中山大学考试卷（ A 卷）

课程：信号与系统 （闭卷）（2011/05 ）

专业__________班级________姓名__________学号______________

题号	一（20 分）	二（12 分）	三（18 分）	四（15 分）	五（10 分）	六（10 分）	七（15 分）	总分
得分								

一、 填空题（每空 2 分，共 20 分）

得分	

1．已知某系统的输出 r(t) 与输入 e(t) 之间的关系为 $r(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} e(t)\delta(t-nT)$，其中 T 为常数，则该系统是（线性 / 非线性）<u>线性</u>系统。

2．$\int_{-\pi}^{\pi}\sin(x)\delta(x+\frac{\pi}{2})dx=$ <u>-1</u>。

3．连续时间系统的传输算子为 $H(p)=\frac{p+3}{(p+1)(p+2)}$，则描述该系统的方程为

$r''(t)+3r'(t)+2r(t)=e'(t)+3e(t)$，该系统的自然频率为 <u>-1 、-2</u>。

4．信号 **f(t)=5cos(3πt)+10cos(5πt)** 的周期是 <u>2</u>，其平均功率等于 <u>62.5</u> 瓦。

5．信号 f(t) 的最高频率为 $f_m=10kHz$，其奈奎斯特抽样频率 $\omega_s=4\pi\times10^4$ 弧度 / 秒，信号 f(0.1t) 的 $f_m=$ <u>1</u> kHz，f(0.1t) 的奈奎斯特抽样间隔 $T_s=$ <u>500</u>μs。

6．已知离散时间 LTI 系统的单位函数响应为 $h(k)=k\cos(\pi k/3)u(k)$，则该系统为（稳定 /不稳定）<u>不稳定</u>系统。

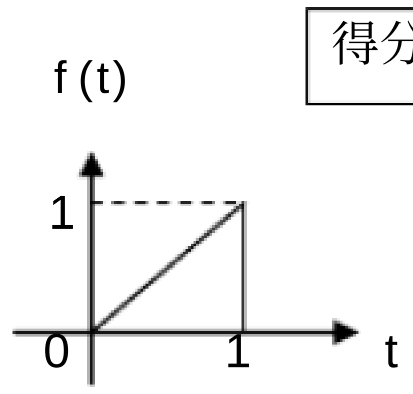
二、（12 分）已知 f(t) 的波形如图一所示。

得分	

（1）写出 f(t) 的表达式；

（2）画出 $g(t)=2f(-\frac{t}{2}+1)$ 的波形；

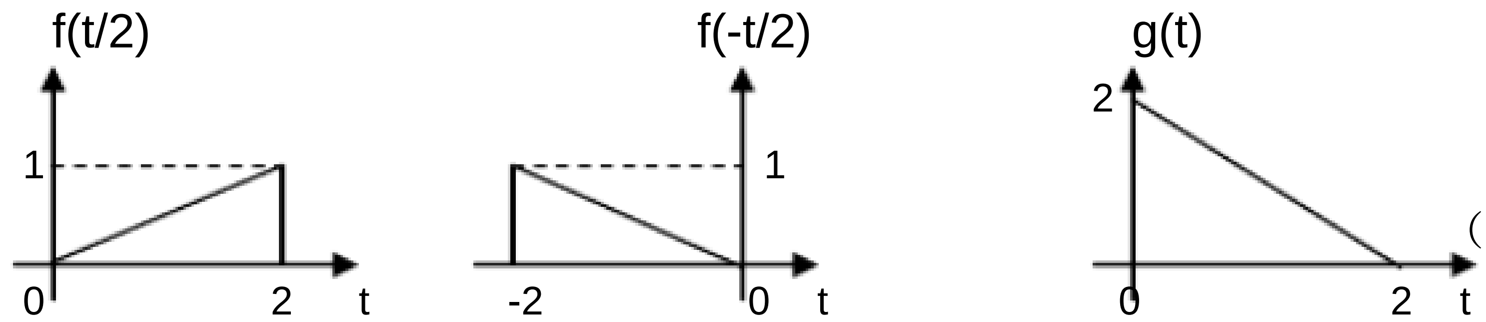
（3）求 $h(t)=\frac{dg(t)}{dt}$ 的傅里叶变换。



图一

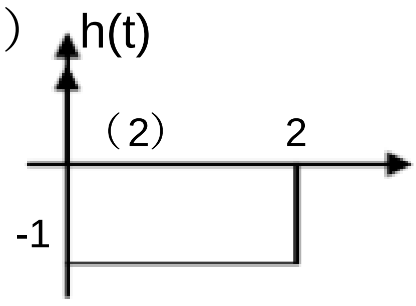
解：（1） $f(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$ （2 分）

（2）



（4 分）

（3）



$h(t)=2\delta(t)-[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$ （2 分）

$$H(j\omega)=2-[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}](1-e^{-j2\omega})=2-\frac{1}{j\omega}(1-e^{-j2\omega})$$ （4 分）

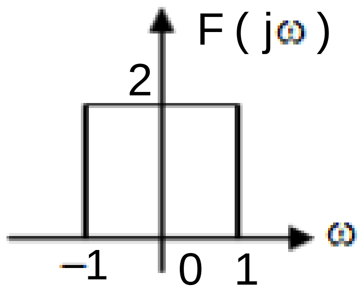
三、（18 分）已知 $f(t)$ 的频谱函数为 $F(j\omega)$，其频谱图如图二所示。

得分	

（1） 求 $f_1(t)=f(-2t)e^{j2t}$ 的频谱函数 $F_1(j\omega)$ 的表达式；

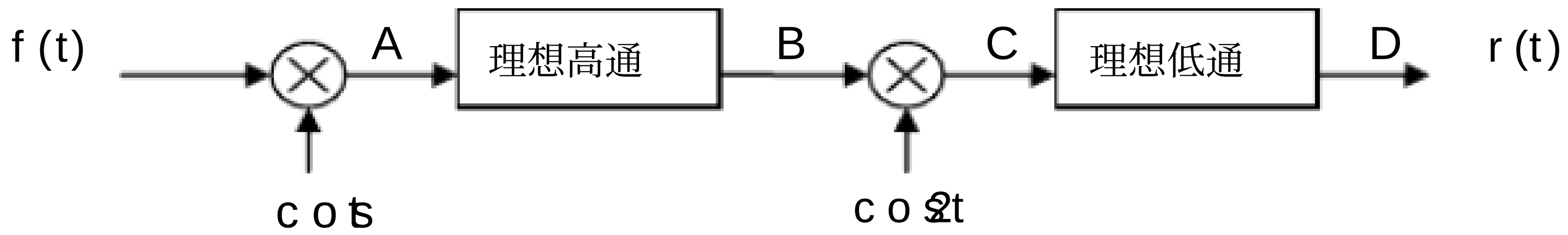
（2） 画出 $F_1(j\omega)$ 的波形；

（3）求 $f(t)$ 的表达式。

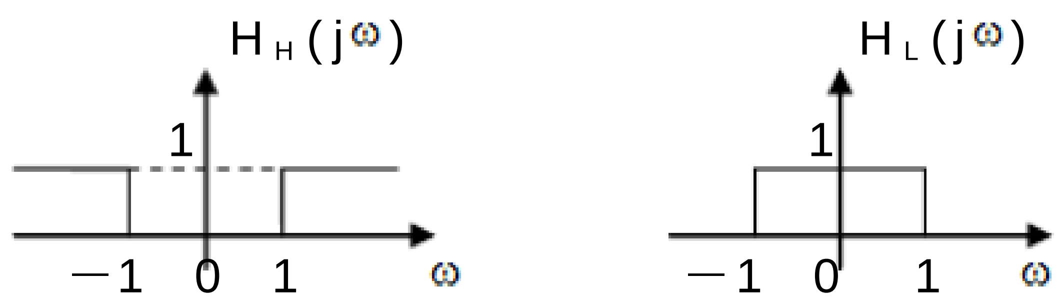


图二

（4）若让 $f(t)$ 经过图三所示系统，试绘出 A，B，C，D 各点的信号频谱图。系统中理想高通滤波器 $H_H(j\omega)$ 和理想低通滤波器 $H_L(j\omega)$ 在通带内的传输值均为 1，相移均为 0，其系统函数如图四所示。



图三

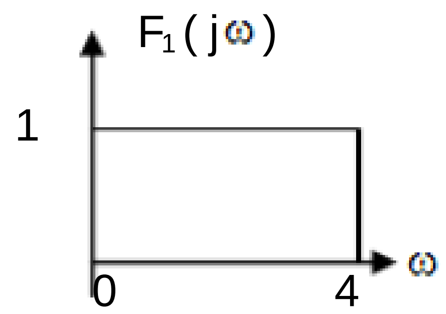


图四

解：（1） $f(-2t)\leftrightarrow\frac{1}{2}F(-j\frac{\omega}{2})=F_{11}(j\omega)$， $f_1(t)\leftrightarrow F_1(j\omega)=F_{11}[j(\omega-2)]$

$$F_1(j\omega)=\frac{1}{2}F[-j\frac{1}{2}(\omega-2)]=\varepsilon(\omega)-\varepsilon(\omega-4)=G_4(\omega-2)$$ （4 分）

（2）



（2 分）

（3） $F(j\omega)=2G_2(\omega)$

由于 $G_\tau(t)\leftrightarrow \tau Sa(\frac{\omega\tau}{2}),\ \tau Sa(\frac{\tau}{2}t)\leftrightarrow 2\pi G_\tau(\omega)$ （对称性质）

所以 $f(t)=\frac{2}{2\pi}\times\tau Sa(\frac{\tau}{2}t)\overset{\tau=2}{=}\frac{2}{\pi}Sa(\frac{t}{2})$ （4 分）

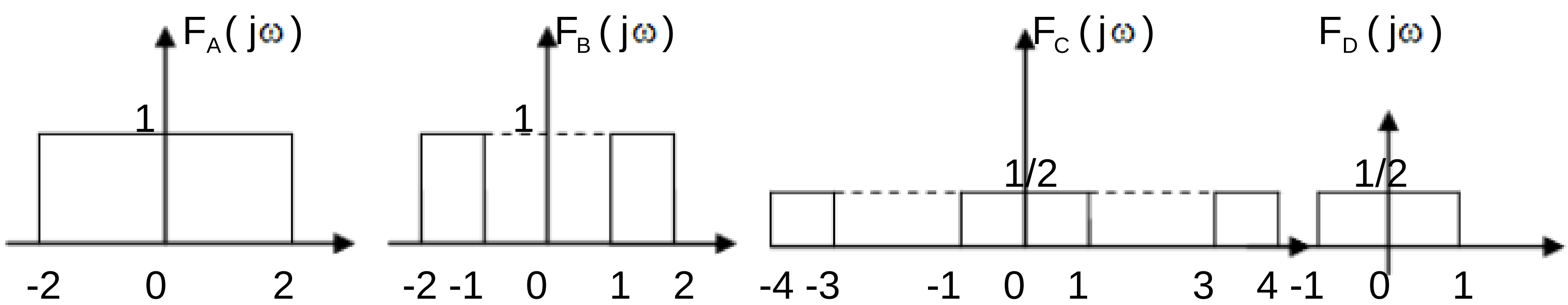
（4） $f_A(t)=f(t)\cos t\leftrightarrow F_A(j\omega)=\frac{1}{2}[F(j\omega+j1)+F(j\omega-j1)]=G_4(\omega)$

$F_B(j\omega)=F_A(j\omega)H_H(j\omega)=G_1(\omega+1.5)+G_1(\omega-1.5)$

$f_C(t)=f_B(t)\cos 2t\leftrightarrow F_C(j\omega)=\frac{1}{2}[F_B(j\omega+j2)+F_B(j\omega-j2)]$

$F_C(j\omega)=\frac{1}{2}[G_1(\omega+3.5)+G_2(\omega)+G_1(\omega-3.5)]$

$F_D(j\omega)=F_C(j\omega)H_L(j\omega)=\frac{1}{2}G_2(\omega)$



（2 分） （2 分） （2 分） （2 分）

四、（15 分）某 LTI 系统保持初始状态不变。已知当激励为 $e_1(t)=\delta(t)$ 时，其全响应为 $r_1(t)=\delta(t)+e^{-t}\varepsilon(t)$；当激励为 $e_2(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$ 时，其全响应为 $r_2(t)=3e^{-t}\varepsilon(t)$。

得分	

（1）求系统的单位冲激响应 $h(t)$，说明其因果性；

（2）写出描述系统输入输出关系的微分方程；

（3）求当激励为 $e_3(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$ 时的全响应。

解：（1）设该系统的零输入响应为 $r_{zi}(t)$，则由题意，有

$$r_{zi}(t)+\delta(t)*h(t)=\delta(t)+e^{-t}\varepsilon(t)$$

$$r_{zi}(t)+e^{-t}\varepsilon(t)*h(t)=3e^{-t}\varepsilon(t)$$

对两式分别取拉氏变换，得

$$\begin{cases} R_{zi}(s)+H(s)=1+\dfrac{1}{s+1} \\ R_{zi}(s)+H(s)\dfrac{1}{s+1}=\dfrac{3}{s+1} \end{cases}$$

解之得，$\begin{cases} H(s)=1-\dfrac{1}{s} \\ R_{zi}(s)=\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s+1} \end{cases}$ 即 $\begin{cases} h(t)=\delta(t)-\varepsilon(t) \\ r_{zi}(t)=(1+e^{-t})\varepsilon(t) \end{cases}$ （4 分）

由于系统单位冲激响应满足： $h(t)=0,t<0$，故该系统是因果系统。（2 分）

（2）由零输入响应知系统有两个特征根： 0、-1，故系统函数

$$H(s)=\frac{(s-1)(s+1)}{s(s+1)}=\frac{s^2-1}{s^2+s}$$

则系统方程为： $r''(t)+r'(t)=e''(t)-e(t)$ （3 分）

（3） $E_3(s)=\dfrac{1}{s}(1-e^{-s})$

$$R_{zs3}(s)=H(s)E_3(s)=(1-\frac{1}{s})\frac{1}{s}(1-e^{-s})=E_3(s)-\frac{1}{s^2}(1-e^{-s})$$

$$r_{zs3}(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)-t\varepsilon(t)+(t-1)\varepsilon(t-1)=(1-t)\varepsilon(t)+(t-2)\varepsilon(t-1)$$

故全响应 $r_3(t)=(2-t+e^{-t})\varepsilon(t)+(t-2)\varepsilon(t-1)$ （6 分）

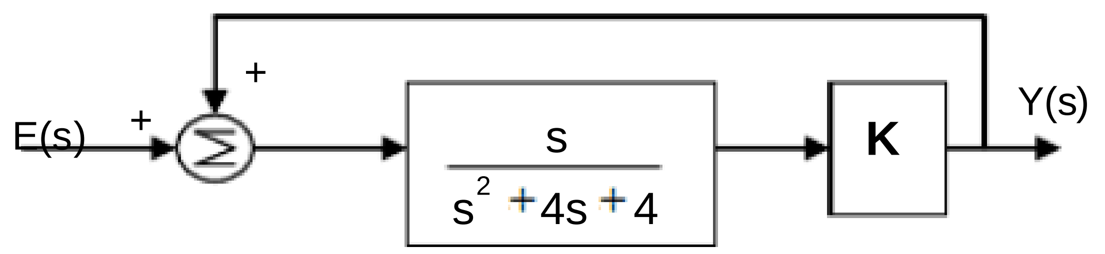
五、（10 分）某因果系统如图五所示。

得分	

（1）写出该系统的系统函数；

（2）试问 K为何值时，系统稳定；

（3）在临界稳定条件下，求冲激响应。



图五

解：（1） $H(s)=\dfrac{G(s)}{1-G(s)}=\dfrac{Ks}{s^2+4s+4}/(1-\dfrac{Ks}{s^2+4s+4})=\dfrac{Ks}{s^2+(4-K)s+4}$ （3 分）

（2）当 $4-K>0$,即$K<4$ 时，系统稳定。（3 分）

（3）当 K=4 时，系统临界稳定，此时系统函数

$$H(s)=\frac{4s}{s^2+4}$$

则系统冲激响应 $h(t)=4\cos 2t\,\varepsilon(t)$ （4 分）

六、（10 分）设计一个离散系统，使其输出 $y(k)$ 是：$k, k-1, \cdots, k-M+1$ 各点输入之平均。

得分	

（1）确定描述该系统输出 $y(k)$ 与输入 $e(k)$ 之关系的差分方程；

（2）求该系统的系统函数 $H(z)$；

（3）当 $M=3$ 时，采用加法器，标量乘法器和单位延时器画出系统的结构框图，要求尽可能地少用单位延时器。

解：（1）依题意，输出 $y(k)$ 与输入 $e(k)$ 之关系的差分方程为

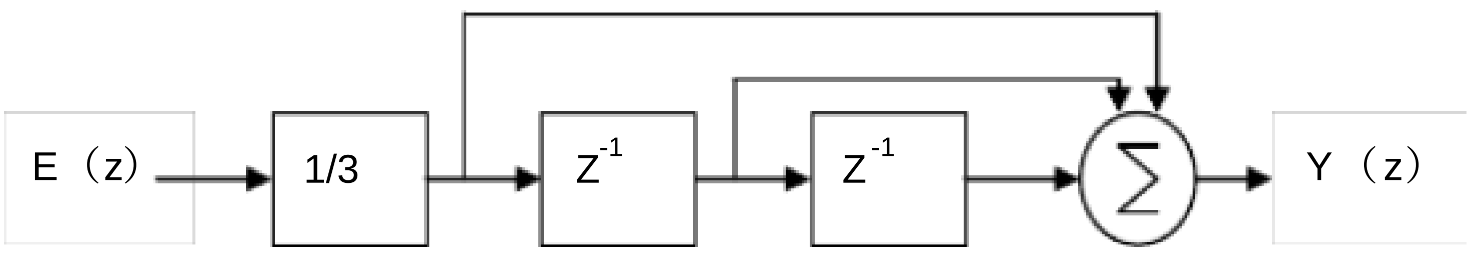
$$y(k)=\frac{1}{M}\{e(k)+e(k-1)+\cdots+e(k-M+1)\}$$ （3 分）

（2）由于 $Y(z)=\frac{1}{M}[E(z)+z^{-1}E(z)+\cdots+z^{-M+1}E(z)]$

所以 $H(z)=\frac{Y(z)}{E(z)}=\frac{1}{M}[1+z^{-1}+\cdots+z^{-M+1}]=\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{M-1}z^{-n}$ （3 分）

（3）$M=3$ 时， $H(z)=\frac{1}{3}[1+z^{-1}+z^{-2}]$ （1 分）

$M=3$ 时系统的结构框图：



（3 分）

七、（15 分）已知某离散系统的差分方程为 $y(k+2)-5y(k+1)+6y(k)=e(k+1)$，试求解下列问题：

得分	

（1）若系统是因果的，求系统的单位函数响应 $h(k)$；

（2）若系统是稳定的，求系统的单位函数响应 $h(k)$；

（3）求系统在初始条件 $y_{zi}(0)=2, y_{zi}(1)=1$ 下的零输入响应 $y_{zi}(k)$；

（4）若系统函数的收敛域为 $2<|z|<3$，求此时系统在单位阶跃序列 $\varepsilon(k)$ 激励下的零状态响应 $y_{zs}(k)$。

解：（1）对系统差分方程取 Z 变换，得 $(z^2-5z+6)Y(z)=zE(z)$

则系统函数表达式为

$$H(z)=\frac{z}{z^2-5z+6}=\frac{z}{z-3}-\frac{z}{z-2}$$

系统是因果的，则系统函数的收敛域为 $|z|>3$

系统的单位函数响应 $h(k)=(3^k-2^k)\varepsilon(k)$ （3 分）

（2） 若系统稳定，则系统函数的收敛域一定包含单位圆，即为 $|z|<2$

此时系统为反因果系统，系统的单位函数响应

$$h(k)=(2^k-3^k)\varepsilon(-k-1)$$ （3 分）

（3）系统有两个不相等的特征根： 2、3，则零输入响应

$$y_{zi}(k)=(c_1 2^k+c_2 3^k)\varepsilon(k)$$

代入初始条件 $y_{zi}(0)=2, y_{zi}(1)=1$，得

$$\begin{cases} y_{zi}(0)=c_1+c_2=2 \\ y_{zi}(1)=2c_1+3c_2=1 \end{cases} \quad 解之得 \quad \begin{cases} c_1=5 \\ c_2=-3 \end{cases}$$

于是 $y_{zi}(k)=[5(2^k)-3(3^k)]\varepsilon(k)$ （4 分）

（4） $E(z)=\dfrac{z}{z-1}, |z|>1; H(z)=\dfrac{z}{z^2-5z+6}, 2<|z|<3$

$$\begin{aligned} Y_{zs}(z)&=E(z)H(z) \\ &=\frac{z}{z-1}\times\frac{z}{z^2-5z+6} \\ &=\frac{\frac{1}{2}z}{z-1}-\frac{2z}{z-2}+\frac{\frac{3}{2}z}{z-3}, 2<|z|<3 \end{aligned}$$

$y_{zs}(k)=\frac{1}{2}\varepsilon(k)-2(2^k)\varepsilon(k)-\frac{3}{2}(3^k)\varepsilon(-k-1)$ （5 分）