

**中山大学**  
**《高等数学》考试卷**  
**(2022-2023 学年第一学期)**

考试形式：闭卷

班级：

考试时间：120 分钟

学院：

说明：本卷分值 100 分，考生应将全部答案都写在答题纸上，否则作无效处理。

- 1、请考生仔细检查试卷，如有错、漏、破烂现象请及时报告监考老师更换。
- 2、请将答案填写到答题卡指定位置，试卷答题无效。
- 3、请考生诚信考试，禁止考试舞弊行为。
- 4、考试时间：120 分钟。
- 5、考试形式：闭卷。

一、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 函数  $y = \ln \frac{1-x}{1+x} + \sqrt{1-x^2}$  的定义域是\_\_\_\_\_。

2. 设  $y = \arcsin \sqrt{x}$ ，则  $dy =$ \_\_\_\_\_。

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x =$ \_\_\_\_\_。

4. 不定积分  $\int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx =$ \_\_\_\_\_。

5. 反常积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx =$ \_\_\_\_\_。

二、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 设  $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$ ，那么  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在的原因是 ( )

A.  $f(0)$  无定义

B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  不存在



It's too funny

✓ 表白/吃瓜

✓ 帮问/互助

✓ 二手集市

✓ 失物/捞人

✓ 组局/交友

✓ 吐槽/避雷



中大校园论坛



中大表白墙的微信小程序社区  
你发布的帖子全校都可以看到

中大校园论坛，中大人都在玩

C.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  不存在

D.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  都存在但不相等

2. 设偶函数  $f(x)$  二阶可导, 且  $f''(0) > 0$ , 那么  $x = 0$  ( )

A. 不是  $f(x)$  的驻点

B. 是  $f(x)$  的不可导点

C. 是  $f(x)$  的极小值点

D. 是  $f(x)$  的极大值点

3. 设  $\Phi(x) = \int_{x^2}^0 \sin t^2 dt$ , 则  $\Phi'(x) =$  ( )

A.  $-2x \sin x^4$

B.  $2x \sin x^2$

C.  $-2x \sin x^2$

D.  $2x \sin x^4$

4. 下列函数中不是函数  $\sin 2x$  的原函数的有 ( )

A.  $\sin^2 x$

B.  $-\cos^2 x$

C.  $\frac{1}{2} \sin 2x$

D.  $-\frac{1}{2} \cos 2x$

5. 求由曲线  $xy = a$  与直线  $x = a$ ,  $x = 2a$  ( $a > 0$ ) 及  $y = 0$  所围成的图形绕  $y$  轴旋转一周所生成的旋转体的体积。 ( )

A.  $\frac{1}{2} \pi a$

B.  $\pi a$

C.  $\frac{1}{2} \pi a^2$

D.  $2\pi a^2$

三、计算题 (本大题共7小题, 每小题7分, 共49分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - 1}{3x^2}$ 。

2. 设  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ , 试确定  $a$ ,  $b$  的值, 使得  $f(x)$  在  $x = 1$  可导。

3. 设参数方程  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$  确定  $y$  是  $x$  的函数, 求  $\frac{dy}{dx}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

中大表白墙

4. 计算不定积分  $\int (\ln x)^2 dx$ 。

5 . 设方程  $e^y = \sin(x+y)$  确定隐函数  $y = y(x)$  并满足  $y(\frac{\pi}{2}) = 0$  , 求  $y' \Big|_{x=\frac{\pi}{2}}$  。

中大表白墙

6 . 设曲线  $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2$  在  $x=1$  处有极小值 0 , 且  $(0,2)$  为拐点, 求  $a, b, c$  的值。

7. 计算定积分  $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$ 。

四、解答题（本大题共3小题，每小题7分，共21分）

1. 证明不等式：当  $x > 1$  时， $e^x > \frac{e}{2}(x^2 + 1)$ 。

中大表白墙

2. 一抛物线的轴平行于  $x$  轴，开口向左且通过原点与点  $(2,1)$ ，求当它与  $y$  轴所围的面积最小时的方程。

3 . 已知函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导, 且  $f(0)=0$ ,  $f(1)=1$  。

证明: (1) 存在  $\xi \in (0,1)$ , 使得  $f(\xi)=1-\xi$ ; (2) 存在两个不同的点  $\eta, \zeta \in (0,1)$ , 使得  $f'(\eta)f'(\zeta)=1$  。

中大表白墙