LaTeX : document à reproduire

Kusçak PËBARÊK

9 octobre 2019

Résumé

Je donne dans ce document des exemples (aléatoires) de ce que j'ai vu en cours lors de mes années perdues de Licence :

1. des définitions en mathématiques,
2. des données et des programmes en informatique,
3. des réactions chimiques,
4. des formules physiques...

Table des matières

1 Mathématiques

1.1 Espaces métriques, définition de la distance

On note

$$\mathbb{R}^p = \underbrace{\mathbb{R} \times \cdots \times \mathbb{R}}_{p \text{ fois}} = \{X = (x_1, \cdot, x_p) | \ x_i \in \mathbb{R}, \ \forall i \in [1, \cdots, p]\}$$

espace vectoriel réel de dimension p.

On définit la notion de distance comme suit.

Definition 1. Soit E un ensemble non-vide. On dit qu'une application $d : E \times E \to \mathbb{R}_+, \ d : (x, y) \mapsto d(x, y)$ est une distance sur E si elle vérifie les trois axiomes suivants :

— D1 (séparation) $\forall (x, y) \in E \times E, \ \{x = y\} \Leftrightarrow \{d(x, y) = 0\}$;
— D2 (symétrie) $\forall (x, y) \in E \times E, \ d(x, y) = d(y, x)$;
— D3 (inégalité triangulaire) $\forall (x, y, z) \in E \times E \times E, \ d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$.

1.2 Exemples de distances

On a beaucoup d'exemples de distances différentes sur $\mathbb{R}$. Notamment,

1. $d(x, y) = \sqrt{|x - y|}$ ou $d(x, y) = \dfrac{|x - y|}{1 + |x - y|}$.
2. $d_2(X, Y) = \left(\sum_{i=1}^p |x_i - y_i|^2\right)^{1/2}$ (métrique euclidienne), ou $d_1(X, Y) = \sum_{i=1}^p |x_i - y_i|$, ou $d_\infty(X, Y) = \sup_{i=[1,\cdots,p]} |x_i - y_i|$
3. Soit E un ensemble quelconque. Pour $x, y \in E$ on définit

$$d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = y, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1.3 Algèbre

1.3.1 Coordonnées polaires

Notation : $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$. On a une application bijective de $\mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi[$ vers $\mathbb{R}^2$ donnée par les formules suivantes :

$$\begin{cases} x & = r \cos t \\ y & = r \sin t \end{cases} \tag{1}$$

Son application réciproque est l'application de $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi[$ suivante :

$$\begin{cases} r & = \sqrt{x^2+y^2} \\ t & = \arccos \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases} \tag{2}$$

Donc en particulier, on a $r^2 = x^2 + y^2$.

1.3.2 Déterminant d'une matrice

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, on note $B_n(a, b)$ le déterminant suivant :

$$B_n(a,b) = \begin{vmatrix} a+b & a & & 0 \\ b & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & a \\ 0 & & b & a+b \end{vmatrix}$$

1. Montrer que si $a \neq b$

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2,\ B_n(a,b) = \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a-b}.$$

2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2,\ B_n(a,b) = (a+b)B_{n-1}(a,b) - abB_{n-2}(a,b)$

2 Informatique

2.1 Mémoire

Le tableau suivant donne les temps d'accès et les capacités typiques [1] des unités de mémoire courantes.

Type	Temps d'accès	Taille	
Registre	0,1 ns	8	octets
Mémoire centrale	100 ns	5	GO
Disque	10 ms	500	GO
Archivage	1 mn	Illimitée	

1. c'est-à-dire en ordre de grandeur : il existe des mémoires centrales de plus de 5 GO, et des disques de plus de 500 GO...

2.2 Un programme Java

Qu'est ce qui est affiché sur le terminal lors de l'exécution de ce programme ?

```
public class exo25 {
        public static void main(String[] args) {
                int n = 5;
                for (int i = 0; i < n; i++) {
                        for (int j = 0; j < i; j++){
                                System.out.print(". ");
                        }
                }
        }
}
```

3 Chimie

Prenons deux exemples :

1. $\mathrm{Zn} + \mathrm{Cu}^{2+} \rightarrow \mathrm{Zn}^{2+} + \mathrm{Cu}$
   — $\mathrm{Zn} \rightarrow \mathrm{Zn}^{2+} + 2e^{-}$; Zn (le réducteur) cède des électrons, il est oxydé
   — $\mathrm{Cu}^{2+} + 2e^{-} \rightarrow \mathrm{Cu}$; Cu^{2+} (l'oxydant) capte les électrons cédés par Zn, il est réduit ;
2. $\mathrm{Cu} + 2\mathrm{Ag}^{+} \rightarrow \mathrm{Cu}^{2+} + 2\mathrm{Ag}$
   la transformation de l'élément cuivre s'effectue ici dans le sens inverse.

Ensuite, j'insère une image dans la Figure 1 de l'élément du tableau périodique de Mendeleev qui commence par la même lettre que mon nom de famille.

4 Physique

Multiplions scalairement la 2^e^ loi de Newton par $\mathbf{v}$:

$$m\mathbf{a}.\mathbf{v} = \mathbf{F}.\mathbf{v}$$

$$\mathbf{a}.\mathbf{v} = \frac{dv_x}{dt}v_x + \frac{dv_y}{dt}v_y + \frac{dv_z}{dt}v_z = \frac{d}{dt}\left(\frac{v_x^2}{2}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{v_y^2}{2}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{v_z^2}{2}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right),$$

donc

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \mathbf{F}.\mathbf{v}$$

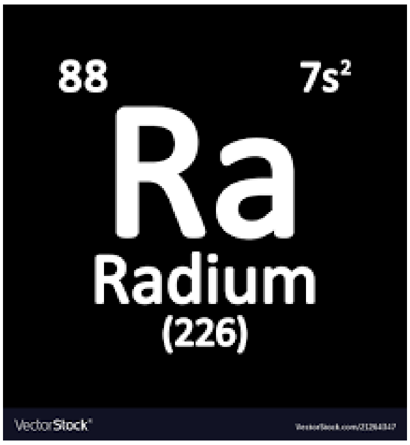

FIGURE 1 – Je choisis Radium car je m'appelle Ievgen REDKO donc je dois choisir un élément dont le nom commence par un R.

ou encore

$$d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \mathbf{F}.\mathbf{v}dt = \mathbf{F}.d\mathbf{OM}$$

$$\boxed{\mathcal{P} = \mathbf{F}.\mathbf{v}}$$

est la **puissance** de la résultante des forces $\mathbf{F}$ qui s'exercent sur M où $\mathbf{v}$ est la vitesse de M.

$$\boxed{\delta W = \mathbf{F}.d\mathbf{OM} = \mathbf{F}.\mathbf{v}dt = \mathcal{P}(t)dt}$$

est le **travail élémentaire** de la résultante des forces $\mathbf{F}$ qui s'exercent sur M où $d\mathbf{OM}$ est le déplacement élémentaire de M.