# Simplex ile Çözüm Yöntemi

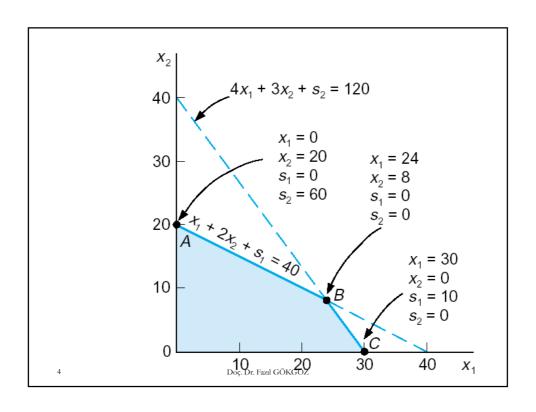
Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

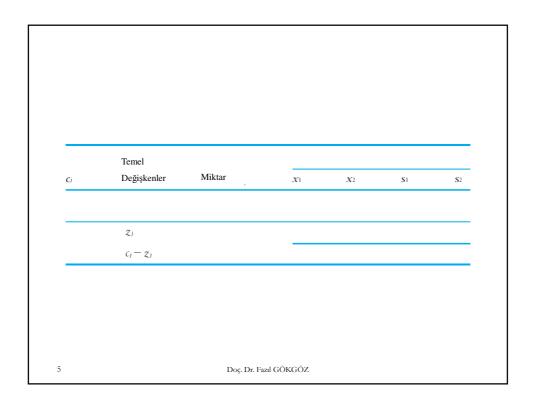
Doğrusal Programlama Modeli

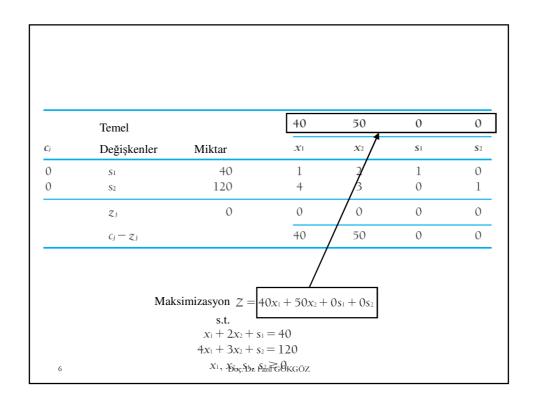
Maksimizasyon 
$$Z = \$40x_1 + 50x_2$$
  
s.t.  
 $x_1 + 2x_2 \le 40$  (İşçilik, saat)  
 $4x_1 + 3x_2 \le 120$  (Kil, kg)  
 $x_1, x_2 \ge 0$ 

#### Modelin Standard Hali

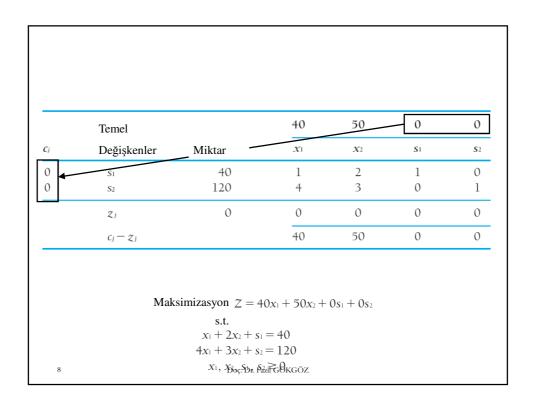
Maksimizasyon 
$$Z = 40x_1 + 50x_2 + 0s_1 + 0s_2$$
  
s.t.  
 $x_1 + 2x_2 + s_1 = 40$   
 $4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120$   
 $x_1, x_2, s_1, s_2 \ge 0$ 



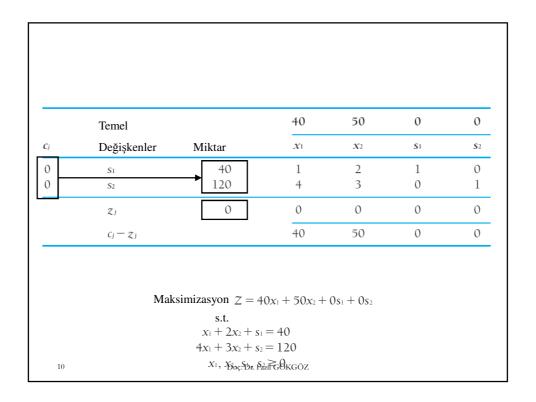




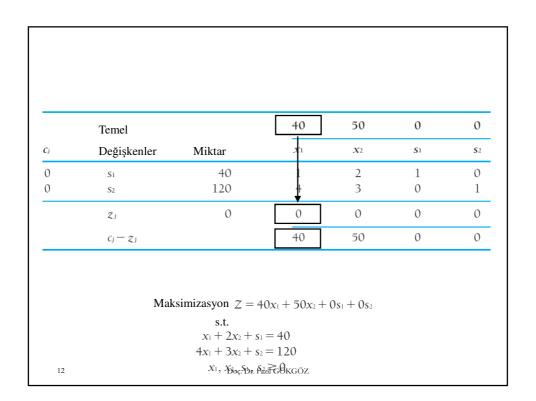
	Temel		40	50	0	0
Cj	Değişkenler	Miktar	X1	<b>X</b> 2	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2
0	S1	40	1	2	1	0
0	S2	120	4	3	0	1
	Zj	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	\	40	50	0	0
	Mak	simizasyon $Z = 4$ s.t. $x_1 + 2x_2 + s_1$ $4x_1 + 3x_2 + s_2$ $x_1$ , $x_{\text{Bog}}$ : Spt. $\beta_2$	# 40 # 120	$0s_1 + 0s_2$		



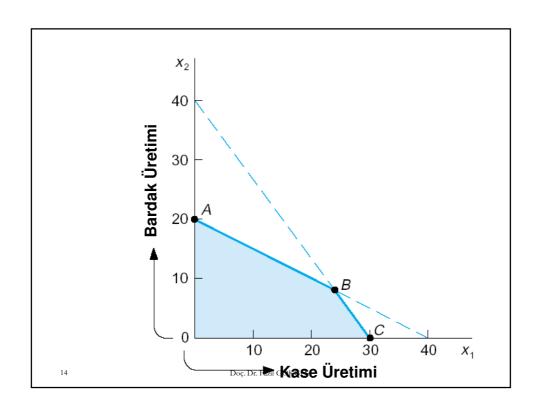
	Temel		40	50	0	0
Cj	Değişkenler	Miktar	<b>X</b> 1	<b>X</b> 2	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2
0	S1	40	1	2	1	0
0	S2	120	4	3	0	1
	Zj	0	0/	0	0	0
	$c_j - z_j$		40	50	0	0
	Mak	asimizasyon $z = 4$ $x_1 + 2x_2 + s$ $4x_1 + 3x_2 + s$	1 = 40	$0s_1 + 0s_2$		

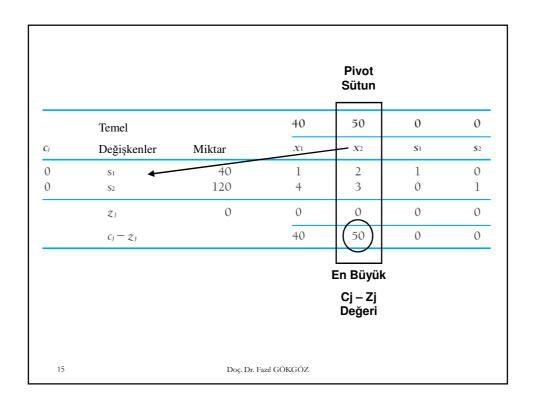


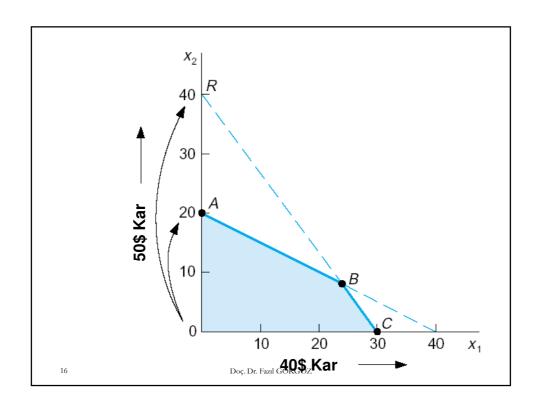
	Temel		40	50	0	0
j	Değişkenler	Miktar	<b>X</b> 1	<b>X</b> 2	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2
)	S1 S2	40 120	<b>→</b> 1 4	2 3	1 0	0 1
	Zj	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		40	50	0	0
	Mak	s.t. $x_1 + 2x_2 + s_1$ $4x_1 + 3x_2 + s_2$	= 40	$0s_1 + 0s_2$		

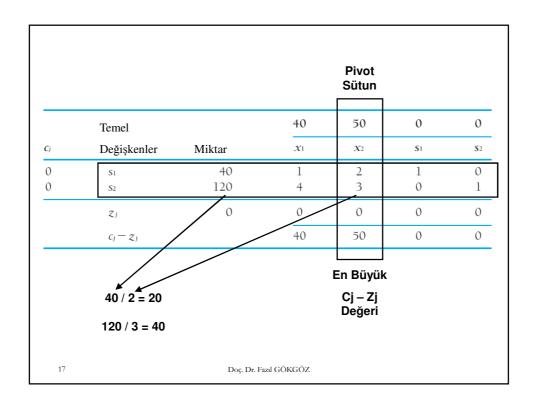


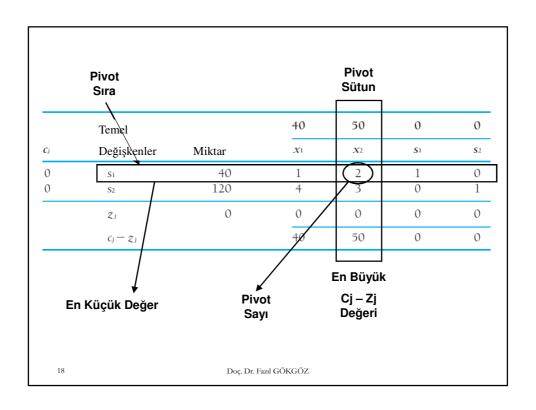
	Temel		40	50	0	0
j.	Değişkenler	Miktar	X1	<b>X</b> 2	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2
)	S1	40	1	2	1	0
)	S2	120	4	3	0	1
	Zj	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		40	50	0	0
	Mak	asimizasyon $Z = 4$	$10x_1 + 50x_2 +$	$0s_1 + 0s_2$		

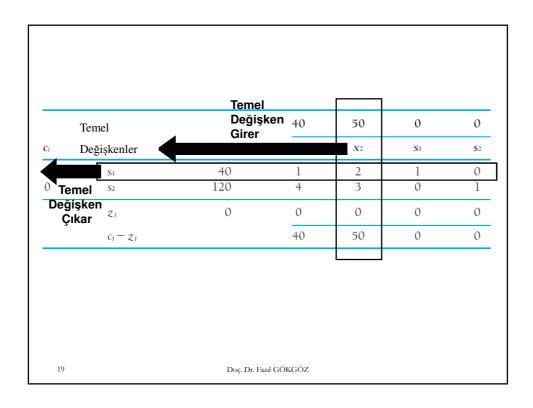




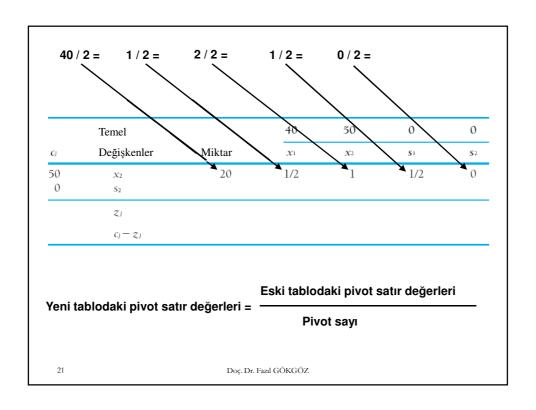


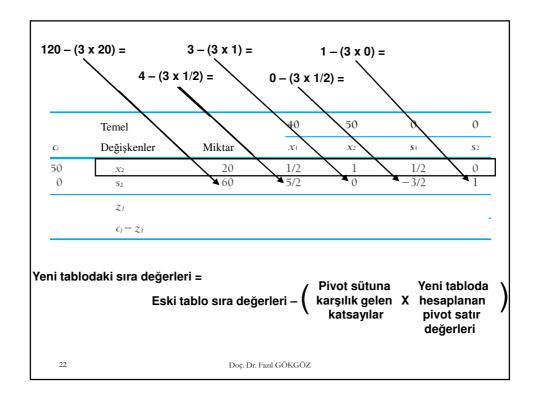




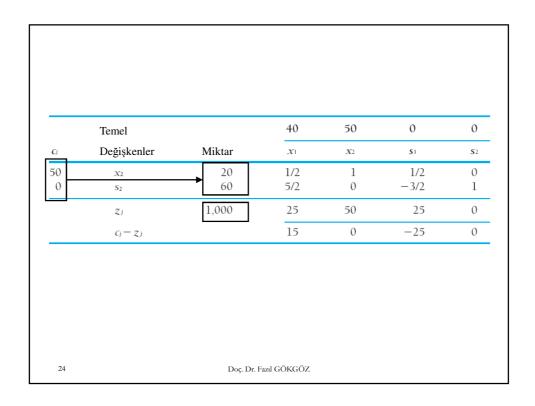


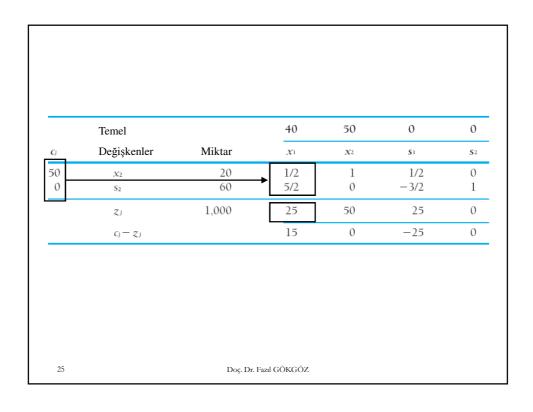
	Temel		40	50	0	0
Cj	Değişkenler	Miktar	X1	X2	Si	<b>S</b> 2
50 0	X2 S2					
	Zj					
	$c_j - z_j$					

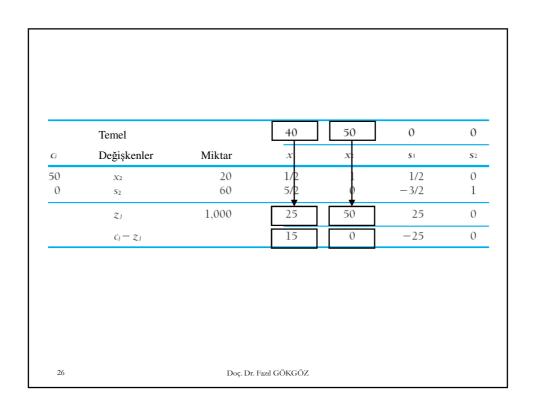


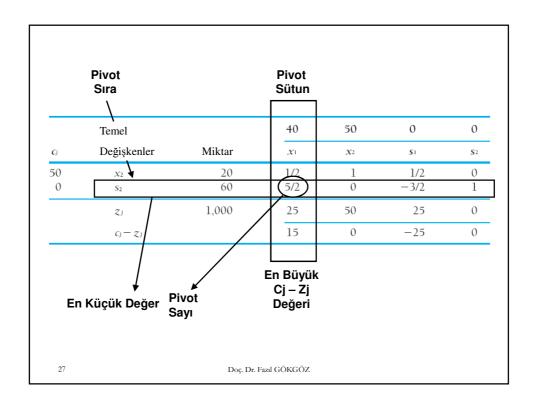


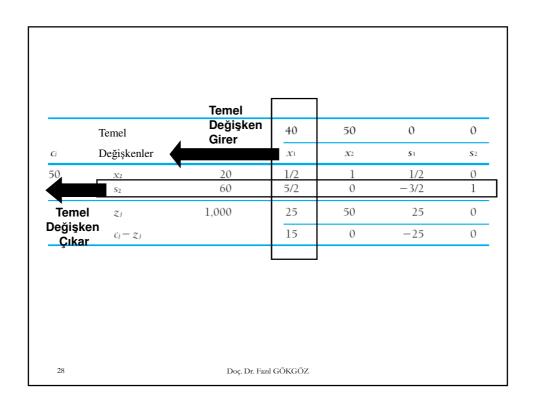
	Temel		40	50	0	0
<b>C</b> j	Değişkenler	Miktar	X1	<b>X</b> 2	<b>\$</b> 1	<b>S</b> 2
50 0	X2 S2	20 60	1/2 5/2	1 0	1/2 -3/2	0 1
	$z_j$ $c_j - z_j$					

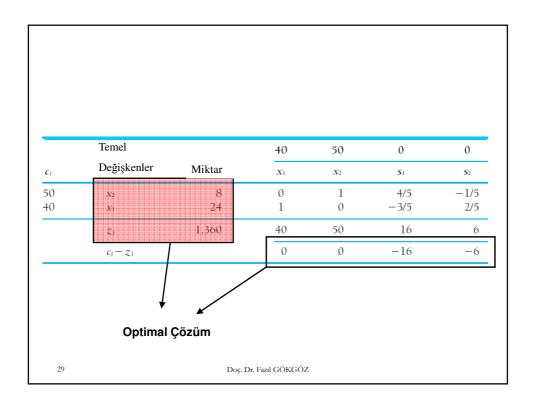












Minimizasyon 
$$Z = \$6x_1 + 3x_2$$
  
s.t.  
 $2x_1 + 4x_2 \ge 16$  kg nitrojen  
 $4x_1 + 3x_2 \ge 24$  kg fosfat

Minimizasyon 
$$Z = 6x_1 + 3x_2 + 0s_1 + 0s_2 + MA_1 + MA_2$$
  
s.t.  
 $2x_1 + 4x_1 - s_1 + A_1 = 16$ 

$$4x_1 + 3x_2 - s_2 + A_2 = 24$$
  
 $x_1, x_2, s_1, s_2, A_1, A_2 \ge 0$ 

31

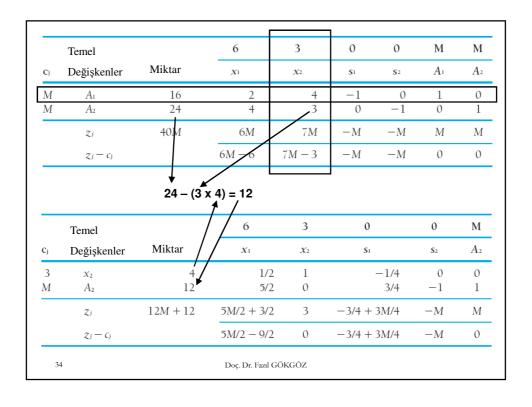
Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

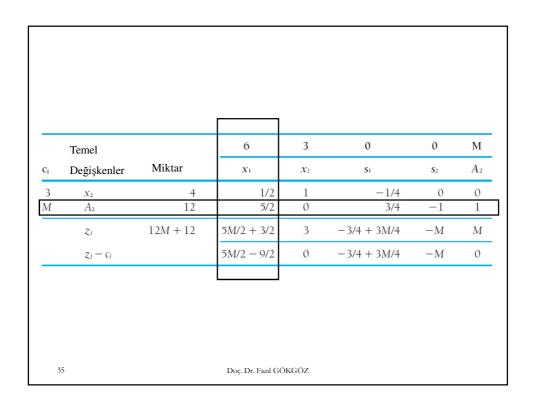
	Temel		6	3	0	0	M	M
j	Değişkenler	Miktar	Xı	<b>X</b> 2	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2	A1	$A_2$
1	$A_1$	16	2	4	-1	0	1	0
ĺ	$A_2$	24	4	3	0	-1	0	1
	Zj	40M	6M	7M	-M	-M	M	М
	$z_j - c_j$		6M - 6	7M - 3	-M	-M	0	0

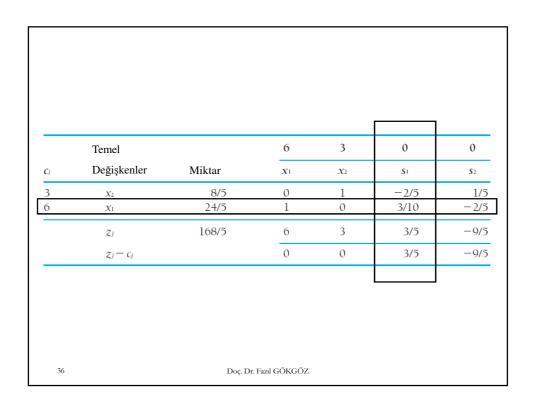
Minimizasyon 
$$Z = 6x_1 + 3x_2 + 0s_1 + 0s_2 + MA_1 + MA_2$$
  
s.t.  
 $2x_1 + 4x_1 - s_1 + A_1 = 16$   
 $4x_1 + 3x_2 - s_2 + A_2 = 24$   
 $x_1, x_2, s_1, s_2, A_1, A_2 \ge 0$ 

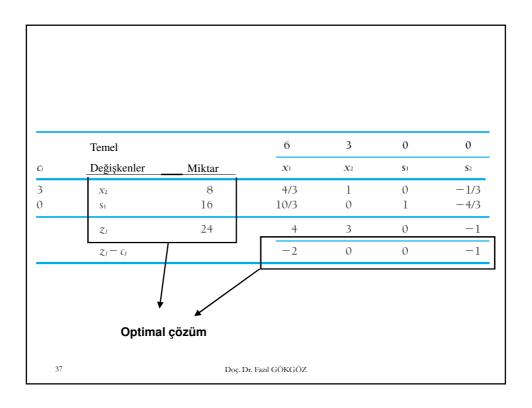
32

Temel		6	3	0	0	M	M
Değişkenler	Miktar	<b>X</b> 1	X2	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2	Aı	A:
$A_1$	16	2	4	-1	0	1	0
$A_2$	24	4	3	0	-1	0	1
$z_j$	40M	6M	7M	-M	-M	M	M
$z_j - c_j$		6M - 6	7M - 3	-M	-M	0	0
Mir	nimizasyon s.t.	$Z = 6x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_4 + 3x_5 + 3x_$		$s_2 + MA$	$+MA_2$		









Özetlersek; simplex yöntemiyle gerçekleştirilen bir minimizasyon probleminde kısaca aşağıdaki adımlara uyulmalıdır.

- İçerisinde "≥" olan tüm kısıtları, ifadelerden artık değişkenler çıkararak ve suni değişkenler ilave ederek eşitlikler haline dönüştürünüz.
- 2. Amaç fonksiyonunda yer alan her suni değişkenin " M " değerlerine bir Cj değişkeni atayınız.
- 3. Cj Zj sırasını Zj Cj şekline çeviriniz.

38

#### Örnek

- Bir deri firması standard tasarımda el yapımı çanta ve bavul üretmektedir. Firma üretmekte olduğu her çanta başına 400\$, her bavul başına ise 200\$ kar sağlamaktadır.
- Firma yapmış olduğu anlaşma gereğince bir mağazaya ayda 30 adet ürün temin etmeyi garanti etmiştir.
- Deri hammaddesi sağlayan tabakhane ise firmaya aylık olarak 80 m²
  deri sağlamaktadır. Firma sağlanan bu deri hammaddesinin mümkün
  olduğunca en az miktarını kullanmak istemekle birlikte, tabakhaneden
  daha fazla sipariş talebinde de bulunabilmektedir.
- Çanta üretiminde 2m², bavul üretiminde ise 8m² deri hammaddesi tüketilmektedir.

39

Doc. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

#### İstenilenler

Geçmiş performans verilerini dikkate alan firmanın sahipleri ayda 20 çantadan fazla üretim gerçekleştirilemediğini belirtmektedir.

Firmanın sahipleri kar maksimizasyonunu sağlayacak olan çanta ve bavul üretimi düzeylerinin tespit edilerek kendilerine bir rapor halinde sunulmasını istemiştir.

40

## Problemin Simplex Yöntemiyle Çözümü

Maksimizasyon 
$$Z = \$400x_1 + 200x_2$$
  
s.t.  
 $x_1 + x_2 = 30$  anlaşmadaki talep miktarı  
 $2x_1 + 8x_2 \ge 80$  kullanılan deri miktarı (m²)  
 $x_1 \le 20$  çanta  
 $x_1, x_2 \ge 0$ 

Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

#### 1. Adım : Model kısıtında yer alan eşitsizliklerin eşitlik haline dönüştürülmesi

		Amaç Fonksiyon	unun Katsayısı
Kısıt	Düzenleme	Maksimizasyon	Minimizasyon
≤	Gevşek "Slack" değişken ilavesi	0	0
=	Suni değişken ilavesi	-M	M
$\geq$	Artık "Surplus" değişkenin çıkartılması	0	0
	Artık "Surplus" değişkenin çıkartılması ve suni değişkenin ilave edilmesi	-M	М

Maksimizasyon 
$$Z = 400x_1 + 200x_2 + 0s_1 + 0s_2 - MA_1 - MA_2$$
  
s.t.  $x_1 + x_2 + A_1 = 30$   
 $2x_1 + 8x_2 - s_1 + A_2 = 80$   
 $x_1 + s_2 = 20$ 

 $x_1, x_2, s_1, s_2, A_1, A_2 \ge 0$ 

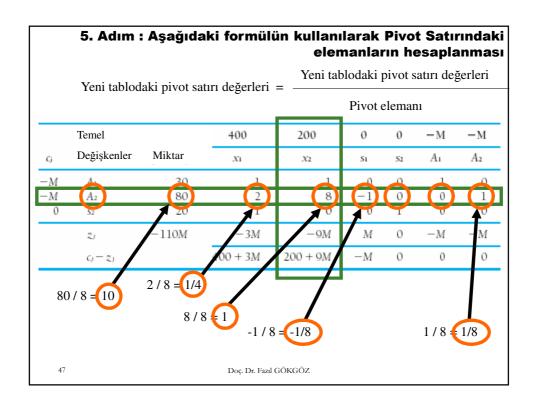
3 Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

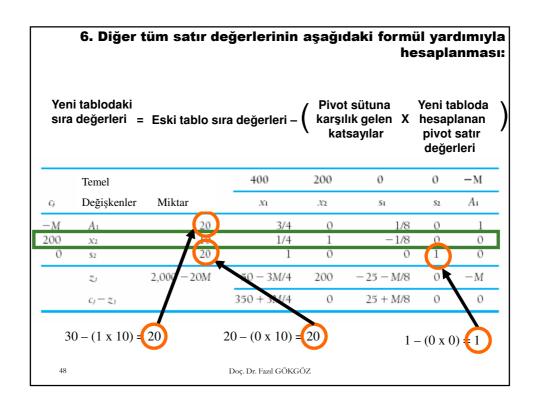
## 2. Adım : Mümkün olan ilk temel çözüm için başlangıç tablosunun hazırlanması ve Zj, Cj-Zj sıra değerlerinin tespiti.

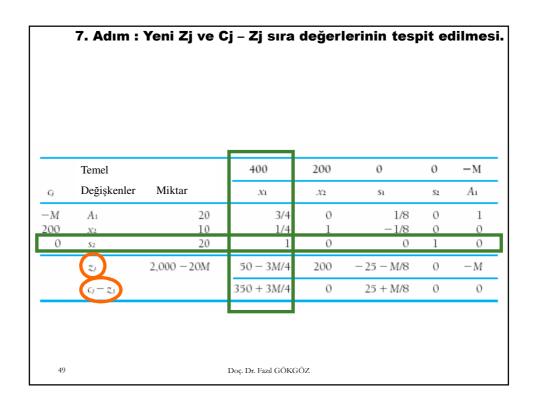
	Temel		400	200	0	0	-M	-M
Cj	Değişkenler	Miktar	Χı	X2	Sı	S2	$A_1$	A2
-м -м 0	A <sub>1</sub> A <sub>2</sub> S <sub>2</sub>	30 80 20	1 2 1	1 8 0	$     \begin{array}{c}       0 \\       -1 \\       0     \end{array} $	0 0 1	1 0 0	0 1 0
	2)	-110M	-3M	-9M	М	0	-M	-M
	$c_j - z_j$		400 + 3M	200 + 9M	-M	0	0	0

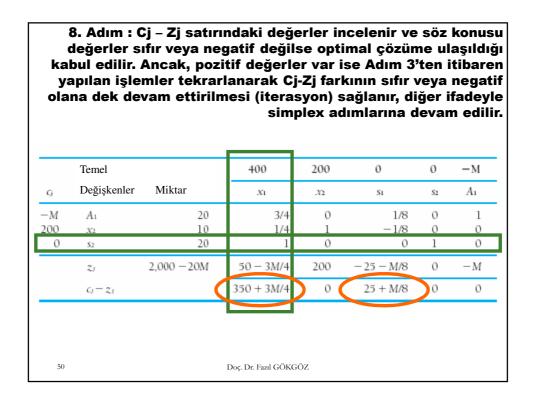
	Temel		400	200	0	0	-M	-м
j	Değişkenler	Miktar	Χı	X2	Sı	S2	$A_1$	$A_2$
M	A1	30	1	1	0	0	1	0
M 0	A <sub>2</sub> S <sub>2</sub>	80 20	2 1	8	-1 0	0	0	1
	2)	-110M	-3M	-9M	М	0	-M	-N
	$c_j - z_j$		400 + 3M	200 + 9M	-M	0	0	C

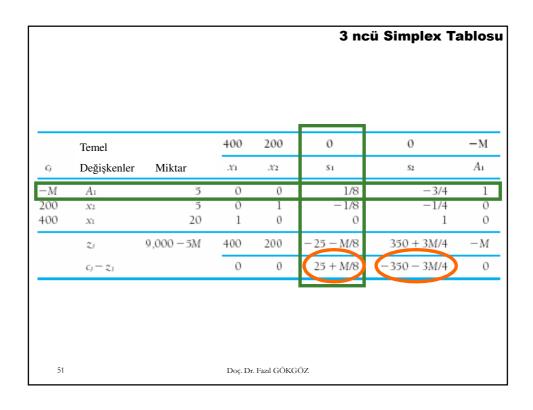
de	eğerlerir	<b>kendile</b> ri	tırının tesp ine karşılıl	k gelen pi	vot sü	tunu	ı değe	rlerir
bölü	inmesi s	onucu en	küçük de	ğerli sütu Pivot (				_
				11100	Cicilia	•••••		
Te	emel		400	200	0	0	-M	-M
c <sub>i</sub> D	eğişkenler	Miktar	Χı	X2	Sı	S2	$A_1$	$A_2$
-M	$A_1$	30	1	1	0	0	1	0
-M	$A_2$	80	2	8	-1	0	0	1
0	S <sub>2</sub>	20	1	0	0	1	0	0
	2)	-110M	-3M	-9M	М	0	-M	-M
	$c_j - z_j$		400 + 3M	200 + 9M	-M	0	0	0
46			Doc. Dr. Fazıl	CŮKCŮ7				

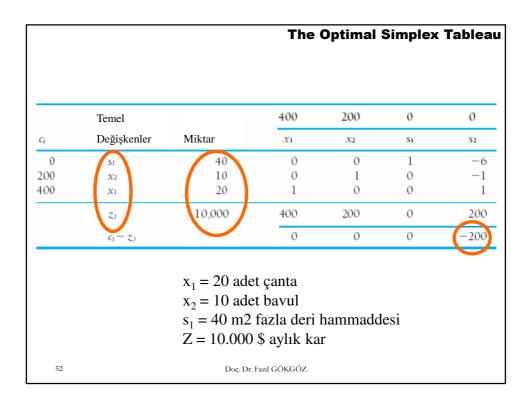








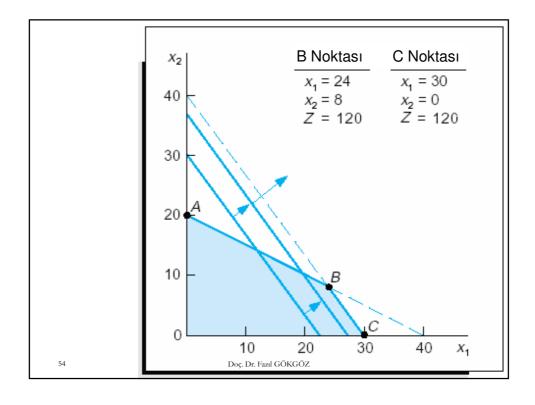




## Düzensiz Yapıdaki Doğrusal Programlama Problemeleri

Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

53



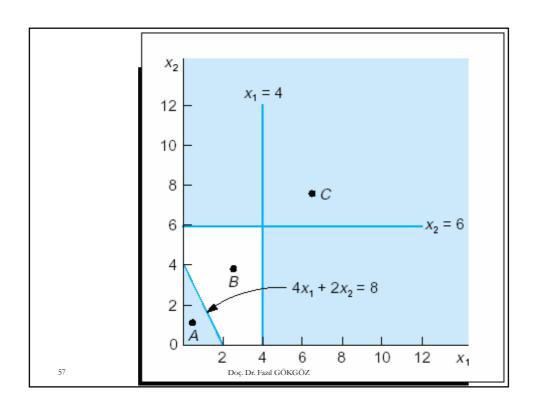
			Çol	du Opti	mal Çö	zümle
	Temel		40	30	0	0
Cj	Değişkenler	Miktar	X1	X2	S1	52
0	S1	10	0	5/4	1	-1/4
40	X1	30	1	3/4	0	1/4
	$Z_f$	1,200	40	30	0	10
	$c_i - z_j$		0	0	0	-10

Maksimizasyon 
$$Z = 5x_1 + 3x_2$$
  
s.t.
$$4x_1 + 2x_2 \le 8$$

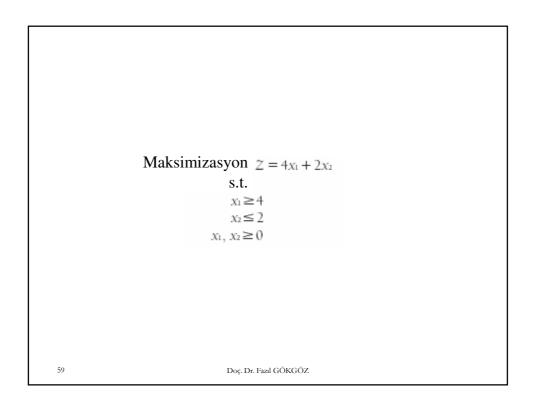
$$x_1 \ge 4$$

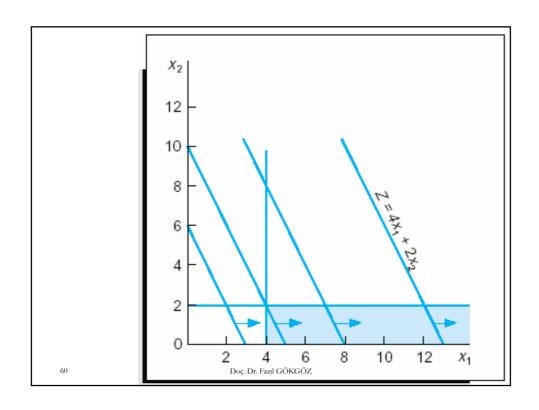
$$x_2 \ge 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$
Dog. Dr. Fazil GÖRGÖZ



	er Miktar	5	3	0	0			
Cj Değişkenle	er Miktar		3	0	0			
3 -M A <sub>1</sub>	er Miktar	20.			0	0	-M	-M
−M Aı		X1	$\mathcal{X}_2$	S1	52	S3	A1	A2
−M A <sub>2</sub>	4 4 2	2 1 -2	1 0 0	1/2 0 -1/2	0 -1 0	0 0 -1	0 1 0	0 0 1
Zj	12-6M	6 + M	3	3/2 + M/2	М	М	-M	-М
$c_j - z_j$		-1 - M	0	-3/2 - M/2	-M	-M	0	0





## Sınırsız Yapıdaki Bir Problem

Temel		4	2	0	0
Değişkenler	Miktar	$X_1$	X2	S <sub>1</sub>	S2
X1 S2	4 2	1 0	0 1	-1 0	0 1
Zj	16	4	0	-4	0
$c_i - z_j$		0	2	4	0

Sınırsız yapıdaki bir problemde pivot satırın seçimi yapılamamaktadır.

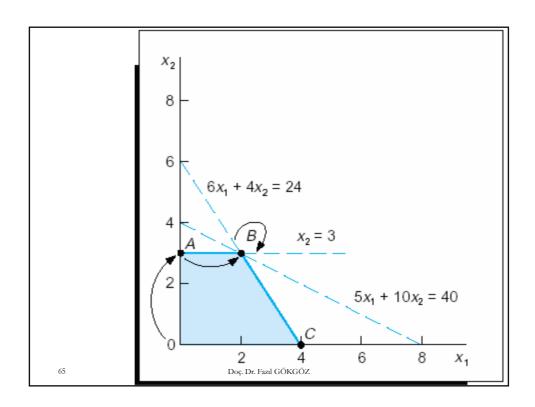
1 Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

## Pivot Sutünunun Bağlanması

Bağlı olan iki sutün rastgele seçilmektedir.

	Pivot Sa	atiri D	ejen	eras	yonu i	Çın	Tallan
Temel		4	6	0	0	0	
Değişkenler	Miktar	Χı	X2	Sı	S2	<b>S</b> 3	
S1	12	6	0	1	-4	0	$12 \div 6 = 2$
X2 S3	3 10	0 5	0	0	-10	0	$10 \div 5 = 2$
Zj	18	0	6	0	6	0	
$c_i - z_j$		4	0	0	-6	0	

Temel		4	6	0	0	0
Değişkenler	Miktar	Χı	X2	S1	52	53
S1	0	0	0	1	8	- 6/5
X2	3	0	1	0	1	0
X1	2	1	0	0	-2	1/5
$z_I$	26	4	6	0	-2	4/5
$c_I - z_J$		0	0	0	2	<b>- 4/</b> 5



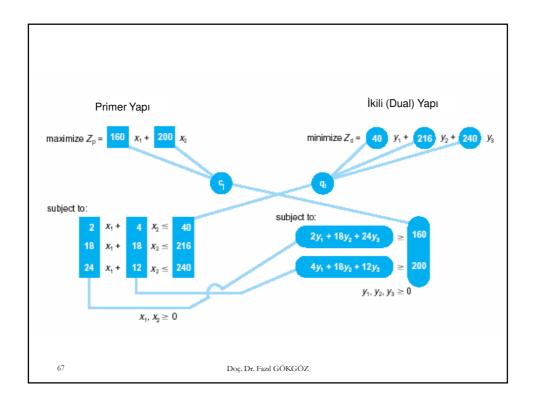
### Negatif Miktarlı Değerler

Standart bir Simpleks çözümü **pozitif sağ-el değerlerine** sahip olmalıdır.

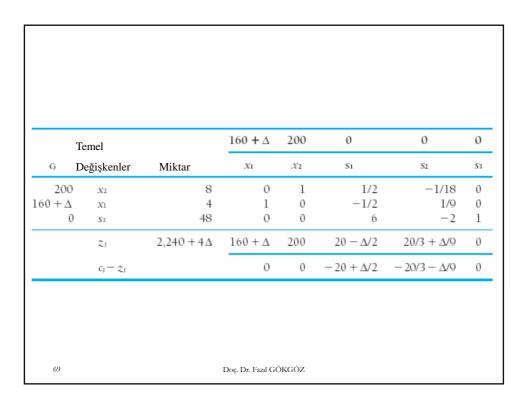
$$-6x_1 + 2x_2 \ge -30$$

$$(-1) \left(-6x_1 + 2x_2 \ge -30\right)$$

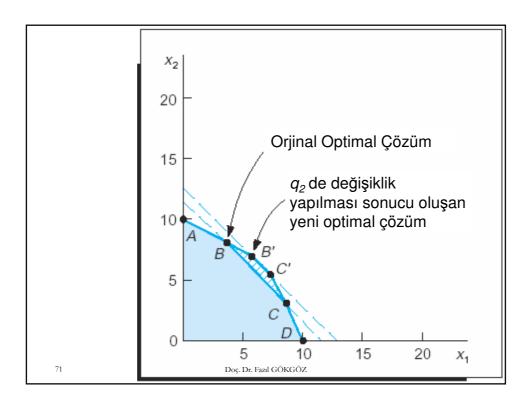
$$6x_1 - 2x_2 \le 30$$



	Гетеl		160	200	0	0	0
<sub>i</sub> I	Değişkenler	Miktar	$\mathcal{X}$ 1	X2	Sı	S2	S3
00	X2	8	0	1	1/2	-1/18	0
0	X1	4	1	0	-1/2	1/9	0
0	23	48	0	0	6	-2	1
	2)	2,240	160	200	20	20/3	0
	$c_j - z_j$		0	0	- 20	-20/3	0



Т	emel		160	200 + A	0	0	0
Cj [	Değişkenler	Miktar	$X_1$	X2	S1	S2	53
00 + Δ 160 0	X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> S <sub>3</sub>	8 4 48	0 1 0	1 0 0	1/2 -1/2 6	-1/18 1/9 -2	0 0 1
	2)	$2,240 + 8\Delta$	160	$200 + \Delta$	20 + Δ/2	20/3 − Δ/18	0
	$c_j - z_j$		0	0	$-20 - \Delta/2$	$-20/3 + \Delta/18$	0



Temel		160	200	0	0	0
Değişkenler	Miktar	$\chi_1$	$\chi_2$	<b>S</b> 1	S2	S
Sı	$40 + 1\Delta$	2	4	1	0	0
S2	$216 + 0\Delta$	18	18	0	1	0
Si	$240 + 0\Delta$	24	12	0	0	1
2)	0	0	0	0	0	0
$c_I - z_J$		160	200	0	0	0

	Temel		160	200	0	0	0
G	Değişkenler	Miktar	$\chi_1$	$\chi_2$	Sı	S2	<b>S</b> 3
00 60 0	X2 X1 S3	$8 + \Delta/2$ $4 - \Delta/2$ $48 + 6\Delta$	0 1 0	1 0 0	1/2 -1/2 6	-1/18 1/9 -2	0 0 1
	Zj	$2,240 + 20\Delta$	160	200	20	20/3	0
	$c_i - z_j$		0	0	- 20	- 20/3	0