

中山大学
《高等数学》考试卷

(2022-2023 学年第一学期)

考试形式：闭卷

班级：

考试时间：120 分钟

学院：

说明：本卷分值 100 分，考生应将全部答案都写在答题纸上，否则作无效处理。

- 1、请考生仔细检查试卷，如有错、漏、破烂现象请及时报告监考老师更换。
- 2、请将答案填写到答题卡指定位置，试卷答题无效。
- 3、请考生诚信考试，禁止考试舞弊行为。
- 4、考试时间：120 分钟。
- 5、考试形式：闭卷。

一、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 函数 $y = \ln \frac{1-x}{1+x} + \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是_____。

2. 设 $y = \arcsin \sqrt{x}$ ，则 $dy =$ _____。

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x =$ _____。

4. 不定积分 $\int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx =$ _____。

5. 反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx =$ _____。

二、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$ ，那么 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在的原因是 ()

A. $f(0)$ 无定义

B. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 不存在



表白/吃瓜

帮问/互助

二手集市

失物/捞人

组局/交友

吐槽/避雷



中大校园论坛



中大表白墙的微信小程序社区
你发布的帖子全校都可以看到

中大校园论坛，中大人都在玩

C . $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 不存在 D . $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 都存在但不相等

2 . 设偶函数 $f(x)$ 二阶可导, 且 $f''(0) > 0$, 那么 $x = 0$ ()

A . 不是 $f(x)$ 的驻点 B . 是 $f(x)$ 的不可导点

C . 是 $f(x)$ 的极小值点 D . 是 $f(x)$ 的极大值点

3 . 设 $\Phi(x) = \int_{x^2}^0 \sin t^2 dt$, 则 $\Phi'(x) =$ ()

A . $-2x \sin x^4$ B . $2x \sin x^2$ C . $-2x \sin x^2$ D . $2x \sin x^4$

4 . 下列函数中不是函数 $\sin 2x$ 的原函数的有 ()

A . $\sin^2 x$ B . $-\cos^2 x$ C . $\frac{1}{2} \sin 2x$ D . $-\frac{1}{2} \cos 2x$

5 . 求由曲线 $xy = a$ 与直线 $x = a$, $x = 2a$ ($a > 0$) 及 $y = 0$ 所围成的图形绕 y 轴旋转一周所生成的旋转体的体积。 ()

A . $\frac{1}{2} \pi a$ B . πa C . $\frac{1}{2} \pi a^2$ D . $2\pi a^2$

三、计算题 (本大题共7小题, 每小题7分, 共49分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - 1}{3x^2}$ 。

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$, 试确定 a , b 的值, 使得 $f(x)$ 在 $x = 1$ 可导。

3. 设参数方程 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ 确定 y 是 x 的函数, 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

中大表白墙

4. 计算不定积分 $\int (\ln x)^2 dx$ 。

5 . 设方程 $e^y = \sin(x+y)$ 确定隐函数 $y = y(x)$ 并满足 $y(\frac{\pi}{2}) = 0$, 求 $y'|_{x=\frac{\pi}{2}}$ 。

中大表白墙

6 . 设曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ 在 $x=1$ 处有极小值 0 , 且 $(0, 2)$ 为拐点, 求 a, b, c 的值。

7. 计算定积分 $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$ 。

四、解答题 (本大题共3小题, 每小题7分, 共21分)

1. 证明不等式: 当 $x > 1$ 时, $e^x > \frac{e}{2}(x^2 + 1)$ 。

2. 一抛物线的轴平行于 x 轴, 开口向左且通过原点与点 $(2,1)$, 求当它与 y 轴所围的面积最小时的方程。

3 . 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0)=0$, $f(1)=1$ 。

证明: (1) 存在 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f(\xi)=1-\xi$; (2) 存在两个不同的点 $\eta, \zeta \in (0,1)$,
使得 $f'(\eta)f'(\zeta)=1$ 。

中大表白墙