

装订线

班级:

姓名:

学号:

2016—2017 学年第二学期

## 机械、宝石、通信、自动化等专业《概率统计 2》(课程) 试卷

## 诚信考试承诺

本人承诺：遵守考场规则，诚信考试。

1. 不在考场带入或使用手机；
2. 不夹带与课程考试相关文字图表材料；
3. 不做出其他违反考场规则的行为。

请在上述内容后面的方框中打“√”。

试卷来源：概率统计教研组 送卷人 打印： 校对：

题目	一	二	三	四	五	总成绩
得分						
阅卷						

本试卷用到的查表数据： $z_{0.025} = 1.96$ ,  $t_{0.025}(15) = 2.1315$ 

## 一、填空(共 7 题, 每题 2 分, 共 14 分)

1. 设某人独立地重复射击 4 次, 打靶的命中率为 0.8, 则恰好命中 3 次的概率为\_\_\_\_\_

2. 随机变量  $X \sim f(x) = \begin{cases} Ae^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_.3. 若随机变量  $X \sim U_{[0,2]}$ , 则  $E(2 \sin X) =$  \_\_\_\_\_4. 若随机变量  $X \sim N(1, 9)$ , 则  $D(2X - 3) =$  \_\_\_\_\_5. 已知一批零件的长度  $X$  (单位: cm) 服从正态分布  $N(\mu, 9)$ , 从中随机地抽取 25 个零件, 得到长度的平均值为 30 (cm), 则  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间是\_\_\_\_\_6. 设  $X \sim \chi^2(6)$ ,  $P\{X > \chi^2_{1-\alpha}(6)\} =$  \_\_\_\_\_.7. 已知总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为取自总体  $X$  的样本, 则  $\theta$  的似然函数为\_\_\_\_\_

## 二、选择(共 7 题, 每题 2 分, 共 14 分)

1. 对于任意二事件  $A$  和  $B$ , 有  $P(A \cdot B) =$  ( )

A.  $P(A) + P(B) - P(AB)$       B.  $P(A) - P(AB)$

C.  $P(A) - P(B) + P(AB)$       D.  $P(A) - P(B)$

2. 如  $A, B$  独立, 一定有( )

A.  $P(A) = P(B | A)$       B.  $P(AB) = 0$

C.  $P(A | \bar{B}) = P(A | B)$       D.  $P(A) + P(B) = 1$

3. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x)$  ( $-\infty < x < +\infty$ ), 则( ) 成立。

A.  $f(x) \geq 0$       B.  $0 \leq f(x) \leq 1$

C.  $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 1$       D.  $\int_0^{+\infty} f(x)dx = 1$

4. 设二维随机变量  $(X, Y)$  取下列数组  $(-1, 0)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(0, 0)$  的概率依次为  $1/c$ ,  $3/(4c)$ ,  $1/(2c)$ 其余数组概率为 0, 则  $c$  的取值为( )

A.  $5/8$       B.  $2/3$

C.  $3/4$       D.  $4/9$

5. 如果随机变量  $X, Y$  满足  $D(X+Y) = D(X-Y)$ , 则必有( )

A.  $X$  与  $Y$  独立      B.  $D(Y) = 0$       C.  $D(X) = 0$       D.  $X$  与  $Y$  不相关

6. 总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, X_3$  为取自总体  $X$  的简单随机样本, 在以下总体均值  $\mu$  的四个无偏估计量中, 最有效的是( )

A.  $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$       B.  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

C.  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_3$       D.  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{2}X_3$

7. 设随机变量  $U \sim \chi^2(n)$ ,  $V \sim N(0, 1)$ , 且  $U, V$  相互独立, 则  $Y = U + V^2$  服从的分布为( )

A.  $t(n+1)$       B.  $\chi^2(n+1)$       C.  $t(n)$       D.  $\chi^2(2n)$



三、计算题

1. (本题 10 分) 某专业 12 级三 (1201、1202、1203) 个班学生人数比为 30:30:40，三个班英语四级的通过率分别为 35%、45% 和 30%。

求: (1) 若从三个班中随机抽取一名学生, 求其通过英语四级的概率;

(2) 已知抽出的这名同学通过了英语四级, 求其恰是 1203 班的概率.

2. (本题 10 分) 随机变量  $X \sim f(x) = \begin{cases} 0.5 \sin x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求: (1)  $X$  的分布函数  $F(x)$

$$(2) P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{3})$$

3. (本题 10 分) 已知随机变量  $X, Y$  的联合概率分布如下表

	$Y$	1	2
$X$			
0	0.3	0.2	
1	0.1	0.4	

求: (1) 写出  $X$  与  $Y$  的边缘概率分布.

(2)  $X, Y$  的相关系数, 并判断  $X$  与  $Y$  是否相关?

4. (本题 10 分) 随机变量  $X \sim f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ , 求: (1)  $X$  的数学期望;

(2) 求  $E(1-4X)$

5. (本题 10 分) 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日里无故障, 可获利 10 万元; 发生一次故障可获利 5 万元; 发生二次或二次以上故障就要亏损 2 万元, 求一周内期望利润是多少?

6. (本题 10 分) 已知随机变量  $X, Y$  的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求  $X$  与  $Y$  的边缘密度  $f_x(x)$  及  $f_y(y)$

(2) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立, 为什么?

7. (本题 8 分) 设某厂生产的一种钢索, 其断裂强度  $X$  (千克/平方厘米) 服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ . 从中选取一个容量为 16 的样本, 得  $\bar{X} = 760$  千克/平方厘米,  $S^2 = 20^2$ . 能否据此认为这批钢索的断裂强度为 780 千克/平方厘米 ( $\alpha = 0.05$ )。

8. (本题 4 分) 证明: 设  $P(A) > 0$ , 试证:

$$P(B|A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$$