
中山大学珠海校区

2020-2021学年第一学期《线性代数》期末考试卷

姓名：　　　　　专业：　　　　　学号：　　　　　成绩：

一， 填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. 在 5 阶行列式中，含有 $a_{13}a_{34}a_{51}$ 且带有负号的项是 ________

2. 设 A 是 3 阶方阵， $|A| = 1/3$ ，则 $|(3A)^{-1} + 2A^*| =$ ________

3. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} =$ ________ ；　4. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & c & b & a \\ x^2 & c^2 & b^2 & a^2 \\ x^3 & c^3 & b^3 & a^3 \end{vmatrix} =$ ________ ；

5. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ，则 $AB - BA^T =$ ________ ；

6. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & k & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩为 2 则 k = ________ ；

7. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ ________ ；　8. 若 A = diag(1 , 2 , 3 , 4)，则 $A^{-1} =$ ________ ；

二． 判断题（每题 2 分，共 10 分 ）

1. 任一 n 阶对角阵必可与同阶的方阵交换。　（　　）

2. n 阶行列式中副对角线上元素的乘积 $a_{n1}a_{n-1,2}\cdots a_{1n}$ 总是带负号的　（　　）

3. 若 A 为 n 阶方阵 ， 则 $(A^*)^T = (A^T)^*$　（　　）

4. 设 A ，B为 n 阶方阵 ，则有 $(AB)^3 = A^3B^3$　（　　）

5. 设 A 与 B 为同型矩阵 ，则 $A \sim B$ 的充要条件是 R（A）=R（B）　（　　）

三,计算下列行列式（ 每题 8 分,共 16 分 ）

$$D_4 = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 4 & 8 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 4 & 8 \end{vmatrix} \qquad D_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ . & . & . & & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

四. 已知 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 且 $AB = A - 2B$ ，求 B .

五. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩及一个最高阶非零子式 （8分）

六. 设 A 为 n 阶方阵，且 $A^3+2A-E=0$. 证明 $A+2E$ 可逆，并求 $(A+2E)^{-1}$.（8分）

七. 设 $P^{-1}AP=K$， $B=A+E$， 其中 $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$，$K=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

求 $f(B)=B^2(B^2+B+2E)$.（10分）

八. 设 $\begin{cases} (1-k)x_1+2x_2-2x_3=1 \\ 2x_1+(4-k)x_2-4x_3=2 \\ -2x_1-4x_2+(4-k)x_3=-k-2 \end{cases}$，问 k 为何值时，此方程组有惟一解，无解，或有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.（10分）.

答案：

一. 1. $-a_{13}a_{22}a_{34}a_{45}a_{51}$； 2. 3；

3. -18； 4. $(c-x)(b-x)(a-x)(a-b)(b-c)(a-c)$；

5. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 0 \\ 5 & \end{pmatrix}$； 6. 2；

7. ； 8. diag(1, 1/2, 1/3, 1/4)；

二. 1. wrong 2. wrong
3. right 4. Wrong 5. right

三. $D_4=48$； Dn: 对 Dn 以第一列拆分. 可得：$D_n=-D_{n-2}$，

又可知 $D_1=0$；$D_2=-1$. 由数学归纳法可得：

$D_n=(-1)^{(n-2)/2}D_2=(-1)^{n/2}$ 当 n 为偶数时；$D_n=0$ 当 n 为奇数时.

四. 具体做法，回顾课本第二章相关例题.

$B=\begin{pmatrix} 9 & 6 & -2 \\ 10 & 7 & -2 \\ -12 & -8 & 3 \end{pmatrix}$

五. 做法 ,运用行变换 . 得 $R(A)=3$;

最高阶非零子式可以是 : $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

六 . 原式子可以转化为 : $(A+2E)(A^2-2A+6E)-13E=0$.

即 . 下面的都知道了吧 . 自己说下 .

七 . $f(B)=\begin{pmatrix} -24 & 28 \\ -56 & 60 \end{pmatrix}$,具体做法 .参照课本第 45~46 页.

八 . 行等变换后观察 .

得: 1. $R(A)=R(A,b)$ 即得最终 k 不等于 0 且 k 不等于 9 时,有惟一解 .

2. $R(A)<R(A,b)$ 即得最终 $k=9$ 时, 方程组无解 ,

3. $R(A)=R(A,b)$ 方程组有无数多个解 .

此时,通解为

$$X=c_1\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}+c_3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$