

中山大学《高等数学》2019–2020学年第二学期期末试卷（满分 100 分）

一. 选择题(将答案代号填入括号内, 每题 3 分, 共 30 分)

1. 下列各组函数中, 是相同函数的是() .

(A) $f(x) = |x|$ 和 $g(x) = \sqrt{x^2}$ (B) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 和 $y = x + 1$

(C) $f(x) = x$ 和 $g(x) = x(\sin^2 x + \cos^2 x)$ (D) $f(x) = \ln x^2$ 和 $g(x) = 2 \ln x$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1} & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 - 1 & x > 1 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ ().

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 不存在

3. 设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 且 $f'(x) > 0$, 曲线则 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的倾斜角为 { }.

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) 锐角 (D) 钝角

4. 曲线 $y = \ln x$ 上某点的切线平行于直线 $y = 2x - 3$, 则该点坐标是().

(A) $\left(2, \ln \frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(2, -\ln \frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2}, \ln 2\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2}, -\ln 2\right)$

5. 函数 $y = x^2 e^{-x}$ 及图象在 $(1, 2)$ 内是().

(A) 单调减少且是凸的 (B) 单调增加且是凸的 (C) 单调减少且是凹的 (D) 单调增加且是凹的

6. 以下结论正确的是().

(A) 若 x_0 为函数 $y = f(x)$ 的驻点, 则 x_0 必为函数 $y = f(x)$ 的极值点.

(B) 函数 $y = f(x)$ 导数不存在的点, 一定不是函数 $y = f(x)$ 的极值点.

(C) 若函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处取得极值, 且 $f'(x_0)$ 存在, 则必有 $f'(x_0) = 0$.

(D) 若函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处连续, 则 $f'(x_0)$ 一定存在.

7. 设函数 $y = f(x)$ 的一个原函数为 $x^2 e^{\frac{1}{x}}$, 则 $f(x) = (\quad)$.
 (A) $(2x-1)e^{\frac{1}{x}}$ (B) $2x - e^{\frac{1}{x}}$ (C) $(2x+1)e^{\frac{1}{x}}$ (D) $2xe^{\frac{1}{x}}$

8. 若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int \sin x f(\cos x)dx = (\quad)$.
 (A) $F(\sin x) + c$ (B) $-F(\sin x) + c$ (C) $F(\cos x) + c$ (D) $-F(\cos x) + c$

9. 设 $F(x)$ 为连续函数, 则 $\int_0^1 f' \left(\frac{x}{2} \right) dx = (\quad)$.
 (A) $f(1) - f(0)$ (B) $2[f(1) - f(0)]$ (C) $2[f(2) - f(0)]$ (D) $2 \left[f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0) \right]$

10. 定积分 $\int_a^b dx$ ($a < b$) 在几何上的表示().
 (A) 线段长 $b-a$ (B) 线段长 $a-b$ (C) 矩形面积 $(a-b) \times 1$ (D) 矩形面积 $(b-a) \times 1$

二. 填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \ln(1-x^2) & x \neq 0 \\ \frac{x}{1-\cos x} & x=0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $y = \sin^2 x$, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}} d \sin x$.

3. 函数 $y = \frac{x}{x^2-1} + 1$ 的水平和垂直渐近线共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条.

4. 不定积分 $\int x \ln x dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 定积分 $\int_{-1}^1 \frac{x^2 \sin x + 1}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 计算题(每小题 5 分, 共 30 分)

1. 求下列极限:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{\frac{1}{x}}$$

2. 求由方程 $y = 1 - xe^y$ 所确定的隐函数的导数 y'_x .

3. 求下列不定积分:

$$\textcircled{1} \int \tan x \sec^3 x dx$$

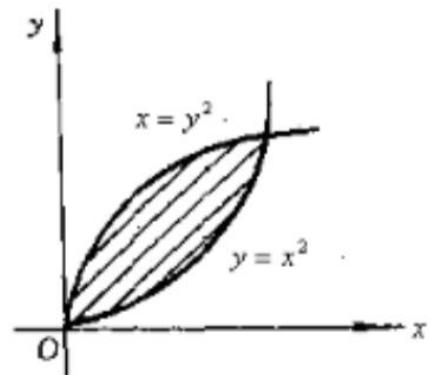
$$\textcircled{2} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} (a > 0)$$

$$\textcircled{3} \int x^2 e^x dx$$

四. 应用题(每题 10 分, 共 20 分)

1. 作出函数 $y = \frac{1}{3}x^3 - x$ 的图象.(要求列出表格)

2. 计算由两条抛物线: $y^2 = x$, $y = x^2$ 所围成的图形的面积.



参考答案

一.选择题: CDCDB CADDD

二.填空题: 1. -2 2. $2\sin x$ 3. 3 4. $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$ 5. $\frac{\pi}{2}$

三.计算题: 1. ① e^2 ② 1 2. $y'_x = \frac{e^y}{y-2}$

3. ① $\frac{\sec^3 x}{3} + c$ ② $\ln(\sqrt{x^2 + a^2} + x) + c$ ③ $(x^2 - 2x + 2)e^x + c$

四.应用题: 1. 略 2. $S = \frac{1}{3}$