中山大学 2021-2022 学年第一学期

《线性代数》期末考试试卷（A 卷）

满分：100 分 考试时间：120 分钟

学院：__________ 专业：__________ 姓名：__________ 考号：__________

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项：
1、请严守考场纪律，配合考试人员工作
2、禁止作弊，不允许携带考试相关资料
3、注意考试时间，不允许拖延交卷

一、填空题（每小题 4 分，共 40 分）

1、$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \\ 9 & 25 & 36 \end{vmatrix} =$__________

2、设 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.则 **A+2B=**______

3、设向量（2，-3，5）与向量（-4，6，a)线性相关,则 a=__________ .

4、设 $\mathbf{A}=(a_{ij})_{3\times3}$,$|\mathbf{A}|=2$，$\mathbf{A}_{ij}$ 表示$|\mathbf{A}|$中元素 a_{ij} 的代数余子式（i，j=1,2,3）,则（$a_{11}A_{21}+a_{12}A_{22}+a_{13}A_{23}$）^{2}+($a_{21}A_{21}+a_{22}A_{22}+a_{23}A_{23}$）^{2}+（$a_{31}A_{21}+a_{32}A_{22}+a_{33}A_{23}$）^{2}=________________

5、n 阶方阵 A 与对角矩阵相似的充分必要条件是______

6、设 A 为 8*6 的矩阵，已知它的秩为 4，则以 A 为系数矩阵的齐次线性方程组的解空间维数为__________

7、设 $f(x)=3x^2+5, x_k=kh(k=0,1,2\ldots)$，则 $f[x_n,x_{n+1},x_{n+2}]$ =________和 $f[x_n,x_{n+1},x_{n+2},x_{n+3}]=$_________

8、若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix} a_{11} & 3a_{12} & 0 \\ a_{21} & 3a_{22} & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix}=$__________

9、设 A 为 8×6 的矩阵，已知它的秩为 4，则以 A 为系数矩阵的齐次线性方程组的解空间维数为________

10、若 A 为 $m\times n$ 矩阵，则非齐次线性方程组 $AX=b$ 有唯一解的充分要条件是

____

二、简答题（每小题 6 分，共 36 分）

1、计算 n 阶行列式: $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n-1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & n \end{vmatrix}$.

2、已知矩阵方程 $AX=A+X$，求矩阵 X ,其中 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3、求下列向量组的秩和一个最大无关组,并将其余向量用最大无关组线性表示.

$$\alpha_1=\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix},\quad \alpha_2=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \alpha_3=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix},\quad \alpha_4=\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

4、设n阶方阵A满足$A^2-2A-4E=0$,证明$A-3E$可逆，并求$(A-3E)^{-1}$.

5、已知二次型：$\boldsymbol{f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3}$,

用正交变换化$\boldsymbol{f(x_1,x_2,x_3)}$为标准形，并求出其正交变换矩阵 Q.

6、设矩阵 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$,求 $\mathbf{A}^{-1}$

三、综合计算题（每小题 8 分，共 24 分）

1、设$b_1=a_1$，$b_2=a_1+a_2$ ，⋯，$b_r=a_1+a_2+\cdots+a_r$，且向量组$a_1,a_2,\cdots,a_r$线性无

关，证明向量组$b_1, b_2, \cdots, b_r$线性无关.

2、求下列非齐次线性方程组的通解及所对应的齐次线性方程组的基础解系:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 8x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 - 9x_4 = -5 \\ x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -4 \end{cases}$$

3、向量组$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$线性相关且秩为 r，试判断：r<s