

# 中山大学《线性代数》期中考试卷答案

珠海校区 2009 年度第一学期《线性代数》期中考试卷

姓名：专业：学号：成绩：

## 一、填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. 在 5 阶行列式中，含有  $a_{13}a_{34}a_{51}$  且带有负号的项是\_\_\_\_\_

2. 设  $A$  是 3 阶方阵， $|A| = 1/3$ ，则  $|(3A)^{-1} + 2A^*| =$

||

1 1 0 0

1 1 1 1

3.  $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6x^2 \end{vmatrix} = :$  4.  $\begin{vmatrix} x & c & b & a \end{vmatrix} = ;$

$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 6x^2 & c^2 & b^2 & a^2 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 4x^3 & c^3 & b^3 & a^3 \end{vmatrix}$

)

((

5. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ，则  $AB =$   $BA^T =$

$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

6. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \end{pmatrix}$  的秩为 2 ,则  $k =$  ;

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$  ; 8. 若  $A = \text{diag}(1, 2, 3, 4)$  , 则  $A^{-1} =$  ;

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

## 二. 判断题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. 任一  $n$  阶对角阵必可与同阶的方阵交换。 ( )

2.  $n$  阶行列式中副对角线上元素的乘积  $a_{n1}a_{n-1,2} \cdots a_{1n}$  总是带负号的 ( )

3. 若  $A$  为  $n$  阶方阵, 则  $(A^*)^T = (A^T)^*$  ( )

4. 设  $A, B$  为  $n$  阶方阵, 则有  $(AB)^3 = A^3B^3$  ( )

5. 设  $A$  与  $B$  为同型矩阵, 则  $A \sim B$  的充要条件是  $R(A) = R(B)$  ( )

三,计算下列行列式( 每题 8 分,共 16 分 )

||

||

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_4 = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 4 & 8 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad D_n =$$

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & 4 & 8 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

)

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

(

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

四. 已知  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  且  $AB = A - 2B$ , 求  $B$ .

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

五. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  的秩及一个最高阶非零子式( 8 分)

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

六. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 且  $A^3 + 2A - E = 0$ . 证明  $A + 2E$  可逆, 并求  $(A + 2E)^{-1}$ . ( 8 分 )

七. 设  $P^{-1}AP = K$ ,  $B = A + E$ , 其中  $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $K = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

求  $f(B) = B^2(B^2 + B + 2E)$ . ( 10 分)

$$\begin{pmatrix} (1-k)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \end{pmatrix}$$

八. 设  $2x_1 + (4-k)x_2 - 4x_3 = 2$ , 问  $k$  为何值时, 此方程组有惟一解,

$$-2x_1 - 4x_2 + (4-k)x_3 = -k - 2$$

无解,或有无穷多解?并在有无穷多解时求其通解.(10分).

答案:

一. 1.  $a_{13}a_{22}a_{34}a_{45}a_{51}$  ; 2. 3 ;

3. -18 ; 4.  $(c-x)(b-x)(a-x)(a-b)(b-c)(a-c)$  ;

(1 1

5. -3 0 ; 6. 2 ;

7. 5 ; 8.  $\text{diag}(1, 1/2, 1/3, 1/4)$  ;

二. 1. wrong 2. wrong

3. right 4. Wrong 5. right

三.  $D_4=48$  ;  $D_n$ : 对  $D_n$  以第一列拆分. 可得:  $D_n = -D_{n-2}$  ,

又可知  $D_1 = 0$  ;  $D_2 = -1$  . 由数学归纳法可得:

$D_n = (-1)^{(n-2)/2} D_2 = (-1)^{n/2}$  当  $n$  为偶数时 ;  $D_n = 0$  , 当  $n$  为奇数时 .

)

四. 具体做法,回顾课本第二章相关例题.

(

$$B = \begin{pmatrix} 10 & 7 & -2 \\ -12 & -8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

五. 做法, 运用行变换. 得  $R(A) = 3$ ;

最高阶非零子式可以是:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

六. 原式子可以转化为:  $(A + 2E)(A^2 - 2A + 6E) - 13E = 0$ .

即. 下面的都知道了吧. 自己说下.

)

七.  $f(B) = \begin{pmatrix} -24 & 28 \\ -56 & 60 \end{pmatrix}$ , 具体做法. 参照课本第 45~46 页.

$$\begin{pmatrix} -24 & 28 \\ -56 & 60 \end{pmatrix}$$

八. 行等变换后观察.

得: 1.  $R(A) = R(A, b) = 3$ , 即得最终  $k$  不等于 0 且  $k$  不等于 9 时, 有惟一解.

2.  $R(A) < R(A, b)$ , 即得最终  $k = 9$  时, 方程组无解,

)))

3.  $R(A) = R(A, b) < 3$ , 方程组有无数多个解.

((

此时,通解为  $\begin{matrix} -2 & 2 & 1 \end{matrix}$

$$X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

具体做法.参照课本第 75~76 页

PS: 没有详细解答, 有不懂的要自动去问同学哈. 把不懂的补上去, 后面的内容挺烦人的.