{b^i}{2} + \epsilon_G^i \quad (5)$$

式中,  $\epsilon_G^i = (\epsilon_C^i + \epsilon_P^i)/2$ 。3 个观测量中任选两个组成观测方程则可得到以下 3 个观测模型:

① 基于码和 GRAPHIC 观测量得到 C-G 模型:

$$\begin{aligned} C^i &= \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} + I^i + \epsilon_C^i \\ G^i &= \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} + 0.5 \cdot b^i + \epsilon_G^i \end{aligned} \quad (6)$$

② 基于 GRAPHIC 和相位观测量得到 G-P 模型:

$$\begin{aligned} G^i &= \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} + 0.5 \cdot b^i + \epsilon_G^i \\ P^i &= \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} - I^i + b^i + \epsilon_P^i \end{aligned} \quad (7)$$

③ 基于码和相位观测量得到 C-P 模型为:

$$\begin{aligned} C^i &= \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} + I^i + \epsilon_C^i \\ P^i &= \rho^i + \delta t + M^i \cdot d_{zpd} - I^i + b^i + \epsilon_P^i \end{aligned} \quad (8)$$

以上公式并没有写出卫星钟差、相对效应、天线相位中心偏置等改正项,这些改正项可以采用 IGS 精密数据产品或精确的模型来进行改正。文献[11]详细地给出了精密单点定位中需要考虑的各种模型改正。

收稿日期:2012-04-28。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(141074020);中国卫星导航学术年会资助项目(CSNC 2011-QY-20)。

IGS的钟差产品是以双频 $P_1$ 码和 $P_2$ 码的消电离层组合作为观测量求解得到的,由于硬件延迟与钟差无法分离,卫星钟差包含了卫星的双频组合群延迟<sup>[12]</sup>。对于双频定位用户,这一组合群延迟正好抵消,而单频数据中的群延迟与组合群延迟不一致,必须进行改正,称为码间偏差(differential code bias, DCB)改正。从此意义上说,式(1)中 $d_s^i$ 表示的就是单频群延迟与卫星钟差包含的双频组合群时延的差异。因此,式(6)~式(8)中,电离层延迟参数 $I^i$ 包含了码间偏差和电离层延迟,必须设法消除其影响。

## 2 数据处理算法

对 $I^i$ 的处理,可以采用以下两种方法:①采用有效的数据或模型分别对码间偏差和电离层延迟进行改正;②将电离层延迟参数 $I^i$ 作为未知参数进行估计。

### 2.1 DCB和电离层延迟改正

文献[6]就是基于C-G模型,通过对DCB和电离层延迟进行改正后而实现的。文献[6-7]给出了不同观测量DCB改正的方法。DCB改正可对卫星钟差进行改正<sup>[5]</sup>,也可以直接对观测量进行改正,两种方法是等效的。针对 $L_1$ 频点 $P_1$ 码和 $C_1$ 码观测量的DCB改正公式为:

$$P_1' = P_1 + 1.546 \cdot B_{P_1-P_2}$$

$$C_1' = C_1 + 1.546 \cdot B_{P_1-P_2} + B_{P_1-C_1}$$

式中, $B_{P_1-P_2}$ 、 $B_{P_1-C_1}$ 分别为IGS每月发布的码间偏差参数; $P_1'$ 、 $C_1'$ 分别为DCB改正后的 $P_1$ 码和 $C_1$ 码观测量。

对于电离层改正常用的模型有Klobuchar模型、格网模型、球谐模型、IRI模型等。IGS的多个分析中心都提供电子含量网格数据,其精度在2~9 TECU之间(1TECU引起的 $L_1$ 载波延迟约为0.163 m),是目前精度最高的电离层模型,也是最常用的单频精密单点定位电离层改正模型。

### 2.2 电离层延迟参数估计

许多研究人员试图在单频精密单点定位参数解算时估计电离层延迟。Beran利用天顶延迟和映射函数对电离层建模并估计天顶延迟参数<sup>[1]</sup>,Chen同时估计电离层延迟天顶延迟和水平梯度参数的方法<sup>[7]</sup>,两者都是基于C-P模型实现的。涂锐基于C-G模型分析比较了采用不同映射函数估计电离层延迟的单频精密单点定位效果<sup>[8]</sup>。这种采用“天顶延迟+水平梯度+映射函数”的模型描述电离层的活动精度是有限的。本文不对电

离层进行建模,而是采用文献[13]提出的直接估计径向电离层延迟参数 $I^i$ 的方法。

### 2.3 滤波解算

假设第 $k$ 历元观测到 $m(m>4)$ 颗卫星,则可得到 $2 \times m$ 维观测值向量 $L_k$ ,未知参数包括接收机钟差 $\delta t_k$ ,对流层天顶延迟 $d_{zpd,k}$ ,接收机位置参数 $x_k, y_k, z_k$ ,模糊度参数 $b^1, b^2, \dots, b^m$ ,电离层延迟 $I^1, I^2, \dots, I^m$ (只在估计电离层延迟参数时才存在)。现将未知参数分为两类,表示为:

$$X_k = [y_k^T, g_k^T]^T, y_k = [I^1, I^2, \dots, I^m]^T,$$

$$g_k = [\delta t, d_{zpd}, x, y, z, b^1, b^2, \dots, b^m]^T$$

接收机钟差采用白噪声模型,对流层天顶延迟采用随机游走模型,动态定位时接收机位置采用白噪声模型或随机游走模型,模糊度参数和静态定位时接收机位置作为常量,也可看作是过程噪声为0的随机游走模型。电离层参数向量 $y_k$ 也可以采用一阶高斯-马尔科夫过程来描述。考虑到它不是普通定位用户所关心的,本文不对其随时间的变化过程作假设,而是在数据处理时设法采用参数约化的方法在法方程中逐历元地消去。由于涉及了不同类型的参数,采用参数约化的平方根信息滤波与平滑算法<sup>[13-14]</sup>,未知向量 $g_k$ 采用一阶高斯-马尔科夫过程描述,滤波模型为:

$$L_k = H_{y,k} y_k + H_{g,k} g_k + v_k, v_k \sim N(0, Q_k)$$

$$g_{k+1} = \Phi_k g_k + w_k, w_k \sim N(0, \Omega_k)$$

(9)

式中, $H_{g,k}$ 和 $H_{y,k}$ 是对应未知向量 $g_k$ 和 $y_k$ 的偏导数矩阵; $v_k$ 为观测噪声向量; $\Phi_k$ 为状态转移矩阵; $w_k$ 为过程噪声向量; $\Omega_k$ 为过程噪声方差阵; $Q_k$ 为观测噪声方差阵:

$$Q_k = \text{Diag}(\Sigma^1, \Sigma^2, \dots, \Sigma^m), \Sigma = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix}$$

对于不同观测模型,有:

C-G模型:

$$\delta_{11} = \sigma_C^2; \delta_{22} = \frac{\sigma_C^2 + \sigma_P^2}{4}; \delta_{21} = \delta_{12} = \frac{\sigma_C^2}{2}$$

G-P模型:

$$\delta_{11} = \frac{\sigma_C^2 + \sigma_P^2}{4}; \delta_{22} = \sigma_P^2; \delta_{21} = \delta_{12} = \frac{\sigma_P^2}{2}$$

C-P模型:

$$\delta_{11} = \sigma_C^2; \delta_{22} = \sigma_P^2; \delta_{21} = \delta_{12} = 0$$

式中, $\sigma_C^2 = \text{cov}(\epsilon_C)$ ,  $\sigma_P^2 = \text{cov}(\epsilon_P)$ 分别表示码和相位观测噪声方差。在定位实验中,可利用 $\sigma_C = 0.3$  m和 $\sigma_P = 0.002$  m来确定观测量协方差矩阵。

## 3 实验分析

为了分析不同观测模型和电离层处理方法的

定位精度,收集了 15 个 IGS 观测站 2011-03-16 (年积日 75)到 03-31(年积日 90)16 d 的观测数据和一组机载动态 GPS 数据,分别利用 3 种观测模型采用两种电离层处理方案进行定位实验:① 采用 IGS 格网电离层产品和 DCB 数据进行模型改正(简称电离层改正);② 将电离层路径延迟参数作为未知参数,与接收机位置、钟差,对流层天顶延迟、相位模糊度一起滤波求解(简称电离层估计)。以下实验采用 IGS 最终轨道和 30 s 采样钟差产品。

### 3.1 静态定位实验

所选的 15 个 IGS 跟踪站都处在电离层活动比较剧烈的中低纬度地区( $30^{\circ}\text{S}\sim 30^{\circ}\text{N}$ ),分布如图 1 所示。分别采用不同模型和电离层处理方法

对每个测站单天的观测文件进行单频精密单点定位解算。将定位结果与 IGS 当周解站坐标比较表示成 ENU 方向的位置误差。图 2 按天统计了不同模型和电离层处理方法得到定位结果 ENU 方向和三维位置误差的 RMS 序列。

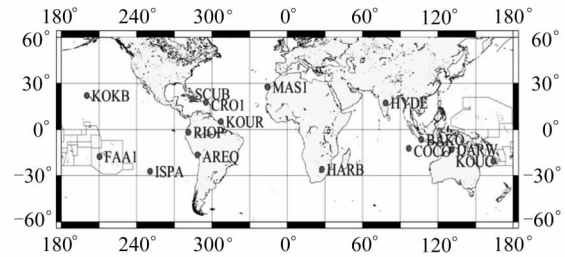


图 1 测站分布图

Fig. 1 Station Distribution

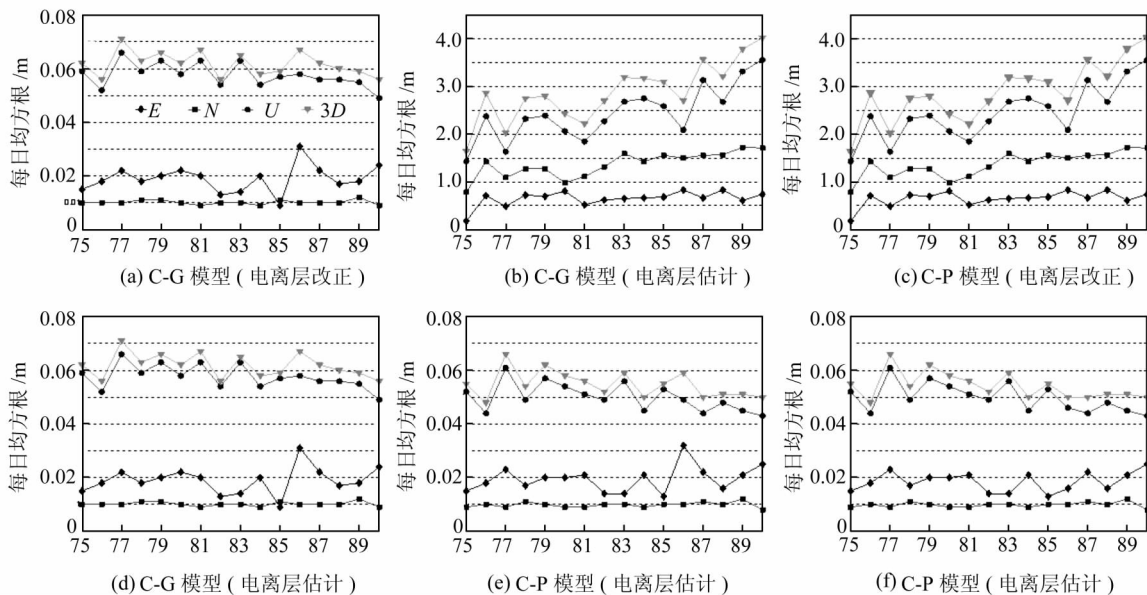


图 2 按天统计的不同观测模型和电离层处理方法静态定位 ENU 和 3D 方向的 RMS

Fig. 2 Daily Static Positioning RMS in ENU and 3D with Different Observation Models and Approaches for Ionospheric Elimination

从图 2 中可以看出,C-G 模型电离层改正的定位结果(图 2(a))和电离层估计的定位结果(图 2(d))非常接近, $E$  方向的 RMS 在 0.02 m 左右; $N$  方向的在 0.01 m 左右; $U$  方向在 0.06 m 左右。G-P 模型电离层改正的定位结果(图 2(b))要比电离层估计的定位结果(图 2(e))差很多。电离层改正的定位误差: $E$  方向的 RMS 在 0.7 m 左右; $N$  方向在 0.7~1.7 m; $U$  方向在 1.5~3.5 m,3 个方向的 RMS 都有递增的趋势。电离层估计的定位结果 ENU 方向 RMS 分别在 0.02 m、0.01 m 和 0.05 m 左右。不论是变化趋势还是量级上,C-P 模型电离层改正的定位结果(图 2(c))和电离层估计的定位结果(图 2(f))都与 G-

P 模型几乎是一致的。

图 3 给出 3 种模型电离层估计方法得到的各测站静态定位的重复精度,可以看出 C-G 模型的结果要比 G-P 模型和 C-P 模型的稍差一些;而后两者几乎是一致的, $E$  方向优于 0.02 m, $N$  方向优于 0.01 m, $U$  方向向 0.03 m。综合 15 个测站 16 d 的处理结果,统计静态定位的重复精度(STD)和均方误差(RMS)分别如表 1 和表 2 所示。对于 C-G 模型,不论是从重复精度,还是 RMS,电离层改正的结果与电离层估计的结果都可以认为是没有明显差异的。对于 G-P 模型和 C-P 模型,电离层估计的效果则要明显优于电离层改正的结果。估计电离层延迟时,C-G 模型的



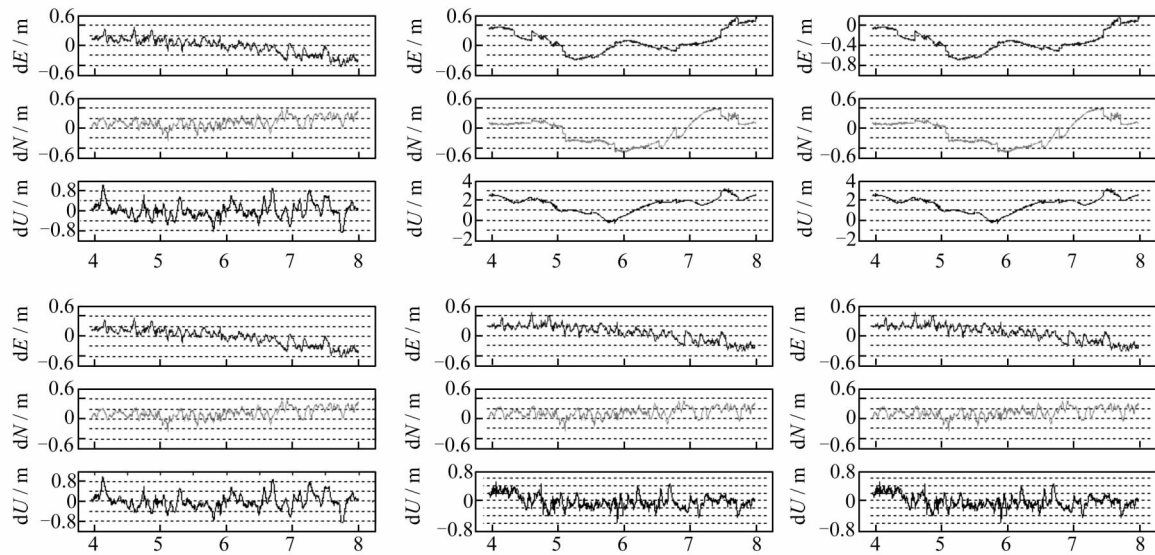


图 4 不同模型和电离层处理方法动态定位 ENU 方向误差

Fig. 4 Kinematic Positioning Errors in ENU with Different Observation Models and Approaches for Ionospheric Elimination

并起主要作用。用格网电离层改正或估计电离层参数对 GRAPHIC 观测量没有影响,因此,不论是静态定位还是动态定位,两种处理的结果都没有大的差异。对于 G-P 模型和 C-P 模型,相位观测量起主要作用,相位的权比约为码观测量的 22 000 倍,约为 GRAPHIC 观测量的 5 000 倍,所以不论是采用模型改正还是估计电离层延迟参数,虽然模型不同,其定位结果几乎是一致的(在 mm 量级上没有反映出来)。电离层改正的定位结果不理想,说明电离层模型的误差不同忽视,直接影响了相位观测量的实际精度。就电离层改正方法而言,C-G 模型较后两者相比,有非常明显的优势。从电离层估计法来看,C-G 模型的精度要比后两种模型稍差一些,因为起主要作用的 GRAPHIC 观测量的精度要比相位精度低。

电离层改正法必然将电离层模型的误差带入码和相位观测量中,因此,严格地,直接按照码和相位观测量的测量精度进行权比确定显然是不够合理的,应该考虑所用电离层改正模型的误差。可以想像,如果对 G-P 模型中的相位观测量进行降权(视为码观测量),则电离层改正法的定位效果应该与 C-G 模型电离层改正法相当。

另外,实验还发现,静态定位结果在高程方向上有明显的系统误差。这可能是因为在单频精密单点定位中采用 IGS 提供的卫星天线相位中心与卫星  $L_1$  频点实际的相位中心有差异。因为,表面上看 IGS 提供的相位中心  $L_1$  和  $L_2$  频点是一致的,实际上其表示的是双频消电离层组合

相位中心,由此产生的系统误差更多地反映在高程方向上。

## 参 考 文 献

- [1] Beran T, Kim D, Langley R B. High-Precision Single-Frequency GPS Point Positioning [C]. ION GPS/GNSS 2003, Portland, 2003
- [2] Choy S, Zhang K, Silcock D. An Evaluation of Various Ionospheric Error Mitigation Methods Used in Single Frequency PPP[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2008,7(1): 62-71
- [3] Gao Y, Zhang Y, Chen K. Development of a Real-Time Single-Frequency Precise Point Positioning System and Test Results [C]. ION GNSS 2006, Fort Worth, TX, 2006
- [4] Montenbruck O. Kinematic GPS Positioning of LEO Satellites Using Ionosphere-free Single Frequency Measurements [J]. Aerospace Science and Technology, 2003,7(5): 396-405
- [5] Muellerschoen R J, Iijima B, Meyer R, et al. Real-Time Point-Positioning Performance Evaluation of Single-Frequency Receivers Using NASA's Global Differential GPS System [C]. ION GNSS 2004, Long Beach, CA, 2004
- [6] 张小红, 李星星, 郭斐, 等. GPS 单频精密单点定位软件实现与精度分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008,33(8): 783-787
- [7] Chen K, Gao Y. Real-Time Precise Point Positioning Using Single Frequency Data [C]. Proceedings of ION GNSS 2005, Long Beach, California, 2005

- [8] 涂锐, 张勤, 黄观文. 单频精密单点定位电离层延迟处理方法研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 30(2): 99-103
- [9] Parkinson B W, Spilker Jr J J. Global Positioning System: Theory and Applications (Volume 1)[M]. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 1996
- [10] Kleusberg A, Teunissen P J G. GPS for Geodesy [M]. Berlin: Springer, 1996
- [11] Kouba J. A Guide to Using International GPS Service(IGS) PRODUCTS[EB/OL]. <ftp://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/resource/pubs/GuidetoUsingIGSPProducts.pdf>, 2003
- [12] Schaer S. Differential Code Biases (DCB) in GNSS Analysis[C]. IGS Workshop 2008, Miami Beach, Florida, USA, 2008
- [13] 阮仁桂, 吴显兵, 冯来平, 等. 同时估计电离层延迟的单频精密单点定位方法[J]. 测绘学报, 2012, 41(4): 490-495
- [14] 阮仁桂. GPS非差相位精密单点定位研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2009

第一作者简介: 阮仁桂, 硕士, 主要从事 GNSS 精密定位和定轨研究。

E-mail: rrg2002me@163.com

## Comparison of Observation Models and Ionospheric Elimination Approaches for Single Frequency Precise Point Positioning

RUAN Rengui<sup>1</sup> WU Xianbing<sup>1</sup> FENG Laiping<sup>1</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** Based on code, carrier phase and their combination so called GRAPHIC observation, three types of observation model for Single-Frequency Precise Point Positioning (SFPPP) were presented, named as: "C-G model" making use of Code and GRAPHIC observation, "G-P model" making use of GRAPHIC and Phase observation and "C-P model" making use of Code and Phase observation. We considered two approaches to eliminate ionospheric effect: first, to remove the ionospheric delay with ionospheric map data from the International GNSS Service (IGS) which is the most accurate ionospheric model; second, to estimate the ionospheric path delay parameter together with receiver position, clock offset and so on. SFPPP experiments were carried out with static GPS data collected at 15 stations of IGS through day 75 to 90 in 2011 and airborne GPS data collected on September 5<sup>th</sup> 2008. It's shown that different models and ionospheric elimination approaches lead to different positioning accuracy. Among all the three models and two approaches, G-P model and C-P model with estimation of ionospheric path delay, produce the best result for both static and kinematic positioning. Just saying the first ionospheric elimination approach, C-G model enjoy the best result. Our work indicates that, by adopt suitable observation and ionospheric elimination approach, an accuracy of a few centimeters for static positioning and several delimiters for kinematic positioning is achievable with SFPPP.

**Key words:** single-frequency precise point positioning; observation model; ionospheric delay; differential Code Bias correction; ionospheric estimation

**About the first author:** RUAN Rengui, master. He majors in GNSS precise positioning and orbit determination.  
E-mail: rrg2002me@163.com