

# 中山大学《概率论与数理统计》2020-2021

## 学年第二学期期末试卷

满分 100 分

### 一、 填空题 ( 每空 3 分 , 共 45 分 )

1、 已知  $P(A) = 0.92$ ,  $P(B) = 0.93$ ,  $P(B|\bar{A}) = 0.85$ , 则  $P(A|\bar{B}) =$  \_\_\_\_\_  $P(A \cup B) =$  \_\_\_\_\_

2、 设事件  $A$  与  $B$  独立,  $A$  与  $B$  都不发生的概率为  $\frac{1}{9}$ ,  $A$  发生且  $B$  不发生的概率与  $B$  发生且  $A$  不发生的概率相等, 则  $A$  发生的概率为: \_\_\_\_\_;

3、 一间宿舍内住有 6 个同学, 求他们之中恰好有 4 个人的生日在同一个月份的概率: \_\_\_\_\_; 没有任何人的生日在同一个月份的概率 \_\_\_\_\_;

4、 已知随机变量  $X$  的密度函数为:  $\varphi(x) = \begin{cases} Ae^x, & x < 0 \\ 1/4, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \end{cases}$ , 则常数  $A =$  \_\_\_\_\_, 分布函数  $F(x) =$  \_\_\_\_\_, 概率  $P\{-0.5 < X < 1\} =$  \_\_\_\_\_;

5、 设随机变量  $X \sim B(2, p)$ 、 $Y \sim B(1, p)$ , 若  $P\{X \geq 1\} = 5/9$ , 则  $p =$  \_\_\_\_\_, 若  $X$  与  $Y$  独立, 则  $Z = \max(X, Y)$  的分布律: \_\_\_\_\_;

与  $Y$  独立, 则  $Z = \max(X, Y)$  的分布律: \_\_\_\_\_;

6、 设  $X \sim B(200, 0.01)$ ,  $Y \sim P(4)$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立, 则  $D(2X - 3Y) =$  \_\_\_\_\_,  $\text{COV}(2X - 3Y, X) =$  \_\_\_\_\_;

7、 设  $X_1, X_2, \dots, X_5$  是总体  $X \sim N(0, 1)$  的简单随机样本, 则当  $k =$  \_\_\_\_\_ 时,

$$Y = \frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}} \sim t(3);$$

8、 设总体  $X \sim U(0, \theta)$   $\theta > 0$  为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为其样本,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  为样本均值, 则  $\theta$  的矩估计量为: \_\_\_\_\_。

9、 设样本  $X_1, X_2, \dots, X_9$  来自正态总体  $N(a, 1.44)$ , 计算得样本观察值  $\bar{x} = 10$ , 求参数  $a$  的置信度为 95% 的置信区间: \_\_\_\_\_;



## 二、 计算题 ( 35 分 )

1、 (12 分) 设连续型随机变量  $X$  的密度函数为：

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求：1)  $P\{|2X-1| < 2\}$ ；2)  $Y = X^2$  的密度函数  $\varphi_Y(y)$ ；3)  $E(2X-1)$ ；

2、 (12 分) 设随机变量  $(X, Y)$  的密度函数为

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} 1/4, & |y| < x, 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- 1) 求边缘密度函数  $\varphi_X(x), \varphi_Y(y)$ ；
- 2) 问  $X$  与  $Y$  是否独立？是否相关？
- 3) 计算  $Z = X + Y$  的密度函数  $\varphi_Z(z)$ ；

3、 (11 分) 设总体  $X$  的概率密度函数为：

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad \theta > 0$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的简单随机样本。

1) 求参数  $\theta$  的极大似然估计量  $\hat{\theta}$  ;

2) 验证估计量  $\hat{\theta}$  是否是参数  $\theta$  的无偏估计量。

### 三、 应用题 ( 20 分 )

1、( 10 分 ) 设某人从外地赶来参加紧急会议 , 他乘火车、轮船、汽车或飞机来的概率分别是  $3/10$  ,  $1/5$  ,  $1/10$  和  $2/5$  。如果他乘飞机来 , 不会迟到 ; 而乘火车、轮船或汽车来 , 迟到的概率分别是  $1/4$  ,  $1/3$  ,  $1/2$  。现此人迟到 , 试推断他乘哪一种交通工具的可能性最大 ?

2 . ( 10 分 ) 环境保护条例 , 在排放的工业废水中 , 某有害物质不得超过  $0.5\%$  , 假定有害物质含量  $X$  服从正态分布。现在取 5 份水样 , 测定该有害物质含量 , 得如下数据 :

$0.530\%$  ,  $0.542\%$  ,  $0.510\%$  ,  $0.495\%$  ,  $0.515\%$

能否据此抽样结果说明有害物质含量超过了规定 ( $\alpha = 0.05$ ) ?