命题教师：

____

中 山 大 学 试 题

（2017-2018 学年第二学期） A 卷□/B 卷☑

课程名称 高等数学 B(II) 开课学院 理学院

使用班级 2017 级部分专业 考试日期 2018 年 9 月

姓名________ 学号________ 专业、班级________ 学生所在学院________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	核查人签名
得 分										
阅卷教师										

一、选择题（每题 3 分，共 12 分）

1、函数 $z=f(x，y)$ 在点 $(x_0，y_0)$ 处可微的充分条件是 （ ）

A. $f(x，y)$ 在点 $(x_0，y_0)$ 处连续；

B. $f_x(x，y)$， $f_y(x，y)$ 在点 $(x_0，y_0)$ 的某邻域存在；

C. $\Delta z-f_x(x，y)\Delta x-f_y(x，y)\Delta y$，当 $\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}\to 0$ 时是无穷小量；

D. $\dfrac{\Delta z-f_x(x，y)\Delta x-f_y(x，y)\Delta y}{\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}}$，当 $\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}\to 0$ 时是无穷小量.

2、下列命题或表达式中正确的是 （ ）

A. $\int_{-1}^{1}\frac{e^x}{e^x-1}\mathrm{d}x$ 是定积分； B. $\int_{0}^{1}\frac{e^x-1}{x}\mathrm{d}x$ 不是定积分；

C. $\int_0^{\pi}\sqrt{1-\sin^2 x}\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\cos x\mathrm{d}x$； D. $\int_{-1}^{1}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x=0$.

3、设直线 $L:\begin{cases}x+3y+2z+5=0\\2x-y-10z-12=0\end{cases}$ 及平面 $\pi:4x-2y+z-6=0$，则直线 L（ ）

A. 平行于平面 π； B. 在平面 π 上； C. 垂直于平面 π；D. 与平面 π 斜交.

4、设 $I_k=\iint\limits_D(x+y)^k\mathrm{d}\sigma(k=1,2,3)$，其中 $D=\{(x，y)\big|(x-2)^2+(y-1)^2\le 1\}$，比较 $I_1，I_2，I_3$ 的大小有 （ ）

A. $I_1<I_2<I_3$； B. $I_2<I_1<I_3$； C. $I_2<I_3<I_1$； D. $I_3<I_2<I_1$

二、填空题（每题 4 分，共 16 分）

1、点 $M(1,1,1)$ 在平面 $\pi: x+2y-z-1=0$ 上的投影点为______________.

2、$\int_0^{\pi}\sqrt{\sin^3 x-\sin^5 x}dx=$______________________________.

3、设函数 $f(x)$ 有二阶连续导数，且 $f(0)=1$，$f(2)=3$，$f'(2)=5$，则 $\int_0^1 xf''(2x)\mathrm{d}x=$______________________________.

4、曲线 Γ：$\begin{cases} x=\int_0^t e^u\cos u\mathrm{d}u \\ y=2\sin t+\cos t \\ z=1+e^{3t} \end{cases}$，在 $t=0$ 处的切线方程为________________________，

法平面方程为____________________________________.

三、计算下列各题（每题 6 分，共 24 分）

1、$\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\dfrac{\tan xy}{y}$

2、设 $u=f(\dfrac{x}{y},\dfrac{y}{z})$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$，$\dfrac{\partial u}{\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial u}{\partial z}$.

3、设点 $A(1,-1,1)$，$B(-3,2,-1)$，$C(5,3,-2)$，判断三点是否共线，若不共线求过三点的平面方程.

4、求微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+y\cos x=e^{-\sin x}$ 满足初始条件 $y(0)=1$ 的特解.

四、证明下列各题（每题 8 分，共 16 分）

1、证明：设 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n$ 都收敛，且 $b_n\le a_n\le c_n(n=1,2,\cdots)$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛.

2、设 $f(x)$ 连续，且 $F(x)=\int_0^x(x-2t)f(t)\mathrm{d}t$.证明：若 $f(x)$ 单调不增，则 $F(x)$ 单调不减.

五、（8 分）设二元函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $z-x-y+xye^{z-x}=0$ 确定，求 $\mathrm{d}z$.

六、（8 分）设 $f(x)$ 在 $[0,c]$ 上连续，证明：$\int_0^c\mathrm{d}y\int_0^y f(x)\mathrm{d}x=\int_0^c(c-x)f(x)\mathrm{d}x$.

七、（8 分）计算 $\iint\limits_D\dfrac{\sin x}{x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 是由直线 $y=x$，$y=0$，$x=\pi$ 所围成的闭区域.

八、（8 分）求二元函数 $f(x,y)=(x^2+2x+y)e^y$ 的极值.