中山大学

《概率论与数理统计》考试卷

（2022-2023 学年第一学期）

考试形式：闭卷 **班级：**

考试时间：120 分钟 **学院：**

专业班级：______ 姓名：______ 学号：______

密 封 线

说明：本卷分值 100 分，考生应将全部答案都写在答题纸上，否则作无效处理。

1、请考生仔细检查试卷，如有错、漏、破烂现象请及时报告监考老师更换。
2、请将答案填写到答题卡指定位置，试卷答题无效。
3、请考生诚信考试，禁止考试舞弊行为。
4、考试时间：120 分钟。
5、考试形式：闭卷。

一、填空题：（每小题 3 分，共 15 分）

1.现有一随机试验“同时掷三颗骰子，记录其点数之和”，该试验样本空间为_______.

2. 设 A,B 是两个事件，$P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|\overline{A})=0.4,$ ，则 $P(\overline{A}B)=$__________, $P(AB)=$________，$P(A\cup B)=$________.

3.设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，则 $Y=3X-2$ 的期望为_____，方差为______ .

4.设随机变量 X 的期望为 μ，方差 σ^2，则由切比雪夫不等式，$P\{|X-\mu|\geq 3\sigma\}\leq$_______.

5.设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{6x}{\theta^3}(\theta-x), 0<x<\theta, \\ 0, \quad 其他\end{cases}$，设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为其样本，则参数 θ 的矩估计量为________.

二、选择题：（每小题 3 分，共 15 分）

1. 某人打靶，击中目标的概率是 p,他共射击 3 次，则他至少有一次未击中的概率是（　　）.

A．p^3；　B．$1-p^3$；　C．$(1-p)^3$；　D. $(1-p)^3+p(1-p)^2+p^2(1-p)$.

2.下列（　　）可以作为某随机变量的概率密度函数.

A．$f(x)=\begin{cases}\sin x, 0<x<\pi \\ 0, \quad 其他\end{cases}$；　B．$f(x)=\begin{cases}\sin x, 0<x<\dfrac{3\pi}{2} \\ 0, \quad 其他\end{cases}$；

C．$f(x)=\begin{cases}\sin x, 0<x<\dfrac{\pi}{2} \\ 0, \quad 其他\end{cases}$；　D. $f(x)=\begin{cases}\sin x, -\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2} \\ 0, \quad 其他\end{cases}$.

3．若随机变量 X 和 Y 满足 $Var(X+Y)=Var(X-Y)$，则下列（　　）一定成立.

A．$Var(Y)=0$；　B．$Var(X)\cdot Var(Y)=0$；　C．X 和 Y 相互独立；　D. X 和 Y 不相关.

4. 设 $X\sim N(2,2^2)$， $Y=aX+b$ 服从标准正态分布，则（　　）.

A．$a=2,b=-2$；　B．$a=2,b=-1$；　C．$a=\dfrac{1}{2},b=-1$；　D．$a=\dfrac{1}{2},b=1$.

5. 设 X_1,X_2,X_3 是正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 μ 已知，σ^2 未知，则下列不是统计量的是（　　）.

A． $\dfrac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$；　B． $X_1+2\mu$；　C． $\max(X_1,X_2,X_3)$；　D. $\dfrac{1}{\sigma^2}(X_1^2+X_2^2+X_3^2)$.

三、计算下列各题（共20分）

1. （8 分） 某人要从青岛赶到北京参加会议，他乘火车、汽车、飞机的概率分别为 $0.3, 0.1, 0.6$，乘火车、汽车、飞机迟到的概率分别为 $\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{6}$，若已知此人参加会议迟到了，求他乘飞机参加会议的概率.

2. （12分）设连续型随机变量X的分布密度为$F(x)=\begin{cases}A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, x>0\\ 0, \quad 其他\end{cases}$,试求:

（1）常数A,B； （2）X的概率密度函数$f(x)$； （3）$P\{1<X<2\}$.

四、计算下列各题（共30分）

1．(8 分）有 12 件产品，其中正品 9 件，次品 3 件，现从这批产品中任取一件，取后不放回，求：（1）取到正品之前，已取出的次品数X的概率分布；（2）$Y=3X^2+1$的分布律.

2.（8分）设随机变量X的密度函数为$f_X(x)=\begin{cases}2x^3e^{-x^2}, x>0\\ 0, \quad 其他\end{cases}$.，试求$Y=X^2$.的概率密度.

3．(14分）设二维随机向量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}1, 0\le x\le 1, 0<y<2x\\ 0, \quad 其他\end{cases}$，

（1）求边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$；（2）判别X与Y是否独立；(3)求$E(XY)$.

五、计算下列各题（共 14 分）

1. （8 分）设某类型电阻器的阻值服从$\mu=200\Omega$，$\sigma=10\Omega$的正态分布，在一个电子线路中使用了 25 个这种电阻，求（1）这 25 个电阻的平均值落在$199\Omega\sim 202\Omega$之间的概率；（2）它们的总阻值不超过5100Ω的概率.（已知$\Phi(2.5)=0.9938$，$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(1.5)=0.9332$，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(0.5)=0.6915$）.

2.（6 分）设总体X的密度函数为$f_X(x)=\begin{cases}2\lambda x e^{-\lambda x^2}, x>0\\ 0, \quad 其他\end{cases}$.，其中$\lambda>0$为待估参数，$X_1, X_2, \cdots X_n$是来自$X$的样本，试求$\lambda$的极大似然估计量.

六、证明题（6 分）

设 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是来自正态总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的样本，试证明:

统计量 $\dfrac{X_1 + X_2 + X_3}{\sqrt{X_4^2 + X_5^2 + X_6^2}}$ 服从 t 分布，并指出其自由度.