中山大学《线性代数》期中考试卷答案

珠海校区2009年度第一学期《线性代数》期中考试卷

姓名：专业：学号：成绩：

一， **填空题（每题3分，共24分）**

1．在5阶行列式中，含有a13a34a51且带有负号的项是____________________

2．设A是3阶方阵，| A |= 1/3 ，则 |（3A）$^{-1}$ + 2A*| =

1 1 0 0 1 1 1 1

3．5 2 0 0 =： 4． x c b a =；

0 0 3 $6x^2$ c^2 b^2 a^2

0 0 1 $4x^3$ c^3 b^3 a^3

5．已知矩阵A = 1 1 ，B = 1 0 ，则AB BA^T=

；

0 -1 1 1

1 0 2

6．已知矩阵 A = 1 k 0 的秩为 2 ,则 k = ；

1 1 1

2 1 1 1

7． 1 2 1 1 = ； 8．若 A = diag(1 ,2 ,3 ,4)，则 A^{-1} = ；

1 1 2 1

1 1 1 2

二．判断题（每题 2 分，共 10 分）

1．任一 n 阶对角阵必可与同阶的方阵交换。（）

2． n 阶行列式中副对角线上元素的乘积 $a_{n1}a_{n-1,2}\cdots a_{1n}$ 总是带负号的（）

3． 若 A 为 n 阶方阵，则（A*）^{T} = (A^{T})*
（）

4． 设 A ，B 为 n 阶方阵，则有（AB）^{3}= $A^{3}B^{3}$（）

5． 设 A 与 B 为同型矩阵，则 A ~ B 的充要条件是 R（A）=R（B） （ ）

三,计算下列行列式(每题 8 分,共 16 分)

-2 -1 1 -1   0 1 0 ⋯ 0 0

$D_4=$ -2 2 4 8   1 0 1 ⋯ 0 0

-2 1 1 1 $D_n=$ 0 1 0 ⋯ 0 0

-2 -2 4 8   . . .   . .

0 0 0 ⋯ 0 1

0 0 0 ⋯ 1 0

-1 -1 0

四. 已知 A = -1 0 1   且 AB = A   2B ，求 B .

2 2 1

3 -1 -1 2

五. 求矩阵 $A = $ 1 0 -1 1 的秩及一个最高阶非零子式(8 分)

-1 4 3 1

六. 设 A 为 n 阶方阵，且 $A^3 + 2A \quad E = 0$. 证明 $A + 2E$ 可逆 ,并求$(A + 2E)^{-1}$. (8 分)

七. 设 $P^{-1}AP = K$, $B = A + E$, 其中 $P =$ 1 1 , $K =$ 0 0

1 2 0 1

求 $f(B) = B^2(B^2+B+2E)$.(10 分)

$(1-k)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1$

八. 设 $2x_1 + (4-k)x_2 \quad 4x_3 = 2$,问 k 为何值时,此方程组有惟一解,

$-2x_1 \quad 4x_2 + (4 \quad k)x_3 = -k \quad 2$

无解,或有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.（10 分).

答案:

一. 1. $a_{13}a_{22}a_{34}a_{45}a_{51}$; 2. 3 ;

3. -18 ; 4. (c-x)(b-x)(a-x)(a-b)(b-c)(a-c) ;

1 1

5. -3 0 ; 6. 2 ;

7. 5 ; 8. diag(1 ,1/2 ,1/3 , 1/4) ;

二. 1 . wrong 2 . wrong

3. right 4. Wrong 5.right

三. $D_4=48$; Dn: 对 Dn 以第一列拆分 . 可得: $D_n = -D_{n-2}$,

又可知 D1 = 0 ; D2 = -1 . 由数学归纳法可得:

$D_n = (-1)^{(n-2)/2}D_2 = (-1)^{n/2}$ 当 n 为偶数时 ; Dn = 0 ,当 n 为奇数时 .

四. 具体做法,回顾课本第二章相关例题.

9 6 -2

B = 10 7 -2

-12 -8 3

五. 做法 ,运用行变换. 得 R (A) = 3 ;

最高阶非零子式可以是: 3 -1 -4

1 0 -1

-1 4 3

六 . 原式子可以转化为: (A +2E) (A^2 -2A +6E) -13E = 0 .

即 . 下面的都知道了吧. 自己说下.

七 . f (B) = -24 28 ,具体做法.参照课本第 45~46 页.

-56 60

八 . 行等变换后观察.

得: 1. R (A)= R(A , b)=3 , 即得最终 k 不等于 0 且 k 不等于 9 时,有惟一解.

2. R (A)< R(A , b) , 即得最终 k = 9 时, 方程组无解 ,

3. R (A)= R(A , b) < 3， 方程组有无数多个解 .

此时,通解为

$$X = c_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

具体做法.参照课本第 75~76 页

PS：没有详细解答，有不懂的要自动去问同学哈. 把不懂的补上去,后面的内容挺烦人的.