Національний технічний університет «ХПІ»

Дата проведення олімпіади: 21.03.2024

кафедра прикладної математики
НТУ «ХПІ»

Задачі першого тура
Всеукраїнської студентської олімпіади з вищої математики

Задача 1. (2 бала)

Задано послідовність: 0,2; 0,22; 0,222; … $0,\underbrace{22...2}_{n}$; …. Знайти її границю, якщо вона існує або довести, що границя не існує.

Задача 2. (4 бала)

У паралелограмі *ABCD* пряма *l* перетинає прямі *AB*, *AC*, *AD* відповідно в точках B_1, C_1, D_1. Довести, що якщо $\overrightarrow{AB_1} = k_1\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD_1} = k_2\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC_1} = k_3\overrightarrow{AC}$, то $\frac{1}{k_3} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

Задача 3. (5 балів)

Розв'язати матричне рівняння:

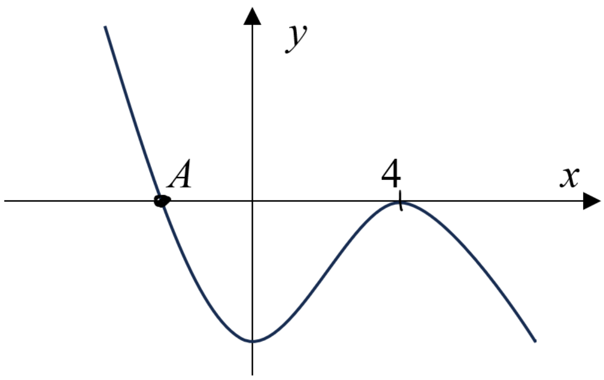
$$3A^2 + 2A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. (4 бала)

Обчислити $\int_0^2 \left[2^x\right]dx$, де $[a]$ – ціла частина числа *a*.

Задача 5. (5 балів)

Графік функції $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ наведено на рис. Знайти абсцису точки *A*.



Задача 6. (8 балів)

Знайти $y = y(x): D \to E$, якщо $y'(0) = 1$ та $\forall\ x_1, x_2, x_1 + x_2 \in D$ виконується:

$$y(x_1 + x_2) = y(x_1) + x_2 tg y(x_1) + \frac{(1 + x_1)y(x_2)}{\cos y(x_1)}.$$

Задача 7. (7 балів)

Знайти суму $\sum_{k=1}^{m}(-1)^k C_m^k k^n$, де $m, n \in \mathbb{N}$ та $n \le m$.