

中山大学《线性代数》期中考试卷答案

珠海校区 2009 年度第一学期《线性代数》期中考试卷

姓名：专业：学号：成绩：

一， 填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. 在 5 阶行列式中，含有 $a_{13}a_{34}a_{51}$ 且带有负号的项是_____

2. 设 A 是 3 阶方阵， $|A| = 1/3$ ，则 $|(3A)^{-1} + 2A^*| =$

1 1 0 0

1 1 1 1

3. $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = : 4 \cdot \begin{pmatrix} x & c & b & a \end{pmatrix} = ;$

$0 0 3 6x^2 c^2 b^2 a^2$

$0 0 1 4x^3 c^3 b^3 a^3$

))

((

5. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $AB - BA^T =$

;

$0 -1$ $1 1$

$$\begin{pmatrix} & \\ & \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

6. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \end{pmatrix}$ 的秩为 2，则 $k =$;

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$; 8. 若 $A = \text{diag}(1, 2, 3, 4)$ ，则 $A^{-1} =$;

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

二. 判断题（每题 2 分，共 10 分）

1. 任一 n 阶对角阵必可与同阶的方阵交换。()
2. n 阶行列式中副对角线上元素的乘积 $a_{n1}a_{n-1,2} \cdots a_{1n}$ 总是带负号的 ()
3. 若 A 为 n 阶方阵，则 $(A^*)^T = (A^T)^*$ ()
4. 设 A, B 为 n 阶方阵，则有 $(AB)^3 = A^3B^3$ ()
5. 设 A 与 B 为同型矩阵，则 $A \sim B$ 的充要条件是 $R(A) = R(B)$ ()

三,计算下列行列式(每题8分,共16分)

$$\begin{vmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_4 = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 4 & 8 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_n = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} -2 & -2 & 4 & 8 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

四. 已知 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 且 $AB = A - 2B$, 求 B .

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

五. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩及一个最高阶非零子式(8分)

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

六. 设 A 为 n 阶方阵, 且 $A^3 + 2A - E = 0$. 证明 $A + 2E$ 可逆, 并求 $(A + 2E)^{-1}$. (8分)

$$\begin{pmatrix}) \\ ((\end{pmatrix}$$

七. 设 $P^{-1}AP = K$, $B = A + E$, 其中 $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $K = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{求 } f(B) = B^2(B^2 + B + 2E). (10 \text{ 分})$$

$$(1 - k)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1$$

八. 设 $2x_1 + (4-k)x_2 - 4x_3 = 2$, 问 k 为何值时, 此方程组有惟一解,

$$-2x_1 - 4x_2 + (4 - k)x_3 = -k - 2$$

无解,或有无穷多解?并在有无穷多解时求其通解.(10分).

答案:

一. 1. $a_{13}a_{22}a_{34}a_{45}a_{51}$; 2. 3 ;

$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ 3. -18 & & ; & 4. (c-x)(b-x)(a-x)(a-b)(b-c)(a-c) & ; \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} & \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. -3 0 ; 6. 2 ;

7. 5 ; 8. $\text{diag}(1, 1/2, 1/3, 1/4)$;

二. 1. wrong 2. wrong

3. right 4. Wrong 5.right

三. $D_4=48$; D_n : 对 D_n 以第一列拆分. 可得: $D_n = -D_{n-2}$,

又可知 $D_1 = 0$; $D_2 = -1$. 由数学归纳法可得:

$D_n = (-1)^{(n-2)/2} D_2 = (-1)^{n/2}$ 当 n 为偶数时; $D_n = 0$, 当 n 为奇数时.

$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

四. 具体做法,回顾课本第二章相关例题.

$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

9 6 -2

$$B = \begin{pmatrix} 10 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -12 & -8 & 3 \end{pmatrix}$$

五. 做法 ,运用行变换. 得 $R(A) = 3$;



最高阶非零子式可以是: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

六 . 原式子可以转化为: $(A + 2E)(A^2 - 2A + 6E) - 13E = 0$.

即 . 下面的都知道了吧. 自己说下.

)

七 . $f(B) = \begin{pmatrix} -24 & 28 \end{pmatrix}$, 具体做法. 参照课本第 45~46 页.

$$\begin{pmatrix} -56 & 60 \end{pmatrix}$$

八 . 行等变换后观察.

得: 1. $R(A) = R(A, b) = 3$, 即得最终 k 不等于 0 且 k 不等于 9 时, 有惟一解.

2. $R(A) < R(A, b)$, 即得最终 $k = 9$ 时, 方程组无解 ,

)))

3. $R(A) = R(A, b) < 3$, 方程组有无数多个解.

((

此时, 通解为 -2 2 1

$$X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

具体做法. 参照课本第 75~76 页

PS : 没有详细解答, 有不懂的要自动去问同学哈. 把不懂的补上去, 后面的内容挺烦人的.