16 学年度上学期 16 级高等数学（一）试题

（东校区 B 卷）

警 示　《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"

一，　求下列极限（每小题 6 分，共 12 分）

1，$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2-1}$　　　2，$\mathop{Lim}\limits_{x\to 0+0}(\tan x)^{\sin x}$ ，

二，　完成下列各题（每小题 6 分，共 24 分）

1，设 $y=\dfrac{\sin e^x}{1+x^2}+\ln\sqrt{x}$ ，求 dy。

2，设 $y=\dfrac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2}-\dfrac{a^2}{2}\ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$ ，求 y' 。

3，设 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ ，求 $\dfrac{dy}{dx}$ ，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ 。

4，求曲线 $y\,e^x+\ln y=1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程。

三，　求下列积分（每小题 6 分，共 24 分）：

1，$\int\left(\dfrac{1}{x\ln x}+\dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)dx$　　　2，$\int\dfrac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx$，

3，$\int_a^b |\,2x-a-b\,|\,dx$，　　　4，$\int_{-1}^{1}\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)dx$

四，（8 分）

若当 $x\neq 0$.时 $f(x)=\dfrac{\int_0^{x^2}(1-\cos\sqrt{t})\,dt}{x^3}$ ，而 $f(0)=0$ ，

求 $f'(0)$ 。

五，（8 分）求通过直线 $l_1:\begin{cases} x+2y+z-3=0 \\ x-z-1=0 \end{cases}$ 并且与直线

l_2 ：$\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ 平行的平面的方程。

六,（12 分）设函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{2(1+x)^2}$，（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点；（2）讨论函数 $f(x)$ 的凸凹性区间与拐点；（3） 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

七,（每小题 6 分，共 12 分）.

设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0,\quad f(\frac{1}{2})=1$，求证：

（1） 存在 $\eta\in(\frac{1}{2},1)$，使得 $f(\eta)=\eta$；

（2） 对任意实数 λ，必存在 $\xi\in(0,\eta)$，使得 $f'(\xi)-\lambda[f(\xi)-\xi]=1$。.