中山大学《离散数学》2021-2022 学年第一学期期末试卷

一、 填空 **10%** （每小题 **2** 分）

1、 若 P，Q，为二命题，$P \to Q$ 真值为 0 当且仅当 ______________________。

2、 命题“对于任意给定的正实数，都存在比它大的实数”令 F(x)：x 为实数，$L(x, y): x > y$ 则命题的逻辑谓词公式为 ______________________________________。

3、 谓词合式公式 $\forall x P(x) \to \exists x Q(x)$ 的前束范式为 ________________________ 。

4、 将量词辖域中出现的 ____________ 和指导变元交换为另一变元符号，公式其余的部分不变，这种方法称为换名规则。

5、 设 x 是谓词合式公式 A 的一个客体变元，A 的论域为 D，A(x)关于 y 是自由的，则 ____________________________________ 被称为存在量词消去规则，记为 ES。

二、 选择 **25%** （每小题 **2.5** 分）

1、 下列语句是命题的有（ AC ）。

A、 明年中秋节的晚上是晴天； B、$x+y>0$；

C、$xy>0$ 当且仅当 x 和 y 都大于 0； D、我正在说谎。

2、 下列各命题中真值为真的命题有（ AD ）。

A、 2+2=4 当且仅当 3 是奇数；B、2+2=4 当且仅当 3 不是奇数；

C、2+2≠4 当且仅当 3 是奇数； D、2+2≠4 当且仅当 3 不是奇数；

3、 下列符号串是合式公式的有（ CD）

A、$P \Leftrightarrow Q$ ；B、$P \Rightarrow P \vee Q$ ；C、$(\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q)$；D、$\neg(P \leftrightarrow Q)$。

4、 下列等价式成立的有（ AD ）。

A、$P \to Q \Leftrightarrow \neg Q \to \neg P$ ；B、$P \vee (P \wedge R) \Leftrightarrow R$ ；

C、 $P \wedge (P \to Q) \Leftrightarrow Q$； D、$P \to (Q \to R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \to R$。

5、 若 $A_1, A_2 \cdots A_n$ 和 B 为 wff，且 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \Rightarrow B$ 则（ ）。

A、称 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$ 为 B 的前件； B、称 B 为 $A_1, A_2 \cdots A_n$ 的有效结论

C、当且仅当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \wedge B \Leftrightarrow F$；D、当且仅当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \wedge \neg B \Leftrightarrow F$。

6、 A，B 为二合式公式，且 $A \Leftrightarrow B$，则（ ）。

A、$A \to B$ 为重言式； B、$A^* \Rightarrow B^*$；

C、$A \Rightarrow B$； D、$A^* \Leftrightarrow B^*$； E、$A \leftrightarrow B$ 为重言式。

7、 “人总是要死的”谓词公式表示为（ ）。

（论域为全总个体域）M(x)：x 是人；Mortal(x)：x 是要死的。

A、$M(x) \to Mortal(x)$； B、$M(x) \wedge Mortal(x)$

C、$\forall x(M(x) \to Mortal(x))$；D、$\exists x(M(x) \wedge Mortal(x))$

8.公式 $A = \exists x(P(x) \to Q(x))$ 的解释 I 为：个体域 D={2}，P(x)：x>3, Q(x)：x=4 则 A 的真值为）。

A、1；　B、0；　C、可满足式；　D、无法判定。

8、 下列等价关系正确的是（　　　）。

A、$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$；

B、$\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$；

C、$\forall x(P(x) \to Q) \Leftrightarrow \forall xP(x) \to Q$；

D、$\exists x(P(x) \to Q) \Leftrightarrow \exists xP(x) \to Q$。

9、 下列推理步骤错在（　　　）。

① $\forall x(F(x) \to G(x))$	P
② $F(y) \to G(y)$	US①
③ $\exists xF(x)$	P
④ $F(y)$	ES③
⑤ $G(y)$	T②④I
⑥ $\exists xG(x)$	EG⑤

A、②；B、④；C、⑤；D、⑥

三、 逻辑判断 **30%**

1、 用等值演算法和真值表法判断公式 $A = ((P \to Q) \wedge (Q \to P)) \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q)$ 的类型。（10 分）

2、 下列问题，若成立请证明，若不成立请举出反例：（10 分）

（1）　已知 $A \vee C \Leftrightarrow B \vee C$，问 $A \Leftrightarrow B$ 成立吗？

（2）　已知 $\neg A \Leftrightarrow \neg B$，问 $A \Leftrightarrow B$ 成立吗？

3、 如果厂方拒绝增加工资，那么罢工就不会停止，除非罢工超过一年并且工厂撤换了厂长。

4、 问：若厂方拒绝增加工资，面罢工刚开始，罢工是否能够停止。（10 分）

四、计算 **10%**

1、 设命题 A_1，A_2 的真值为 1，A_3，A_4 真值为 0，求命题

$(A_1 \vee (A_2 \to (A_3 \wedge \neg A_1))) \leftrightarrow (A_2 \vee \neg A_4)$ 的真值。（5 分）

2、 利用主析取范式，求公式 $\neg(P \to Q) \wedge Q \wedge R$ 的类型。（5 分）

五、谓词逻辑推理 **15%**

符号化语句："有些人喜欢所有的花，但是人们不喜欢杂草，那么花不是杂草"。并推证其结论。

六、证明：（**10%**）

设论域 D={a , b , c}，求证：$\forall xA(x) \vee \forall xB(x) \Rightarrow \forall x(A(x) \vee B(x))$。

一、 填空 **10%**（每小题 **2** 分）

1、P 真值为 1，Q 的真值为 0；2、$\forall x(F(x) \wedge L(x,0) \to \exists y(F(y) \wedge L(y,x))$；

3、$\exists x(\neg P(x) \vee Q(x))$；4、约束变元；5、$\exists xA(x) \Rightarrow A(y)$，y 为 D 的某些元素。

二、 选择 **25%**（每小题 **2.5** 分）

题目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A,C	A,D	C,D	A,D	B,C	A,B,C,D,E	C	A	B	(4)

三、 逻辑判断 **30%**

1、（**1**）等值演算法

$$A = ((P \to Q) \wedge (Q \to P)) \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q) \Leftrightarrow T$$

（**2**）真值表法

P Q	$P \to Q$	$Q \to P$	$(P \to Q) \wedge (Q \to P)$	$P \leftrightarrow Q$	A
1 1	1	1	1	1	1
1 0	0	1	0	0	1
0 1	1	0	0	0	1
0 0	1	1	1	1	1

所以 A 为重言式。

2、（1）不成立。

若取 $C = T$ 则 $A \vee T \Leftrightarrow T$ $B \vee T \Leftrightarrow T$ 有 $A \vee C \Leftrightarrow B \vee C \Leftrightarrow T$

但 A 与 B 不一定等价，可为任意不等价的公式。

（2）成立。

证明：$\neg A \Leftrightarrow \neg B$ 充要条件 $\neg A \leftrightarrow \neg B \Leftrightarrow T$

即：
$$T \Leftrightarrow (\neg A \to \neg B) \wedge (\neg B \to \neg A) \Leftrightarrow (A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg A)$$
$$\Leftrightarrow (\neg B \vee A) \wedge (\neg A \vee B) \Leftrightarrow (A \to B) \wedge (B \to A) \Leftrightarrow A \leftrightarrow B$$

所以 $A \leftrightarrow B \Leftrightarrow T$ 故 $A \Leftrightarrow B$。

3、解：设 P：厂方拒绝增加工资；Q：罢工停止；R 罢工超壶过一年；R：撤换厂长

前提：$P \to (\neg(R \wedge S) \to \neg Q)$，$P$，$\neg R$ 结论：$\neg Q$

① $P \to (\neg(R \wedge S) \to \neg Q)$	P
② P	P
③ $\neg(R \wedge S) \to \neg Q$	T①②I
④ $\neg R$	P
⑤ $\neg R \vee \neg S$	T④I
⑥ $\neg(R \wedge S)$	T⑤E
⑦ $\neg Q$	T③⑥I

罢工不会停止是有效结论。

四、计算 10%

a) 解：
$$(1 \vee (1 \to 0 \wedge 0))) \leftrightarrow (1 \vee 1) = (1 \vee (1 \to 0) \leftrightarrow 1$$
$$= (1 \vee 0) \leftrightarrow 1 \quad = 1 \leftrightarrow 1 \quad = 1$$

b)
$$\neg(P \to Q) \wedge Q \wedge R \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \wedge (Q \wedge R)$$
$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow P \wedge \neg Q \wedge Q \wedge R \Leftrightarrow F$$

它无成真赋值，所以为矛盾式。

五、谓词逻辑推理 15%

解：$M(x): x$是人； $F(x): x$是花； $G(x): x$是杂草； $H(x,y): x$喜欢y

$\exists x(M(x)\wedge\forall y(F(y)\rightarrow H(x,y)))$ $\forall x(M(x)\rightarrow\forall y(G(y)\rightarrow\neg H(x,y)))$

$\Rightarrow\forall x(F(x)\rightarrow\neg G(x))$

证明：

(1) $\exists x(M(x)\wedge\forall y(F(y)\rightarrow H(x,y)))$ P

(2) $M(a)\wedge\forall y(F(y)\rightarrow H(a,y))$ ES(1)

(3) $M(a)$ T(2)I

(4) $\forall y(F(y)\rightarrow H(a,y))$ T(2)I

(5) $\forall x(M(x)\rightarrow\forall y(G(y)\rightarrow\neg H(x,y)))$ P

(6) $M(a)\rightarrow\forall y(G(y)\rightarrow\neg H(a,y))$ US(5)

(7) $\forall y(G(y)\rightarrow\neg H(a,y))$ T(3)(6)I

(8) $\forall y(H(a,y)\rightarrow\neg G(y))$ T(7)E

(9) $F(z)\rightarrow H(a,z)$ US(4)

(9) $F(z)\rightarrow H(a,z)$ US(4)

(10) $H(a,z)\rightarrow\neg G(z)$ US(8)

(11) $F(z)\rightarrow\neg G(z)$ T(9)(10)I

(12) $\forall x(F(x)\rightarrow\neg G(x))$ UG(11)