

L^AT_EX : document à reproduire

Kuşak PĖBARĖK

15 décembre 2019

Résumé

Je donne dans ce document des exemples (aléatoires) de ce que j'ai vu en cours lors de mes années perdues de Licence :

1. des définitions en mathématiques,
2. des données et des programmes en informatique,
3. des réactions chimiques,
4. des formules physiques...

Table des matières

1	Mathématiques	3
1.1	Espaces métriques, définition de la distance	3
1.2	Exemples de distances	3
1.3	Algebre	3
1.3.1	Coordonnées polaires	3
1.3.2	Déterminant d'une matrice	4
2	Informatique	4
2.1	Mémoire	4
2.2	Un programme Java	5
3	Chimie	5
4	Physique	5

1 Mathématiques

1.1 Espaces métriques, définition de la distance

On note

$$\mathbb{R}^p = \underbrace{\mathbb{R} \times \cdots \times \mathbb{R}}_{p \text{ fois}} = \{X = (x_1, \cdot, x_p) \mid x_i \in \mathbb{R}, \forall i \in [1, \cdots, p]\}$$

espace vectoriel réel de dimension p .

On définit la notion de distance comme suit.

Définition 1. Soit E un ensemble non-vidé. On dit qu'une application $d : E \times E \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d : (x, y) \mapsto d(x, y)$ est une distance sur E si elle vérifie les trois axiomes suivants :

- D1 (séparation) $\forall (x, y) \in E \times E, \{x = y\} \Leftrightarrow \{d(x, y) = 0\}$;
- D2 (symétrie) $\forall (x, y) \in E \times E, d(x, y) = d(y, x)$;
- D3 (inégalité triangulaire) $\forall (x, y, z) \in E \times E \times E, d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$

1.2 Exemples de distances

On a beaucoup d'exemples de distances différents sur \mathbb{R} . Notamment,

1. $d(x, y) = \sqrt{|x - y|}$ ou $d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + |x - y|}$.
2. $d_2(X, Y) = (\sum_{i=1}^p |x_i - y_i|^2)^{1/2}$ (métrique euclidienne), ou $d_1(X, Y) = \sum_{i=1}^p |x_i - y_i|$, ou $d_\infty(X, Y) = \sup_{i=[1, \dots, p]} |x_i - y_i|$
3. Soit E un ensemble quelconque. Pour $x, y \in E$ on définit

$$d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = y, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1.3 Algèbre

1.3.1 Coordonnées polaires

Notation : $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$. On a une application bijective de $\mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi[$ vers \mathbb{R}^2 donnée par les formules suivantes :

$$\begin{cases} x &= r \cos t \\ y &= r \sin t \end{cases} \quad (1)$$

Son application réciproque est l'application de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi[$ suivante :

$$\begin{cases} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ t &= \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (2)$$

Donc en particulier, on a $r^2 = x^2 + y^2$.

1.3.2 Déterminant d'une matrice

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, on note $B_n(a, b)$ le déterminant suivant :

$$B_n(a, b) = \begin{vmatrix} a+b & a & & 0 \\ b & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & a \\ 0 & & b & a+b \end{vmatrix}$$

1. Montrer que si $a \neq b$

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, B_n(a, b) = \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a - b}.$$

2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, B_n(a, b) = (a+b)B_{n-1}(a, b) - abB_{n-2}(a, b)$

2 Informatique

2.1 Mémoire

Le tableau suivant donne les temps d'accès et les capacités typiques¹ des unités de mémoire courantes.

Type	Temps d'accès	Taille
Registre	0,1 ns	8 octets
Mémoire centrale	100 ns	5 GO
Disque	10 ms	500 GO
Archivage	1 mn	Illimitée

1. si c'est-à-dire en ordre de grandeur : il existe des mémoires centrales de plus de 5 GO, et des disques de plus de 500 GO...

2.2 Un programme Java

Qu'est ce qui est affiché sur le terminal lors de l'exécution de ce programme ?

```
public class exo25 {
    public static void main(String[] args) {
        int n = 5;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < i; j++){
                System.out.print(". ");
            }
        }
    }
}
```

3 Chimie

Prenons deux exemples :

1. $\text{Zn} + \text{Cu}^{2+} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + \text{Cu}$
 — $\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2e^-$; Zn (le reducteur) cède des électrons, il est oxydé
 — $\text{Cu}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Cu}$; Cu^{2+} (l'oxydant) capte les électrons cédés par Zn , il est réduit ;
2. $\text{Cu} + 2\text{Ag}^+ \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2\text{Ag}$

La transformation de l'élément cuivre s'effectue ici dans le sens inverse.

Ensuite, j'insère une image dans la Figure 1 de l'élément du tableau périodique de Mendeleev qui commence par la même lettre que mon nom de famille.

4 Physique

Multiplions scalairement la 2^e loi de Newton par \mathbf{v} :

$$m\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} = \frac{dv_x}{dt}v_x + \frac{dv_y}{dt}v_y + \frac{dv_z}{dt}v_z = \frac{d}{dt} \left(\frac{v_x^2}{2} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{v_y^2}{2} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{v_z^2}{2} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right),$$

donc

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$



FIGURE 1 – Je choisis Lanthanum car je m'appelle Yvan LATORRE donc je dois choisir un élément dont le nom commence par un La.

ou encore

$$d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{OM}$$

$$\boxed{\mathcal{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}}$$

est la **puissance** de la résultante des forces \mathbf{F} qui s'exercent sur M où \mathbf{v} est la vitesse de M.

$$\boxed{\delta W = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{OM} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = \mathcal{P}(t) dt}$$

est le **travail élémentaire** de la résultante des forces \mathbf{F} qui s'exercent sur M ou $d\mathbf{OM}$ est le déplacement élémentaire de M.