

诚信考试承诺

本人承诺:遵守考场规则,诚信考试。

1. 不在考场带入或使用手机; ☐
2. 不夹带与课程考试相关文字图表材料; ☐
3. 不做出其他违反考场规则的行为。 ☐

请在上述内容后面的方框中打“√”。

试卷来源: 概率统计教研组 送卷人 打印: 校对:

题目	一	二	三	四	五	总成绩
得分						
阅卷						

本试卷用到的查表数据: $z_{0.025} = 1.96$, $t_{0.025}(15) = 2.1315$

一、填空(共 7 题, 每题 2 分, 共 14 分)

1. 设某人独立地重复射击 4 次, 打靶的命中率为 0.8, 则恰好命中 3 次的概率为_____

2. 随机变量 $X \sim f(x) = \begin{cases} Ae^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $A =$ _____.3. 若随机变量 $X \sim U_{[0,2\pi]}$, 则 $E(2 \sin X) =$ _____4. 若随机变量 $X \sim N(1, 9)$, 则 $D(2X - 3) =$ _____5. 已知一批零件的长度 X (单位: cm) 服从正态分布 $N(\mu, 9)$, 从中随机地抽取 25 个零件, 得到长度的平均值为 30 (cm), 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是_____6. 设 $X \sim \chi^2(6)$, $P\{X > \chi^2_{1-\alpha}(6)\} =$ _____.7. 已知总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 X 的样本, 则 θ 的似然函数为_____

二、选择(共 7 题, 每题 2 分, 共 14 分)

1. 对于任意二事件 A 和 B , 有 $P(A-B) =$ ()A. $P(A) + P(B) - P(AB)$ B. $P(A) - P(AB)$ C. $P(A) - P(B) + P(AB)$ D. $P(A) - P(B)$ 2. 如 A, B 独立, 一定有()A. $P(A) = P(B|A)$ B. $P(AB) = 0$ C. $P(A|\bar{B}) = P(A|B)$ D. $P(A) + P(B) = 1$ 3. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) (-\infty < x < +\infty)$, 则()成立。A. $f(x) \geq 0$ B. $0 \leq f(x) \leq 1$ C. $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 1$ D. $\int_0^{+\infty} f(x)dx = 1$ 4. 设二维随机变量 (X, Y) 取下列数组 $(-1, 0), (-1, 1), (0, 0)$ 的概率依次为 $1/c, 3/(4c), 1/(2c)$ 其余数组概率为 0, 则 c 的取值为()A. $5/8$ B. $2/3$ C. $3/4$ D. $4/9$ 5. 如果随机变量 X, Y 满足 $D(X+Y) = D(X-Y)$, 则必有()A. X 与 Y 独立 B. $D(Y) = 0$ C. $D(X) = 0$ D. X 与 Y 不相关6. 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 为取自总体 X 的简单随机样本, 在以下总体均值 μ 的四个无偏估计量中, 最有效的是()A. $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ B. $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$ C. $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_3$ D. $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$ 7. 设随机变量 $U \sim \chi^2(n)$, $V \sim N(0, 1)$, 且 U, V 相互独立, 则 $Y = U + V^2$ 服从的分布为()A. $t(n+1)$ B. $\chi^2(n+1)$ C. $t(n)$ D. $\chi^2(2n)$

三、计算题

1. (本题 10 分) 某专业 12 级三 (1201、1202、1203) 个班学生人数比为 30:30:40, 三个班英语四级的通过率分别为 35%、45%和 30%。

求: (1) 若从三个班中随机抽取一名学生, 求其通过英语四级的概率;

(2) 已知抽出的这名同学通过了英语四级, 求其恰是 1203 班的概率.

2. (本题 10 分) 随机变量 $X \sim f(x) = \begin{cases} 0.5 \sin x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求: (1) X 的分布函数 $F(x)$

(2) $P(0 \leq X \leq \frac{\pi}{3})$

3. (本题 10 分) 已知随机变量 X, Y 的联合概率分布如下表

$X \backslash Y$	1	2
0	0.3	0.2
1	0.1	0.4

求: (1) 写出 X 与 Y 的边缘概率分布.

(2) X, Y 的相关系数, 并判断 X 与 Y 是否相关?

4. (本题 10 分) 随机变量 $X \sim f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求: (1) X 的数学期望;

(2) 求 $E(1-4X)$

5. (本题 10 分) 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日里无故障, 可获利 10 万元; 发生一次故障可获利 5 万元; 发生二次或二次以上故障就要亏损 2 万元, 求一周内期望利润是多少?

6. (本题 10 分) 已知随机变量 X, Y 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & , x > 0, y > 0 \\ 0 & , \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求 X 与 Y 的边缘密度 $f_x(x)$ 及 $f_y(y)$

(2) 判断 X 与 Y 是否相互独立, 为什么?

7. (本题 8 分) 设某厂生产的一种钢索, 其断裂强度 X (千克/平方厘米) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$. 从中选取一个容量为 16 的样本, 得 $\bar{X} = 760$ 千克/平方厘米, $S^2 = 20^2$. 能否据此认为这批钢索的断裂强度为 780 千克/平方厘米 ($\alpha = 0.05$)。

8. (本题 4 分) 证明: 设 $P(A) > 0$, 试证:

$$P(B|A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$$