Statistics and R

Workshop / Practical Works Authors: Yahia Lebbah Language: French

Table des matières

1	Basi	c syntaxe	4
	1.1	Variables	6
	1.2	Vecteurs	7
	1.3	Listes	8
	1.4	Matrice	8
	1.5	Data Frame	10
	1.6	Instructions de flux de contrôle	11
	1.6.1	1 L'instruction conditionnelle	11
	1.6.2	2 Boucle	12
	1.7	Fonctions	14
	1.8	Mise en pratique	15
2	Stati	stique descriptive	16
	2.1	Cas d'étude : sources gratuites de données	16
	2.2	Lire et écrire des fichiers de données	16
	2.2.2	Lire des fichiers CSV	16
	2.2.2	Ecrire dans un fichier CSV	17
	2.2.3	3 Lire un fichier Excel	17
	2.2.4	Ecrire un fichier Excel	18
	2.3	Traitements basiques des données	18
	2.3.2	Sélectionner les données	18
	2.3.2	2 Trier	19
	2.3.3	3 Filtrer	19
	2.3.4	Supprimer les valeurs manquantes	20
	2.3.5	Supprimer les doublons	20
	2.4	Les fonctions summary() et str()	20
	2.5	Statistiques de base	21
	2.5.2	1 Mode	21
	2.5.2	2 Médiane	22
	2.5.3	3 Moyenne	22
	2.5.4	4 Quartiles	22

	2.5.	5	Distribution normale et test de normalité	23
3	Visu	ıalisat	tion	25
	3.1	Bar-	Chart et Histogram	25
	3.2	Line	Chart et Pie Chart	28
	3.3	Scat	terplot et Boxplot	31
	3.4	Mar	ice Scatterplot	33
	3.5	Utili	ser ggplot2	34
	3.5.	1	Géométrie dans ggplot2	36
	3.5.	2	Etiquettes	37
	3.5.	3	Thèmes	37
	3.5.	4	Charts	38
	3.5.	5	Scatterplot	40
	3.5.	6	Line chart	41
	3.5.	7	Boxplot	42
	3.5.	8	Charts interactifs avec Plotly et ggplot2	42
4	Infé	rence	e statistique	44
	4.1	De c	quoi s'agit-il ?	44
	4.2	appl	ly(), lapply(), sapply()	44
	4.3	Echa	antillonnage	45
	4.3.	1	Echantillonnage aléatoire	45
	4.3.	2	Echantillonnage stratifié	45
	4.3.	3	Echantillonnage par partitionnement	45
	4.4	Com	nment échantillonner ?	45
	4.5	Corr	élations	48
	4.6	Cova	ariance	48
	4.7	Test	d'hypothèses et P-Value	49
	4.8	T-Te	est	49
	4.8.	1	T-Test sur la différence de deux variables	50
	4.8.	2	Formes de T-Test	51
	4.9	Test	de Chi-Square	51
	4.9.	1	Fit Test	51
	4.9.	2	Test de contingence	52
	4.10	ANC	0VA	53
	4.10).1	One-Way ANOVA	53
	4.10).2	Two-Way ANOVA	55
	4.10	0.3	MANOVA	55
	4.11	Test	non-paramétrique	56
	<i>A</i> 11	1	Wilcoyon	56

	4.11	2	Test de Wilcoxon-Mann-Whitney	57
	4.11	3	Formule Wilcoxon	58
	4.11	.4	Kruskal-Walis	58
5	Mod	dèles	statistiques	59
	5.1	Régr	ressions	59
	5.1.3	1	Régression linéaire	59
	5.1.2	2	Régression multiples	60
6	Cas	d'étu	des	62
	6.1	Cas :	: test d'hypothèse sur la moyenne	62
	6.2	Cas :	: test d'hypothèse sur des données gaussiennes	62
	6.3	Cas :	: test d'hypothèse sur deux échantillons appariés	63
	6.4	Cas :	: test d'hypothèse sur deux échantillons appariés	63
	6.5	Cas :	:	64
	6.6	Cas .		64
	6.7	Cas .		64
	6.8	Cas :	: quartiles	64
	6.9	Cas :	: Test d'indépendance	65
	6.10	Cas :	: Test d'indépendance	65
	6.11	Cas :	: analyse de plusieurs moyennes	66
	6.12	Cas :	: analyse de plusieurs moyennes sur deux catégories	67
	6 1 3	Cac	: Wilcovon	68

1 Basic syntaxe

```
> 58+7
[1] 65
> 1/3
[1] 0.3333333
```

Pour calculer l'écart type d'un ensemble de données :

```
> sd(c(1, 2, 3, 4, 5, 6))
[1] 1.870829
```

La moyenne:

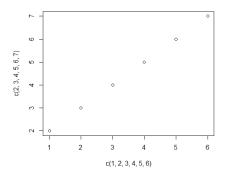
```
> mean(c(1, 2, 3, 4, 5, 6))
mean(c(1, 2, 3, 4, 5, 6))
```

Le Min:

```
> min(c(1, 2, 3, 4, 5,6))
[1] 1
```

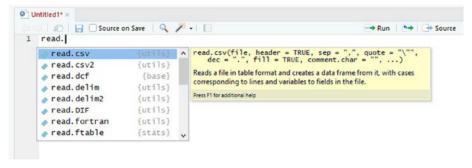
Pour dessiner une courbe en 2D point par point :

```
> plot(c(1, 2, 3, 4, 5, 6), c(2, 3, 4, 5, 6, 7))
```

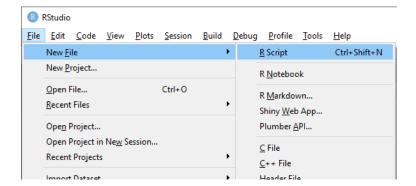


En somme, R, avec sa syntaxe basique, permet :

- Un prototypage rapide pour tester et mettre à l'épreuve rapidement vos traitements de données
- Une bonne performance de vos traitements sur des données
- Editeur intelligent pour vous accompagner dans l'écriture de votre code R, notamment via la mise en couleurs des différentes parties de votre code, ainsi que des suggestions de complétion de votre code R.



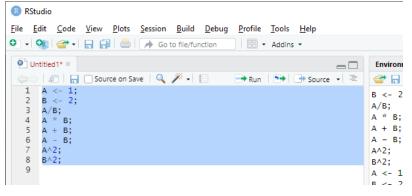
Pour créer un nouveau script, il suffit d'invoquer le menu comme suit :



Puis reprendre les commandes R:

```
A <- 1;
B <- 2;
A/B;
A * B;
A + B;
A - B;
A-2;
B^2;
```

Pour exécuter une partie du code saisie, il suffit de la sélectionner puis cliquer sur Run :



L'exécution du code apparait en bas de la fenêtre :

```
Console Terminal × Jobs ×

-/**

Erreur: unexpected input in A -

> A^2;

[1] 1

> B^2;

[1] 4

> A <- 1;

> B <- 2;

> A/B;

[1] 0.5

> A * B;

[1] 1

> A - B;

[1] 1

> A - B;

[1] 1

> A^2;

[1] 1

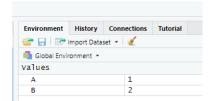
> B^2;

[1] 1

> B^2;

[1] 1
```

Dans le volet « Environnement », vous accéder à l'état des variables de votre programme :



Les commentaires sont introduits en commençant par le symbole #:

```
#Create variable A with value 1
A <- 1;
#Create variable B with value 2
B <- 2;
#Calculate A divide B
A/B;
#Calculate A times B
A * B;
#Calculate A plus B
A + B;
#Calculate A subtract B
A - B;
#Calculate A to power of 2
A^2;
#Calculate B to power of 2
B^2;
```

1.1 Variables

Les variables sont déclarées directement sans se soucier de leurs types. Par exemple :

A <- 1

B <- 2

déclare deux variables A et B, en leur affectant des valeurs respectives 1 et 2.

R donne accès à plusieurs types de variables notamment : logiques, numériques et chaines de caractères :

Data Types	Values		
Logical	TRUE FALSE		
Numeric	12.3 2.55 1.0		
Character	"a" "abc" "this is a bat"		

Voir le lien http://www.tutorialspoint.com/r/r_data_types.htm

Vous pouvez afficher le type de vos variables :

```
A <- "ABC";
print(class(A));</pre>
```

```
A <- 123;
      print(class(A));
      A <- TRUE;
      print(class(A));
Soit:
      A <- 123;
      B <- "aaa";
      A + B;
Vous renvoie:
      Error in A + B : argument non numérique pour un opérateur binaire
Vous pouvez vérifier le bon typage de vos variables :
      A <- 123;
      print(is.numeric(A));
      print(is.character(A));
Vous pouvez aussi convertir vos variables :
      A <- 12;
      B <- "56";
      B <- as.numeric(B);
      A + B;
1.2 Vecteurs
Les vecteurs sont créés via l'opérateur c :
      A <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6);
      print(A);
Vous pouvez vérifier le type de votre vecteur via les deux opérateurs :
      typeof(A);
      class(A);
La longueur d'un vecteur :
      length(A);
La création d'un vecteur de taille 8 :
      A <- 1:8;
      print(A);
L'accès à un élément du vecteur
      A[2];
On peut extraire des éléments d'un vecteur. Par exemple le retrait des éléments de rang 2 et 5 :
      A <- 1:8;
      print(A);
      A[c(2, 5)];
Pour retirer tous les éléments sauf le deuxième :
      A <- 1:8;
      print(A);
      A[-2];
```

Pour retirer les éléments suivant votre choix élément par élément :

```
A <- 1:8;
print(A);
A[c(FALSE, TRUE, FALSE, TRUE, FALSE, TRUE)];
```

Pour retirer les éléments suivant une condition :

```
A <- 1:8;
print(A);
A[A > 5];
```

Vous pouvez changer tout élément de votre tableau via l'opérateur d'affectation <- :

```
A <- 1:8;

print(A);

A[3] <- 9;

print(A);
```

1.3 Listes

Les listes ont le même statut que les vecteurs, à l'exception qu'une liste peut abriter des valeurs de types différents :

```
A <- list("a", "b", 1, 2);
print(A);
```

Pour récupérer le type de chaque élément de votre liste :

```
A <- list("a", "b", 1, 2);
print(A);
str(A);
```

Pour supprimer un élément, il suffit de lui affecter la valeur nulle :

```
A <- list("a", "b", 1, 2);
A[[2]] <- NULL;
print(A);
str(A);
```

1.4 Matrice

La matrice est de dimension 2, alors que les vecteurs sont de dimension 1. Les matrices servent à abriter uniquement des valeurs numériques. Pour manipuler des matrices avec des types différents, utiliser le type Data-Frame.

La syntaxe de création d'une matrice :

```
variable <- matrix(vector, nrow=n, ncol=i)
```

Voici différentes syntaxes pour créer des matrices :

```
A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3);
print(A);
```

```
A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3, dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D"))); print(A);
```

Le type:

```
class(A);
Les attributs d'une matrice :
       A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A);
       attributes(A);
On peut obtenir les noms des colonnes et des lignes comme suit :
       A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A);
       colnames(A);
       rownames(A);
On peut créer une matrice par colonnes ou par lignes :
       B \leftarrow cbind(c(1, 2, 3), c(4, 5, 6));
       print(B);
       C <- rbind(c(1, 2, 3), c(4, 5, 6));
       print(C);
Pour sélectionner la première ligne :
       A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
      A[1,];
... la première colonne :
      A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
       A[,1];
Pour sélectionner toutes les lignes sauf la dernière :
      A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
       A[-3,];
Pour sélectionne une cellule particulière :
       A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
      A[2, 2];
Pour utiliser des valeurs booléennes pour sélectionner les lignes :
      A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
      A[c(TRUE, FALSE, FALSE),];
```

```
Pour ajouter une ligne, utiliser la fonction rbind():
      A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
      B \leftarrow rbind(A, c(1, 2, 3));
       print(B);
... une colonne, cbind():
      A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
       C <- cbind(A, c(1, 2, 3));
       print(C);
Pour transposer une matrice :
      A <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 0), nrow=3, ncol=3,
              dimnames=list(c("X", "Y", "Z"), c("A", "S", "D")));
       print(A)
      A \leftarrow t(A);
      print(A);
      Data Frame
1.5
Un Data Frame est une sorte de liste en deux dimensions.
Il est créé via la syntaxe :
      variable = data.frame(colName1 = c(..., ..., ...), colName2 = c(..., ..., ...), ...)
Exemple:
      A <- data.frame(
        emp_id=c(1, 2, 3),
        names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
        salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
       print(A);
Les dimensions d'un data frame :
      A <- data.frame(
        emp_id=c(1, 2, 3),
        names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
        salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
       ncol(A);
       nrow(A)
La structure d'un data frame :
      A <- data.frame(
        emp_id=c(1, 2, 3),
        names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
        salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
       str(A);
Vous pouvez lire un data frame à partir d'un fichier CSV via la fonction read.csv() :
       myData<- read.csv(file="D:/data.csv", header=TRUE, sep=",");
```

ncol(myData);

```
Pour récupérer des données de différentes façons :
```

```
A <- data.frame(
    emp_id=c(1, 2, 3),
    names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
    salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
A["names"];
A$names;
A[[2]];
```

Pour modifier une cellule:

```
A <- data.frame(
    emp_id=c(1, 2, 3),
    names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
    salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
print(A);
A[2, 2] <- "Ali";
print(A);
```

En ajoute une colonne avec rbind():

```
A <- data.frame(
    emp_id=c(1, 2, 3),
    names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
    salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
print(A);
B <- rbind(A, list(4, "Omar", 444.4));
print(B);
```

... une colonne avec cbind():

```
A <- data.frame(
    emp_id=c(1, 2, 3),
    names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
    salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
print(A);
B <- cbind(A, state=c("AL", "OR", "CO"));
print(B);
```

Pour supprimer une colonne:

```
A <- data.frame(
    emp_id=c(1, 2, 3),
    names=c("Ali", "Safi", "Chafi"),
    salary=c(111.1, 222.2, 333.3));
print(A);
A$$salary<- NULL;
print(A);
```

1.6 Instructions de flux de contrôle

1.6.1 L'instruction conditionnelle

```
Pour exprimer le choix entre deux traitements suivant une condition, on fait appel à l'instruction : if (Boolean expression) {
    #Codes to execute if Boolean expression is true
}
```

```
else {

#code to execute if Boolean expression is false }
```

Les conditions utilisables sont :

Boolean Operator	Definition
==	Equal to
>=	Greater than or equal to
<=	Lesser than or equal to
>	Greater than
<	Lesser than
!=	Not equal to

```
Soit l'exemple :
```

```
A <- c(1, 2)
B <- sum(A) #1 + 2
if (B >= 5) {
    print("B is greater or equal to 5")
} else if (B >= 3) {
    print("B is more than or equal to 3")
} else {
    print("B is less than 3")
}
```

qui affichera certainement

[1] "B is more than or equal to 3"

1.6.2 Boucle

La boucle sert à exprimer les traitements répétitifs. Ci-dessous les différentes formes pour l'exprimer. Forme 1 :

```
for (value in vector) {
    #statements
}
```

Forme 2:

```
While (Boolean Expression) {
#Code to run or repeat until Bolean Expression is false
}
```

Forme 3:

```
repeat {
#code to repeat
}
```

Exemple:

```
A <- c(1:5); #create a vector with values 1, 2, 3, 4, 5 for(e in A) { #for each element and value in vector A print(e); #print the element and value }
```

Exemple:

```
i<- 1;
while(i<= 10) {
    print(i);
    i<- i+1;
    }
Exemple :

A <- c(1:10);
for(e in A) {
    if(e == 5) {
        break;
    }
    print(e);
}</pre>
```

1.7 Fonctions

Pour nommer un traitement opérant sur des arguments donnés, on l'exprime dans une fonction comme suit :

```
function_name<- function(arg1, arg2, ...) {
    # Codes fragments
    function_name = #value to return
}</pre>
```

Example:

```
A <- c(1:5);
productVect <- function(a) {
    res <- 1;
    for(e in a) {
        res <- res * e;
    }
    productVect = res;
}</pre>
```

1.8 Mise en pratique

Petit programme pour concevoir une calculatrice ...

```
add <- function(a, b) {
 res <- a + b;
 return(res);
subtract <- function(a, b) {</pre>
 res <- a - b;
 return(res);
product <- function(a, b) {</pre>
 res <- a * b;
 return(res);
division <- function(a, b) {
 res <- a / b;
 return(res);
print("Select your option: ");
print("1. Add");
print("2. Subtract");
print("3. Product");
print("4. Division");
opt <- as.integer(readline(prompt = "> "));
firstNum<- as.integer(readline(prompt="Enter first number: "));
secondNum<- as.integer(readline(prompt="Enter second number:
"));
res <- 0;
if(opt == 1) {
 res <- add(firstNum, secondNum);
} else if(opt == 2) {
 res <- subtract(firstNum, secondNum);</pre>
} else if(opt == 3) {
 res <- product(firstNum, secondNum);</pre>
} else if(opt == 4) {
 res <- division(firstNum, secondNum);
} else {
 print("Error. ");
print(res);
```

2 Statistique descriptive

2.1 Cas d'étude : sources gratuites de données

https://www.kaggle.com/

https://r-dir.com/reference/datasets.html

https://quickstats.nass.usda.gov/

https://cloud.csiss.gmu.edu/Crop-CASMA/

https://registry.opendata.aws/tag/agriculture/

2.2 Lire et écrire des fichiers de données

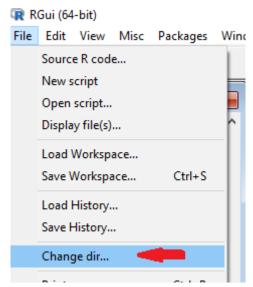
Dans un premier temps, il est nécessaire de pointer sur le répertoire de travail. Pour afficher le répertoire courant de travail, on peut faire appel à :

print(getwd());

Pour changer de répertoire de travail :

#set the current workspace location
setwd("C:/Atelers CTS");

On peut aussi passe par le menu en configurant l'option « Change dir.. »



2.2.1 Lire des fichiers CSV

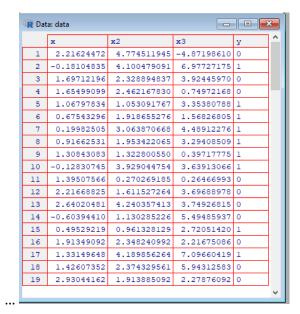
Soit un fichier CSV contenant les données suivantes sauvegardées dans un fichier "data.csv" :

Vous pouvez lire le fichier CSV de données dans la console R à l'aide de read.csv ()

```
data <- read.csv(file="data.csv", header=TRUE, sep=",");
```

Vous pouvez affiche les données du fichier .CSV en utilisant

View(data);



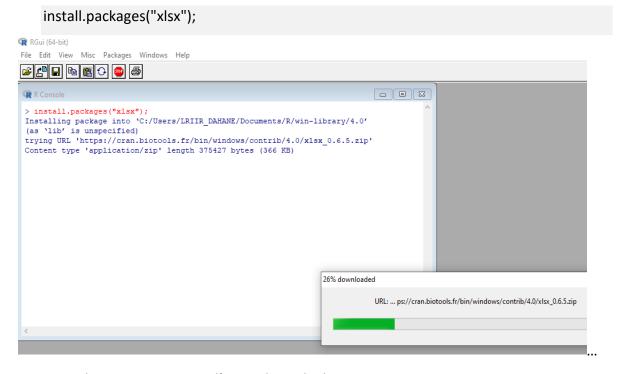
2.2.2 Ecrire dans un fichier CSV

Pour écrire un fichier CSV, vous pouvez utiliser la fonction write.csv ()

write.csv(data, file="data2.csv", quote=TRUE, na="na", row.names=FALSE);

2.2.3 Lire un fichier Excel

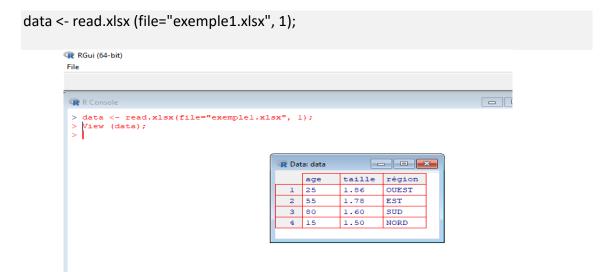
L'ensemble de données peut également être au format Excel ou au format .xlsx. Pour lire un fichier Excel, vous devez utiliser le package xlsx. Le package xlsx nécessite un runtime Java, vous devez donc l'installer sur votre ordinateur...



La commande suivante permet d'active le packadge

require("xlsx");

Pour lire un fichier Excel on utilise la commande suivante :



2.2.4 Ecrire un fichier Excel

Pour écrire dans un fichier Excel on utilise la commande suivante :

write.xlsx(data, file="data2.xlsx", sheetName="sheet1", col.names=TRUE,
row.names=FALSE);

•••

2.3 Traitements basiques des données

2.3.1 Sélectionner les données

Vous pouvez sélectionner quelques colonnes des données à l'aide d'un vecteur :

```
age, taille, région
25, 1.86, OUEST
55, 1,78, EST
80, 1.60, SUD
15, 1.50, NORD
```

```
data;

> data;

age taille région

1 25 1.86 OUEST

2 55 1.78 EST

3 80 1.60 SUD

4 15 1.50 NORD
```

data[, c("age", "taille")];

```
> data[, c("age", "taille")];
  age taille
1  25   1.86
2  55   1.78
3  80   1.60
4  15  1.50
```

2.3.2 Trier

Vous pouvez trier les données en Age dans l'ordre croissant en utilisant :

```
> data;
age taille région
1 25 1.86 OUEST
2 55 1.78 EST
3 80 1.60 SUD
4 15 1.50 NORD
```

data[order(data\$age),];

```
> data[order(data$age), ];
  age taille région
4  15   1.50   NORD
1  25   1.86   OUEST
2  55   1.78   EST
3  80   1.60   SUD
```

Vous pouvez trier les données en age par ordre décroissant en utilisant

```
data[order(data$age, decreasing=TRUE), ];
```

```
> data[order(data$age, decreasing=TRUE), ];
  age taille région
3 80 1.60 SUD
2 55 1.78 EST
1 25 1.86 OUEST
4 15 1.50 NORD
```

Vous pouvez trier les données selon plusieurs variables :

```
data[order(data$age, data$taille), ];
```

```
> data[order(data$age, data$taille), ];
   age taille région
4   15   1.50   NORD
1   25   1.86   OUEST
2   55   1.78   EST
3   80   1.60   SUD
```

2.3.3 Filtrer

Vous pouvez filtrer les données à l'aide d'expressions et d'instructions booléennes :

```
data[data$age > 25, ];
```

```
> data[data$age > 25, ];
age taille région
2 55 1.78 EST
3 80 1.60 SUD
```

Vous pouvez également filtrer les données avec des expressions plus complexes :

2.3.4 Supprimer les valeurs manquantes

Vous pouvez supprimer des lignes avec des valeurs NA dans n'importe quelle variable :

na.omit(data);

```
> data <- read.xlsx (file="exemple3.xlsx", 1);</pre>
> data;
 age taille région
  25
       1.86 OUEST
2 55
       1.78
                EST
3 80
       1.60
                SUD
4 15
        1.50
               NORD
5 NA
        1.90
                EST
  na.omit(data);
 age taille région
  25
        1.86 OUEST
1
2 55
       1.78
                EST
3 80
       1.60
                SUD
               NORD
4 15
        1.50
```

2.3.5 Supprimer les doublons

Vous pouvez supprimer les doublons en fonction de la variable age en utilisant :

```
> data <- read.xlsx (file="exemple4.xlsx", 1);</pre>
> data;
 age taille région
  25
      1.86 OUEST
1
      1.78
2
  55
              EST
3 80
      1.60
               SUD
  15
      1.50
              NORD
  19
       1.90
               EST
  80
       1.60
                SUD
```

data[!duplicated(data\$age),];

```
> data[!duplicated(data$age), ];
 age taille région
  25
       1.86 OUEST
  55
       1.78
                EST
3 80
       1.60
                SUD
       1.50
  15
               NORD
       1.90
                EST
5 19
```

2.4 Les fonctions summary() et str()

Les fonctions summary() et str() sont les moyens les plus rapides d'obtenir des statistiques descriptives des données. La fonction summary() donne les statistiques descriptives de base des données. La fonction str() donne la structure des variables.

Vous pouvez obtenir les statistiques descriptives de base en utilisant la fonction summary():

```
> summarv(data):
                                  CO
     INFARCT
                                                         TABAC
                                                                                    AGE
                                                                                                             POIDS
                                                                                                                                       TAILLE
Min. :0.0000 Min. :0.0000 Min. :0.0000 Min. :15.00 Min. :15.00 Min. :33.00 Min. :138.0 Length:449

1st Qu::0.0000 Ist Qu::0.0000 Ist Qu::0.0000 Ist Qu::0.0000 Ist Qu::52.00 Ist Qu::160.0 Class :character

Median :0.0000 Median :0.0000 Median :1.0000 Median : 44.00 Median : 64.00 Median :166.0 Mode :character

Mean :0.3318 Mean :0.4454 Mean :0.7416 Mean : 45.62 Mean : 66.09 Mean :165.2
 3rd Qu.:1.0000 3rd Qu.:1.0000 3rd Qu.:1.0000 3rd Qu.: 56.00 3rd Qu.: 78.00 3rd Qu.:171.0
          :1.0000 Max. :1.0000 Max. :2.0000 Max. :100.00 Max. :128.00 Max.
 Max.
                                                                                                                                            :184.0
       HTA
 Min. :0.0000
 1st Qu.:0.0000
 Median :0.0000
 Mean :0.3541
 3rd Qu.:1.0000
```

Vous pouvez obtenir la structure des données en utilisant la fonction str() :

```
> str(data)
'data.frame':
                 449
                           of
                                 variables:
                 0 0 0 0
                          0 0
                                 0 0 0
  INFARCT: num
                               0
  CO : num
TABAC : num
  CO
                  0 0 0 0 0 0 0 0 0
                  0 0 0 0 0 0 0 0 0
                  47 17 35 82
                               50 31 60 30
                                            44 38
  AGE
          : num
  POIDS : num
                  48 52 53 78 52 47 60 75
```

2.5 Statistiques de base

Soient les données d'un fichier csv:

```
x2,
                             x3,
2.21624472,
               4.774511945, -4.87198610,
                                           0
-0.18104835,
               4.100479091, 6.97727175,
                                           1
1.69712196,
               2.328894837, 3.92445970,
                                           0
               2.462167830, 0.74972168,
1.65499099,
                                           0
1.06797834,
                                           1
               1.053091767, 3.35380788,
0.67543296,
               1.918655276, 1.56826805,
                                           1
0.19982505,
               3.063870668, 4.48912276,
                                           1
0.91662531,
               1.953422065, 3.29408509,
                                           1
1.30843083,
              1.322800550, 0.39717775,
```

Charger les données :

```
data <- read.csv(file="data.csv", header=TRUE, sep=",");
data</pre>
```

2.5.1 Mode

Le mode est une valeur dans les données qui a la fréquence la plus élevée et est utile lorsque les différences ne sont pas numériques et se produisent rarement.

Pour obtenir le mode dans R, vous commencez avec des données :

```
> A <- c (1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8);
```

Pour obtenir le mode dans un vecteur, vous créez une table de fréquences :

Vous voulez obtenir la fréquence la plus élevée, vous utilisez donc les éléments suivants pour obtenir le mode :

Obtenons le mode pour un ensemble de données. Tout d'abord, vous avez les données :

```
> data <- read.xlsx (file="exemple1.xlsx", 1);
> data;
 age taille région
1 25
      1.86 OUEST
      1.78
2 55
            EST
      1.60
             SUD
3 80
4 15
     1.50
            NORD
> y <- table(data$age);
> print(y);
15 25 55 80
 1 1 1 1
```

Pour obtenir le mode dans l'ensemble de données, vous devez obtenir les valeurs de la fréquence la plus élevée. Puisque toutes les valeurs sont de fréquence 1, votre mode est :

Soit la donnée :

mean(A);

range(A);

diff(res);

min(A); max(A);

IQR(A); Les quantiles :

Variance:

quantile(A, 0.25);

```
> data <- read.xlsx (file="exemple1.xlsx", 1);
                > data;
                  age taille région
                1 25
                         1.86 OUEST
                2 55 1.78 EST
                3 80 1.60 SUD
                4 15 1.50
                               NORD
                > y <- table(data$age);
                > print(y);
                15 25 55 80
                 1 1 1 1
                > names(y) [which(y==max(y))];
                [1] "15" "25" "55" "80"
2.5.2 Médiane
     A \leftarrow c(1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8);
La médiane est calculée :
     median(A);
2.5.3 Moyenne
2.5.4 Quartiles
Intervalle des valeurs :
Largeur de l'intervalle des valeurs :
     res <- range(A);
min et max des valeurs :
Intervalle interquartile:
     quantile(A);
Quantiles à 25 et 75 :
```

```
var(A)
Ecart type :
    sqrt(variance);
```

2.5.5 Distribution normale et test de normalité

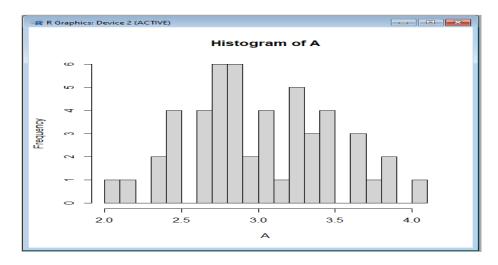
La distribution normale est l'une des théories les plus importantes car presque tous les tests statistiques nécessitent que les données soient distribuées normalement. Il décrit à quoi ressemblent les données lorsqu'elles sont tracées. La distribution normale est aussi appelée courbe en cloche

Dans R, pour générer des nombres aléatoires à partir de la distribution normale, vous utilisez la fonction rnorm() :

```
set.seed(123);
A <- rnorm(50, 3, 0.5);
hist(A, breaks=15)
```

```
> set.seed(123);
> A <- rnorm(50, 3, 0.5);
> hist(A, breaks=15);
```

3 est la moyenne et 0,5 est l'écart type. Dans les fonctions ci-dessus, vous avez généré 50 valeurs aléatoires à partir de la distribution normale

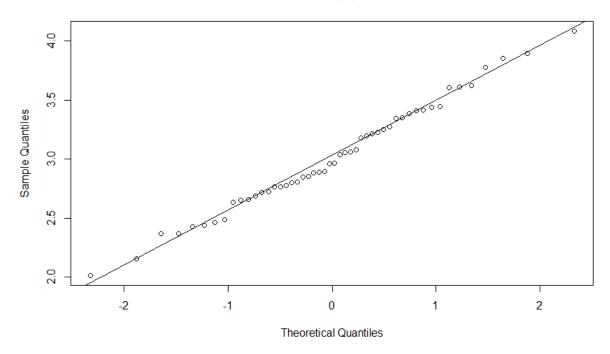


Pour voir si les données sont normalement distribuées, vous pouvez utiliser le qqnorm() et les fonctions qqline() :

```
qqnorm(A);
qqline(A);
```

Si les points ne s'écartent pas de la ligne, les données sont normalement distribuées :

Normal Q-Q Plot



Vous pouvez également utiliser un test de Shapiro pour tester si les données sont normalement distribuées :

shapiro.test(A);

Si la valeur de p est supérieure à 0,05, vous pouvez conclure que les données ne s'écartent pas de la distribution normale.

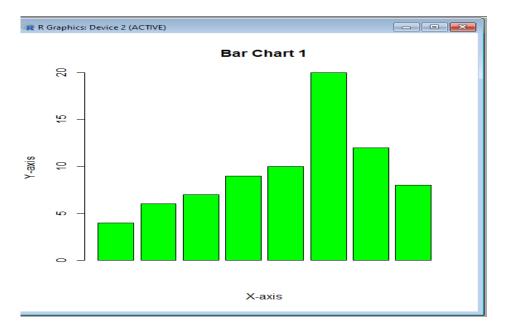
3 Visualisation

3.1 Bar-Chart et Histogram

La programmation R nous permet de tracer des graphiques à barres et des histogrammes. Un graphique à barres représente les données à l'aide de barres, les valeurs y étant la valeur de la variable. La programmation R utilise la fonction barplot() pour créer des graphiques à barres, et R peut dessiner des graphiques à barres horizontaux et verticaux. Un histogramme, en revanche, représente les fréquences des valeurs au sein d'une variable et les dessine en barres.

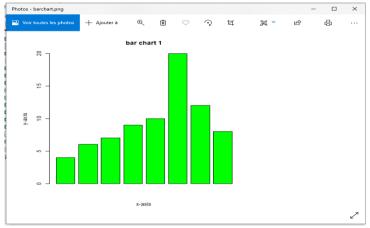
```
data <- c(4, 6, 7, 9, 10, 20, 12, 8);
barplot(data, xlab="X-axis", ylab="Y-axis", main="Bar chart 1", col="green");
> data <- c(4, 6, 7, 9, 10, 20, 12, 8);
> barplot(data, xlab="X-axis", ylab="Y-axis", main="Bar Chart 1",
+ col="green");
```

data est les données à tracer, xlab est le nom de l'axe des x, ylab est le nom de l'axe des y, main est le titre principal et col est la couleur du graphique



Pour exporter le graphique à barres dans un fichier image, on utilise la commande suivante :

```
> png(file="C:/Atelers CTS/barchart.png");
> barplot(data, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="bar chart l",col="green");
> dev.off();
png
```



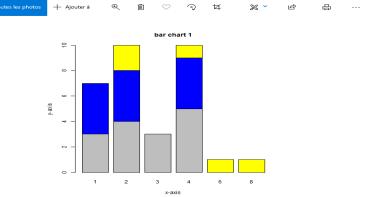
Soit la table d'exemple de véhicules :

```
mtcars;
Pour tracer un graphique à barres empilées, vous pouvez créer l'ensemble de données suivant :
      data(mtcars);
      data <- table(mtcars$gear, mtcars$carb);</pre>
     data;
> data(mtcars);
> data <- table(mtcars$gear, mtcars$carb);
```

```
1 2 3 4 6 8
  3 3 4 3 5 0 0
  4 4 4 0 4 0 0
  5 0 2 0 1 1 1
> png(file="C:/Atelers CTS/barchartl.png");
```

```
png(file="carschart.png");
barplot(data, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="bar chart 1", col=c("grey", "blue", "yellow"));
dev.off();
```

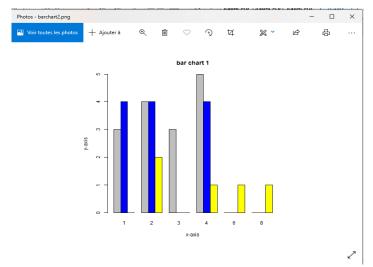
```
> barplot(data, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="bar chart 1", col=c("grey",$
> dev.off();
png
  2
                Photos - barchart1.png
                                                                  - 🗆 ×
```



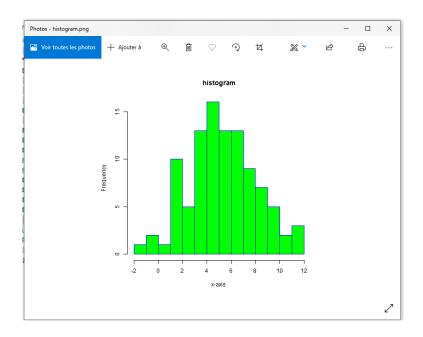
Pour tracer un graphique à barres groupées, vous pouvez utiliser beside=TRUE:

```
png(file="carschart.png");
barplot(data, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="bar chart 1", col=c("grey", "blue", "yellow"),
beside=TRUE);
dev.off();
```

```
> png(file="C:/Atelers CTS/barchart2.png");
> barplot(data, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="bar chart l",col=c("grey", "blue", "yellow"), beside=TRUE);
> dev.off();
png
2
```



Pour tracer un histogramme, vous pouvez utiliser la fonction hist():



Pour tracer un histogramme avec une ligne de densité, vous pouvez changer freq=FALSE de sorte que l'histogramme soit tracé en fonction de la probabilité, et vous pouvez utiliser la fonction lines() pour ajouter la ligne de densité :

```
ajouter la ligne de densite :

set.seed(123);
data1 <- rnorm(100, mean=5, sd=3);
hist(data1, main="histogram", xlab="x-axis", col="green",
border="blue", breaks=10, freq=FALSE);
lines(density(data1), col="red");
> png (file="C:/Atelers CT5/histogram1.png");
> hist(data1, main="histogram", xlab="x-axis", col="green",border="blue", breaks=10, freq=FALSE);
> lines(density(data1), col="red");
> dev.off();
png
2
```

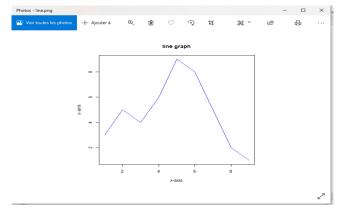
3.2 Line Chart et Pie Chart

Un graphique en courbes est un graphique qui a tous les points reliés entre eux en traçant des lignes entre eux. Un graphique en courbes est très utile pour la tendance analyse et analyse de séries chronologiques. Un camembert, d'autre part, est la représentation des données sous forme de tranches d'un cercle avec différentes couleurs.

Vous pouvez tracer un graphique linéaire en utilisant la fonction plot() :

```
x <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9);
y <- c(3, 5, 4, 6, 9, 8, 2, 1);
plot(x, y, type="l", xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="line graph", col="blue");
```

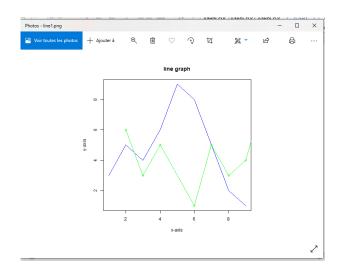
```
> x <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9);
> y <- c(3, 5, 4, 6, 9, 8, 2, 1);
> png(file="C:/Atelers CTS/line.png");
> plot(x, y, type="l", xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="line graph", col="blue");
> dev.off();
png
2
```



Vous utilisez type="I" lorsque vous souhaitez tracer un graphique en courbes et type="p" lorsque vous souhaitez tracer un graphique en points ou en nuage de points. xlab est le nom de l'axe x, ylab est le nom de l'axe y, main est le titre principal et col est la couleur du graphique.

Pour tracer un graphique à plusieurs lignes, vous pouvez ajouter la fonction lines() :

```
x <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9);
y <- c(3, 5, 4, 6, 9, 8, 2, 1);
x.1 <- c(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10);
y.1 <- c(6, 3, 5, 1, 5, 3, 4, 8);
plot(x, y, type="l", xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="line graph", col="blue");
lines(x.1, y.1, type="o", col="green");
> x <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9);
> y <- c(3, 5, 4, 6, 9, 8, 2, 1);
> x.1 <- c(2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10);
> y.1 <- c(6, 3, 5, 1, 5, 3, 4, 8);
> png(file="C:/Atelers CTS/linel.png");
> plot(x, y, type="l", xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="line graph", col="blue");
> lines(x.1, y.1, type="o", col="green");
> dev.off();
png
2
```



Pour tracer un camembert, vous pouvez utiliser la fonction pie():

```
x <- c(10, 30, 60, 10, 50);
     labels <- c("one", "two", "three", "four", "five");
     pie(x, labels, main="Pie Chart");
> x <- c(10, 30, 60, 10, 50);
> labels <- c("Un", "Deux", "Trois", "Quatre", "Cinq");
> png(file="C:/Atelers CTS/pie.png");
> pie(x, labels, main="Pie Chart");
> dev.off();
png
  2
```

Pour tracer un camembert 3D, vous devez installer la bibliothèque plotrix :

```
> install.packages("plotrix");
Installation du package dans 'C:/Users/Miloud Dahane/Documents/R/win-library/4.1'
(car 'lib' n'est pas spécifié)
--- SVP sélectionnez un miroir CRAN pour cette session ---
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/plotrix 3.8-1.zip'
Content type 'application/zip' length 1138090 bytes (1.1 MB)
downloaded 1.1 MB
package 'plotrix' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
        C:\Users\Miloud Dahane\AppData\Local\Temp\RtmpmIv8Oj\downloaded packages
```

Vous pouvez utiliser la fonction require() ou la fonction library() pour appeler la bibliothèque plotrix :

Vous pouvez utiliser la fonction pie3D() pour tracer le camembert 3D

```
library(plotrix);
      x <- c(10, 30, 60, 10, 50);
      labels <- c("one", "two", "three", "four", "five");
      pie3D(x, labels=labels, explode=0.1, main="Pie Chart");
ou
      library(plotrix);
      x <- c(10, 30, 60, 10, 50);
      labels <- c("one", "two", "three", "four", "five");
      png(file="pie.png");
      pie3D(x, labels=labels, explode=0.1, main="Pie Chart");
      dev.off();
> library(plotrix);
> png(file="C:/Atelers CTS/piel.png");
> pie3D(x, labels=labels, explode=0.1, main="Pie Chart");
> dev.off();
png
   2
                      Photos - pie1.png
                                                                           □ X

■ Voir toutes les photos

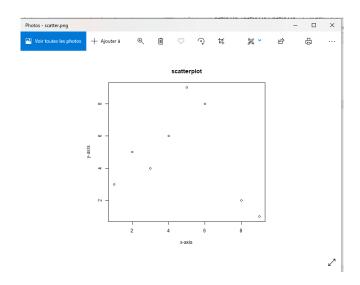
                                                 Pie Chart
```

3.3 Scatterplot et Boxplot

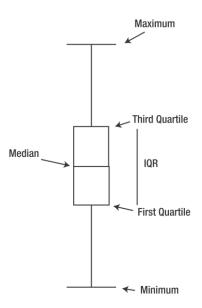
Un nuage de points est un graphique qui représente des données à l'aide de points dans le plan cartésien. Chaque point est la valeur de deux variables. Une boîte à moustaches montre les statistiques des données.

Vous pouvez tracer un nuage de points à l'aide de la fonction plot() :

```
x <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9);
y <- c(3, 5, 4, 6, 9, 8, 2, 1);
plot(x, y, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="scatterplot");
> x <- c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9);
> y <- c(3, 5, 4, 6, 9, 8, 2, 1);
> png(file="C:/Atelers CTS/scatter.png");
> plot(x, y, xlab="x-axis", ylab="y-axis", main="scatterplot");
> dev.off();
png
2
```



Une boîte à moustaches représente la façon dont les données d'un ensemble de données sont distribuées, représentant le minimum, le maximum, la médiane, le premier quartile et le troisième quartile.



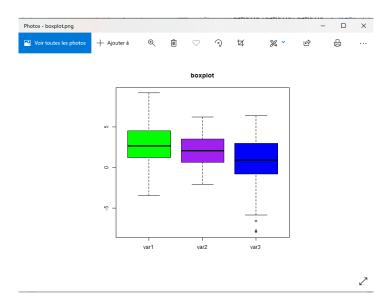
Pour créer le boxplot , vous pouvez utiliser la fonction boxplot() :

```
set.seed(12);
var1 <- rnorm(100, mean=3, sd=3);
var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=2);
var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);
data <- data.frame(var1, var2, var3);
boxplot(data, main="boxplot", notch=FALSE, varwidth=TRUE, col=c("green", "purple", "blue"));</pre>
```

```
> set.seed(12);
> var1 <- rnorm(100, mean=3, sd=3);
> var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=2);
> var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);
> data <- data.frame(var1, var2, var3);
> png(file="C:/Atelers CTS/boxplot.png");
> boxplot(data, main="boxplot", notch=FALSE, varwidth=TRUE,col=c("green", "purple", "blue"));
> dev.off();
png
2
```

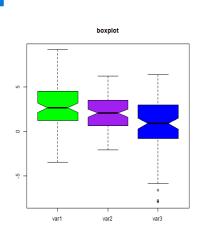
data est les données, main est le titre principal, notch est une valeur logique pour indiquer comment les médianes des différents groupes correspondent les unes aux autres, varwidth est une valeur logique pour indiquer s'il faut dessiner la largeur de la boîte proportionnellement à la taille de l'échantillon, et col est la couleur de la boîte à moustaches.

Vous pouvez dessiner une boîte à moustaches avec une encoche en définissant notch=TRUE



boxplot(data, main="boxplot", notch=true, varwidth=TRUE, col=c("green", "purple", "blue"));

(0)



3.4 Marice Scatterplot

Une matrice de nuage de points est utilisée pour trouver la corrélation entre une variable et d'autres variables, et vous l'utilisez généralement pour sélectionner les variables importantes, ce qui est également connu sous le nom de sélection de variables.

Pour tracer la matrice de nuage de points, vous pouvez utiliser la fonction paires():

```
set.seed(12);
     var1 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);</pre>
     var2 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);
     var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);</pre>
     var4 <- rnorm(100, mean=2, sd=3);</pre>
     var5 <- rnorm(100, mean=2, sd=3);</pre>
     data <- data.frame(var1, var2, var3, var4, var5);
     pairs(~var1+var2+var3+var4+var5, data=data, main="scatterplot matrix");
> setwd("C:/Atelers CTS");
> set.seed(12);
> varl <- rnorm(100, mean=1, sd=3);
> var2 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);</pre>
> var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=3);
> var4 <- rnorm(100, mean=2, sd=3);</pre>
> var5 <- rnorm(100, mean=2, sd=3);</pre>
> data <- data.frame(varl, var2, var3, var4, var5);
> png(file="C:/Atelers CTS/scatterplotMatrix.png");
> pairs(~var1+var2+var3+var4+var5, data=data, main="scatterplotmatrix");
> dev.off();
                                                              - □ ×
```

3.5 Utiliser ggplot2

ggplot2 est un package créé par Hadley Wickham qui offre un langage graphique puissant pour créer des graphiques avancés. ggplot2 est très populaire et célèbre dans la communauté R, et il nous permet de créer des graphiques qui représentent des données univariées, multivariées et catégorielles de manière simple. La fonctionnalité intégrée de R offre le tracé de graphiques, mais ggplot nous permet de tracer des graphiques plus avancés en utilisant la grammaire des graphiques.

Pour utiliser ggplot2, vous devez installer le package :

```
> install.packages("ggplot2");
Installation du package dans 'C:/Users/Miloud Dahane/Documents/R/win-library/4.1'
(car 'lib' n'est pas spécifié)
--- SVP sélectionnez un miroir CRAN pour cette session ---
installation des dépendances 'colorspace', 'cli', 'crayon', 'utf8', 'farver', 'labeling', 'lifecycle', 'munsell', 'R6', 'RCol$
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/colorspace_2.0-2.zip'
Content type 'application/zip' length 2644645 bytes (2.5 MB)
downloaded 2.5 MB
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/cli_3.0.1.zip'
Content type 'application/zip' length 758127 bytes (740 KB)
downloaded 740 KB
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/crayon_1.4.1.zip'
Content type 'application/zip' length 142532 bytes (139 KB)
downloaded 138 KB
```

Pour utiliser ggplot2, vous devez appeler la bibliothèque à l'aide des fonctions library() ou require(). Vous devez également indiquer à ggplot quel ensemble de données utiliser, et vous pouvez utiliser la fonction ggplot():

```
> library(ggplot2);
Use suppressPackageStartupMessages() to eliminate package startup messages
> set.seed(12);
> var1 <- rnorm(100, mean=1, sd=1);
> var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);
> var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=2);
> data <- data.frame(var1, var2, var3);
> ggplot(data);
```

```
library(ggplot2);

set.seed(12);

var1 <- rnorm(100, mean=1, sd=1);

var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);

var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=2);

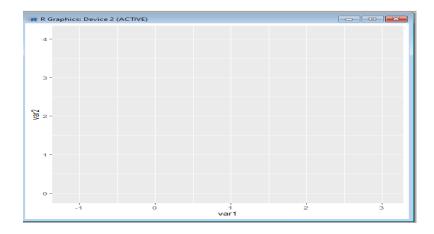
data <- data.frame(var1, var2, var3);

ggplot(data);
```

ggplot() ne peut prendre qu'une variable de trame de données.

Vous pouvez utiliser l'esthétique dans ggplot2 via la fonction aes() :

```
> ggplot(data, aes(x=varl, y=var2));
```



3.5.1 Géométrie dans ggplot2

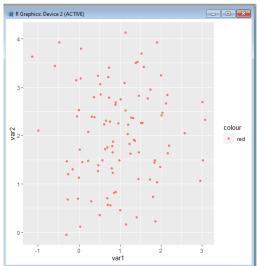
Les objets géométriques sont les tracés ou les graphiques que vous souhaitez placer dans le graphique. Vous pouvez utiliser geom_point() pour créer un nuage de points, geom_line() pour créer un graphique linéaire et geom_boxplot() pour créer une boîte à moustaches dans le graphique. Vous pouvez voir les objets géométriques disponibles en utilisant :



Dans ggplot2, geom est également les couches du graphique. Vous pouvez ajouter un objet geom après l'autre, tout comme ajouter un calque après un autre calque.

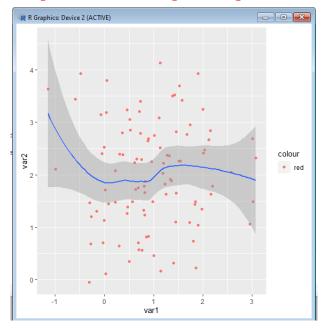
Vous pouvez ajouter un nuage de points à l'aide de la fonction geom_point() :

```
ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red"));
> ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red"));
```



You can add in a smoother that includes a line and a ribbon to the scatter plot using another layer:

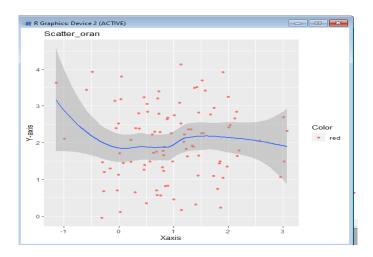
ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red")) + geom_smooth();
> ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red")) + geom_smooth(); 'geom_smooth()' using method = 'loess' and formula 'y ~ x'



3.5.2 Etiquettes

Vous avez tracé les graphiques dans les graphes, alors ajoutons maintenant le titre principal et les titres des axes x et y. Vous pouvez le faire en utilisant la couche labs() pour spécifier les étiquettes. Pour ajouter le titre de l'axe des x, le titre de l'axe des y et le titre principal, vous pouvez utiliser la fonction labs() :

```
ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red")) + geom_smooth() +
labs(title="Scatter", x = "Xaxis", y = "Y-axis", color="Color");
> ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom point(aes(color="red")) + geom smooth() + labs(title="Scatter oran", x = "Xaxis", y = "Y-axis", color="Color"); 'geo$
```



3.5.3 Thèmes

Si vous souhaitez modifier la taille et le style des étiquettes et des légendes, la fonction theme() peut vous aider. La fonction theme() dans ggplot gère les éléments :

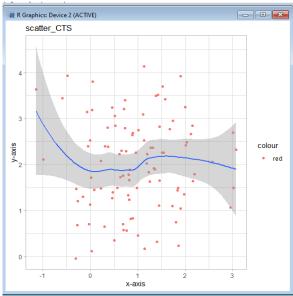
- Étiquettes d'axe
- Arrière-plan du tracé

- Arrière-plan à facettes
- Apparence de la légende

Exemple avec l'utilisation theme_light():

```
ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red")) + geom_smooth() + labs(title="scatter", x="x-axis", y="y-axis") + theme_light();
```

> ggplot(data, aes(x=var1, y=var2)) + geom_point(aes(color="red")) + geom_smooth() + labs(title="scatter_CTS",x="x-axis", y="y-axis") + theme_light(); 'geom_s\$



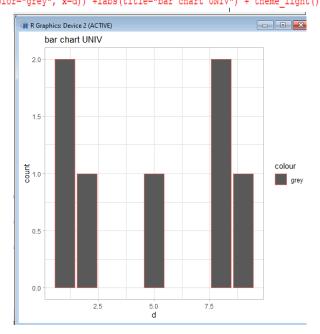
3.5.4 Charts

Après avoir appris les bases de ggplot et la grammaire des graphiques, les sections suivantes couvrent quelques graphiques courants qui peuvent être tracés avec ggplot.

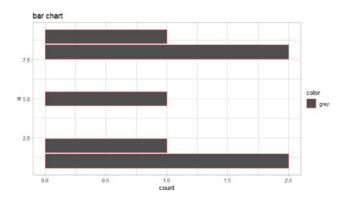
3.5.4.1 Graphique à barres

Un graphique à barres est utilisé lorsque vous souhaitez comparer les éléments entre les groupes :

```
d <- c(1, 5, 8, 9, 8, 2, 1);
    df <- data.frame(d);
    ggplot(df) + geom_bar(aes(color="grey", x=d)) + labs(title="bar chart") + theme_light();
ggplot(df) + geom_bar(aes(color="grey", x=d)) + labs(title="bar chart UNIV") + theme_light();</pre>
```



ggplot(df) + geom_bar(aes(color="grey", x=d)) + coord_flip() + labs(title="bar chart") + theme_light();



3.5.4.2 Histogramme

Un histogramme vous permet de voir si les données sont normalement distribuées.

```
set.seed(12);
var1 <- rnorm(100, mean=1, sd=1);</pre>
var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);</pre>
var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=2);</pre>
data <- data.frame(var1, var2, var3);
ggplot(data, aes(x=var1)) + geom_histogram(bins=10, color="black", fill="grey") +
labs(title="histogram") + theme_light();
```

> ggplot(data, aes(x=varl)) + geom_histogram(bins=10,color="black", fill="grey") + labs(title="histogram") +theme light();

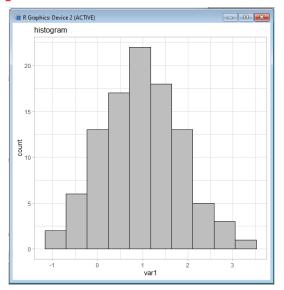
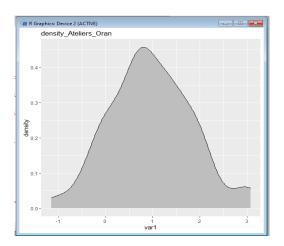


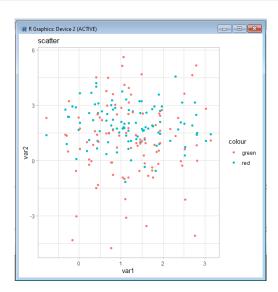
Diagramme de densité 3.5.4.3

Un graphique de densité peut également vous montrer si les données sont normalement distribuées $ggplot(data, aes(x=var1)) + geom_density(fill="grey") + \ labs(title="density");\\$ > ggplot(data, aes(x=varl)) + geom_density(fill="grey") +labs(title="density_Ateliers_Oran");



3.5.5 Scatterplot

Un nuage de points montre les relations entre deux variables.

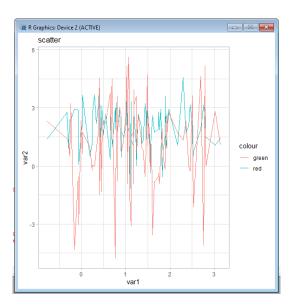


3.5.6 Line chart

Un graphique linéaire montre également la relation entre deux variables et peut également être utilisé pour l'analyse des tendances.

```
ggplot(data) +
geom_line(aes(color="red", x=var1, y=var2)) +
geom_line(aes(color="green", x=var1, y=var3)) +
labs(title="scatter") +
theme_light();
```

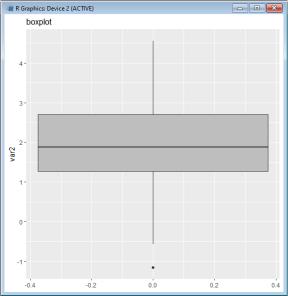
> ggplot(data) + geom_line(aes(color="red", x=var1, y=var2))+ geom_line(aes(color="green", x=var1, y=var3)) +labs(title="scatter") + theme_light();



3.5.7 Boxplot

Une boîte à moustaches montre les statistiques des données.

```
> ggplot(data, aes(y=var2)) + geom_boxplot(fill="grey") +labs(title="boxplot");
ggplot(data, aes(y=var2)) + geom_boxplot(fill="grey") +
labs(title="boxplot");
```



3.5.8 Charts interactifs avec Plotly et ggplot2

Plotly JS vous permet de créer des graphiques interactifs de qualité publication. Vous pouvez créer un graphique Plotly en utilisant ggplot. Pour utiliser Plotly ou pour créer un graphique Plotly, vous devez télécharger le package plotly comme suit :

```
> install.packages("plotly");
Installation du package dans 'C:/Users/Miloud Dahane/Documents/R/win-library/4.1'
(car 'lib' n'est pas spécifié)
--- SVB sélectionnez un miroir CRAN pour cette session ---
installation des dépendances 'sys', 'askpass', 'curl', 'mime', 'openssl', 'fastmap', 'yaml', 'tidyselect', 'cppll', 'generics', 'Rcpp', 'later', 'httr', 'jsonl
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/sys_3.4.zip'
Content type 'application/zip' length 59837 bytes (58 KB)
downloaded 58 KB
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/askpass_1.1.zip'
Content type 'application/zip' length 243661 bytes (237 KB)
downloaded 237 KB
essai de l'URL 'https://mirror.ibcp.fr/pub/CRAN/bin/windows/contrib/4.1/curl_4.3.2.zip'
```

Pour créer un graphique Plotly, vous pouvez utiliser la fonction ggplotly():

```
> set.seed(12);
> var1 <- rnorm(100, mean=1, sd=1);
> var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);
> var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=2);
> data <- data.frame(var1, var2, var3);
> gg <- ggplot(data) + geom_line(aes(x=var1, y=var2));
> g <- ggplotly(gg);
> g;
```

```
library(plotly);

set.seed(12);

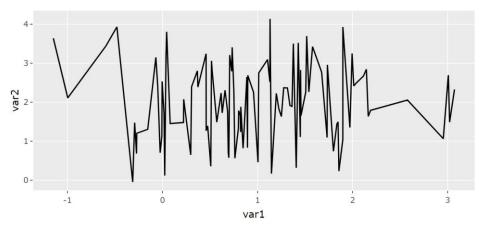
var1 <- rnorm(100, mean=1, sd=1);

var2 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);

var3 <- rnorm(100, mean=1, sd=2);

data <- data.frame(var1, var2, var3);
```

```
gg <- ggplot(data) + geom_line(aes(x=var1, y=var2));
g <- ggplotly(gg);
g;</pre>
```



4 Inférence statistique

4.1 De quoi s'agit-il?

Les statistiques descriptives permettent de dresser des indicateurs synthétiques sur des données en utilisant les tendances centrales et de dispersion. L'inférence statistique établit des inférences de propriétés sur des paramètres des échantillons d'une population donnée. En estimant des paramètres, nous caractérisons des paramètres d'une population donnée. En test d'hypothèses, toute question est posée sous forme d'une hypothèse. Par exemple, on peut s'intéresser à l'existence d'une différence de notes en mathématiques entre deux groupes d'étudiants ? La question posée initialement est de la forme *existe-t-il* ? La réponse est de la forme *il existe*, ou *il n'existe pas*. La question initialement posée est dite hypothèse nulle, H_0 , et l'hypothèse alternative H_a . L'hypothèse nulle peut être formulée $\mu_1 = \mu_2$, et l'alternative $\mu_1 \neq \mu_2$, où μ_1 est la moyenne du premier groupe et μ_2 est la moyenne du deuxième groupe. Nous ferons appel à la valeur p (p-value) pour accepter ou rejeter l'hypothèse nulle. En général, on rejette l'hypothèse nulle à partie d'une valeur p inférieure à 0.05.

Les méthodes de régression permettent de dresser une relation entre les variables dépendantes et les indépendantes d'une population donnée, et étudier les différentes relations possibles.

4.2 apply(), lapply(), sapply()

Commençons tout d'abord par se donner une population tirée au sort avec 3 caractéristiques (variables).

```
set.seed(123);

var1 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);

var2 <- rnorm(100, mean=3, sd=1);

var3 <- rnorm(100, mean=3, sd=2);

data <- data.frame(var1, var2, var3);

data;
```

```
Console
        Terminal ×
                  Jobs ×
> set.seea(123);
> var1 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);</pre>
> var2 <- rnorm(100, mean=3, sd=1);</pre>
> var3 <- rnorm(100, mean=3, sd=2);</pre>
> data <- data.frame(var1, var2, var3);</pre>
> data;
                      var2
           var1
                                   var3
     1.43952435 2.2895934
                            7.39762070
1
2
     1.76982251 3.2568837
                            5.62482595
3
     3.55870831 2.7533081
                            2.46970989
4
     2.07050839 2.6524574
                            4.08638812
5
     2.12928774 2.0483814
                            2.17132010
6
     3.71506499 2.9549723
                            2.04750621
7
     2.46091621 2.2150955
                            1.42279432
8
     0.73493877 1.3320581
                            1.81076547
     1.31314715 2.6197735
9
                            6.30181493
     1.55433803 3.9189966
10
                            2.89194375
11
     3.22408180 2.4246530
                            3.23849047
     2.35981383 3.6079643
12
                            3.48737486
13
     2.40077145 1.3821173
                            5.46495176
1/
     2 11068272 2 0444380
                            1 0678723/
```

On peut faire appel à la fonction apply pour calculer la moyenne des individus ou des variables. Soit sur les individus :

```
apply(data, 1, mean);
```

```
Terminal ×
                                                                 Jobs ×
 Console
  ~10
                   3.53261063 1./48/286
                                                                                                     0.29819463
98
99
                  1.76429964 2.3888341
                                                                                                     3.04196717
                 0.97357910 1.8145199
                                                                                                     5.49982914
100
> apply(data, 1, mean);
        [1] 3.708913 3.550511 2.927242 2.936451 2.116330 2.905848 2.032935
                     1.292587 3.411579 2.788426 2.962408 3.151718 3.082613 2.340998
                     1.992851 4.479820 2.573733 1.315515 1.793035 1.311216 1.967292
     [15]
                      2.690174 2.901045 2.810064 2.830503 1.926952 2.554660 2.265633
     [22]
                      2.556436 2.383774 4.593868 2.658598 3.121812 2.326194 1.873185
    [29]
                      2.395315 2.242476 3.172000 3.417250 1.537521 2.143278
     [36]
                      2.718194 2.126560 2.416108 3.383570 1.977803 1.833860 3.183512
    [43]
                      2.533507 2.763284 2.538914 2.533833 2.847073 3.617265 3.019648
     [50]
    real of the section o
```

Sinon aussi sur les variables :

```
apply(data, 2, mean);

Console Terminal × Jobs ×

[85] 2.593174 2.800894 3.549599 3.933870 2.663340 2.995215 3.848239

[92] 3.444024 3.541280 1.773932 4.018272 3.176785 4.840582 1.859845

[99] 2.398367 2.762643

> apply(data, 2, mean);
    var1    var2    var3

2.090406 2.892453 3.240930

> |
```

On peut calculer la moyenne sur une variable donnée :

```
lapply(data$var1, mean);
```

ou encore

sapply(data\$var1, mean);

4.3 Echantillonnage

C'est l'opération qui consiste à sélectionner un sous-ensemble d'éléments à partir de la masse complète de données d'une façon aléatoire.

4.3.1 Echantillonnage aléatoire

Tout élément doit avoir la même probabilité d'être sélectionnée.

4.3.2 Echantillonnage stratifié

Cet échantillonnage consiste à diviser la population en groupe dont les éléments sont tirés au sort aléatoirement, chaque élément par rapport à son groupe.

4.3.3 Echantillonnage par partitionnement

Par rapport à l'échantillonnage stratifié, les groupes aussi sont tirés au sort.

4.4 Comment échantillonner ?

On peut via la fonction sample :

sample(data\$var1, 5, replace=TRUE);

```
Console Terminal × Jobs ×

> set.seed(123);
> var1 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);
> var2 <- rnorm(100, mean=3, sd=1);
> var3 <- rnorm(100, mean=3, sd=2);
> data <- data.frame(var1, var2, var3);
> sample(data$var1, 5, replace=TRUE);
[1] 2.215942 1.497677 1.861109 1.313147 3.224082
> |
```

Pour utiliser l'échantillonnage stratifié, il y a besoin de télécharger et charger la librairie dplyr :

```
install.packages("dplyr");
library(dplyr);
```

Nous travaillerons maintenant sur le dataset iris :

```
data(iris);
summary(iris);
```

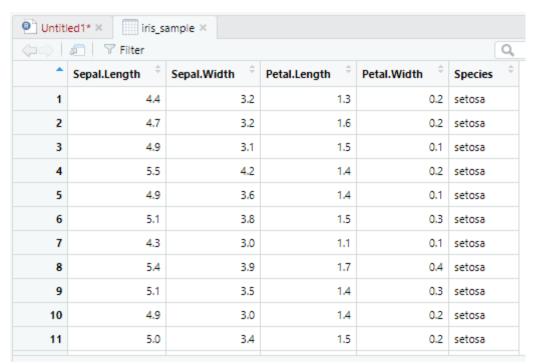
```
Console
        Terminal ×
                  Jobs ×
 ~10
[1] 2.215942 1.49/6// 1.861109 1.31314/ 3.224082
> data(iris);
> summary(iris);
  Sepal.Length
                  Sepal.Width
                                  Petal.Length
                                                  Petal.Width
 Min.
        :4.300
                 Min. :2.000
                                 Min. :1.000
                                                 Min. :0.100
 1st Qu.:5.100
                 1st Qu.:2.800
                                 1st Qu.:1.600
                                                 1st Qu.: 0.300
 Median :5.800
                 Median :3.000
                                 Median :4.350
                                                 Median :1.300
        :5.843
 Mean
                 Mean
                       :3.057
                                 Mean
                                       :3.758
                                                 Mean
                                                        :1.199
 3rd Qu.:6.400
                 3rd Qu.:3.300
                                 3rd Qu.:5.100
                                                 3rd Qu.:1.800
                        :4.400
        :7.900
                 Max.
                                 Max.
                                        :6.900
                                                 Max.
                                                        :2.500
 Max.
       Species
 setosa
           :50
 versicolor:50
 virginica :50
> |
```

Soit la requête pour effectuer un échantillonnage stratifié :

```
iris_sample <- iris %>%
group_by(Species) %>%
sample_n(13)
iris_sample;
```

```
Console Terminal × Jobs ×
~/ @
> 1r1s_sample <- 1r1s %>%
+ group_by(Species) %>%
+ sample_n(13)
> iris_sample;
# A tibble: 39 x 5
# Groups: Species [3]
  Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
        <db1> <db1> <db1> <db1> <fct>
          4.4
                    3.2
                                1.3
                                           0.2 setosa
2
          4.7
                     3.2
                                1.6
                                           0.2 setosa
3
          4.9
                    3.1
                                1.5
                                           0.1 setosa
          5.5
                    4.2
                                1.4
                                           0.2 setosa
          4.9
                     3.6
                                1.4
                                           0.1 setosa
6
          5.1
                    3.8
                                1.5
                                           0.3 setosa
          4.3
7
                     3
                                1.1
                                           0.1 setosa
          5.4
                    3.9
                                1.7
                                           0.4 setosa
          5.1
                    3.5
                                1.4
                                           0.3 setosa
10
          4.9
                                1.4
                                           0.2 setosa
                     3
# ... with 29 more rows
```

View(iris sample);



...

30	6.5	3.0	5.8	2.2 virginica
31	6.5	3.2	5.1	2.0 virginica
32	6.2	3.4	5.4	2.3 virginica
33	5.8	2.7	5.1	1.9 virginica
34	7.2	3.6	6.1	2.5 virginica
35	4.9	2.5	4.5	1.7 virginica
36	6.4	3.1	5.5	1.8 virginica
37	7.7	3.0	6.1	2.3 virginica
38	7.7	2.8	6.7	2.0 virginica
39	6.3	2.8	5.1	1.5 virginica

4.5 Corrélations

La corrélation mesure de combien les deux variables sont linéairement dépendantes. Elle permet notamment de réduire le nombre de variables.

Soit la formule de calcul de corrélation entre deux variables :

$$r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}}$$

Reprenons les données :

```
set.seed(123);

var1 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);

var2 <- rnorm(100, mean=3, sd=1);

var3 <- rnorm(100, mean=3, sd=2);

data <- data.frame(var1, var2, var3);
```

Pour calculer la corrélation, il suffit d'invoquer :

cor(data\$var1, data\$var2);

```
Console Terminal × Jobs ×

~/ 
> data <- data.trame(var1, var2, var3);
> cor(data$var1, data$var2);

[1] -0.04953215
>
```

4.6 Covariance

Elle mesure la variabilité entre deux variables données.

Elle est donnée par la formule :

$$cov(X,Y) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}$$

Reprenons encore les mêmes données :

```
set.seed(123);

var1 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);

var2 <- rnorm(100, mean=3, sd=1);

var3 <- rnorm(100, mean=3, sd=2);

data <- data.frame(var1, var2, var3);
```

Pour calculer la corrélation, il suffit d'invoquer :

cov(data\$var1, data\$var2);

```
Console Terminal × Jobs ×

-/ >

[1] -0.04953215
> cov(data$var1, data$var2);

[1] -0.04372107
>
```

4.7 Test d'hypothèses et P-Value

On peut formuler l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative comme suit :

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

où μ_1 est la moyenne du premier groupe et μ_2 est la moyenne du deuxième groupe.

On peut calculer la valeur p (p value) sur les données relativement à leurs deux hypothèse. On peut faire appel au t-test sur des variables continues, chi-squere sur des données catégorielles. Sur des données plus complexe, on peut faire appel à ANOVA. Si les données ne suivent par la loi normale, on peut faire appel aux méthodes de test non-paramétriques, notamment Wilcoxon.

4.8 T-Test

Il permet de comparer des moyennes.

Soit par exemple les données :

```
set.seed(123);

var1 <- rnorm(100, mean=2, sd=1);

var2 <- rnorm(100, mean=3, sd=1);

var3 <- rnorm(100, mean=3, sd=2);

data <- data.frame(var1, var2, var3);

data;
```

Evaluons le test d'hypothèse suivant :

$$H_0: \mu_1 = 0.6$$

 $H_a: \mu_1 \neq 0.6$

où μ_1 est la moyenne de la variable data\$var1. On voudrait donc savoir si la moyenne 0.6 est statistiquement proche de la moyenne de data\$var1. Pour ce, il suffit d'invoquer :

t.test(data\$var1, mu=0.6);

```
Terminal ×
                  Jobs ×
Console
     1./0423304 2.3000341
100 0.97357910 1.8145199
                           5.49982914
> t.test(data$var1, mu=0.6);
        One Sample t-test
data: data$var1
t = 16.328, df = 99, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0.6
95 percent confidence interval:
 1.909283 2.271528
sample estimates:
mean of x
 2.090406
>
```

Comme la valeur p est égale à 2.2e-16, alors on peut établir statistiquement que la moyenne 0.6 n'est pas proche de celle de la variable en question.

On peut aussi comparer la moyenne de deux variables comme suit :

t.test(data\$var1, data\$var2, var.equal=TRUE, paired=FALSE);

```
Console Terminal × Jobs ×

~/ ~

2.090+00

> t.test(data$var1, data$var2, var.equal=TRUE, paired=FALSE);

Two Sample t-test

data: data$var1 and data$var2

t = -6.0315, df = 198, p-value = 7.843e-09

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-1.0642808 -0.5398138

sample estimates:
mean of x mean of y

2.090406 2.892453

>
```

(paired test : Test sur la différence égale à zéro, donc sur la différence des deux variables). D'où le fait statistique que les deux moyennes sont différentes, dès lors que la valeur p est 7.843e-09.

4.8.1 T-Test sur la différence de deux variables

On utilisera le « paired test » : Test sur la différence égale à zéro, donc sur la différence des deux variables.

t.test(data\$var1, data\$var2, paired=TRUE);

```
Console Terminal × Jobs ×

~/ ~

2.090400 2.092433

> t.test(data$var1, data$var2, paired=TRUE);

Paired t-test

data: data$var1 and data$var2

t = -5.8876, df = 99, p-value = 5.379e-08
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-1.0723482 -0.5317464
sample estimates:
mean of the differences
-0.8020473

>
```

La différence des deux moyennes n'est pas nulle.

4.8.2 Formes de T-Test

4.9 Test de Chi-Square

Le Chi-Square est dédié aux variables catégorielles.

```
4.9.1 Fit Test
```

```
Soit les données :
```

```
data <- c(B=200, c=300, D=400);
```

Soit l'appel de Chi-Square :

chisq.test(data);

4.9.2 Test de contingence

Soient les données :

```
var1 <- c("Male", "Female", "Male", "Female", "Male", "Female", "Male", "Female", "Male", "Female");
var2 <- c("chocolate", "strawberry", "strawberry", "strawberry", "chocolate", "chocolate", "chocolate", "strawberry", "strawberry");
data <- data.frame(var1, var2);
data;</pre>
```

On peut calculer la table des fréquences :

```
data.table <- table(data$var1, data$var2);
data.table;</pre>
```

```
Console Terminal × Jobs ×

~/ 

9    Male strawberry
10 Female strawberry
> data.table <- table(data$var1, data$var2);
> data.table;

chocolate strawberry
Female 1 4
Male 3 2
>
```

On peut faire un test d'indépendance entre les deux variables via Chi-Square.

- H_0 : les deux variables sont indépendantes
- $-H_a$: les deux variables sont non indépendantes

On procédera comme suit :

chisq.test(data.table);

```
Console
        Terminal ×
                 Jobs ×
~/ @
         chocolate strawberry
  Female
                 1
                             4
                 3
                             2
  Male
> chisq.test(data.table);
        Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction
data: data.table
X-squared = 0.41667, df = 1, p-value = 0.5186
Warning message:
In chisq.test(data.table) :
  l'approximation du Chi-2 est peut-être incorrecte
```

d'où les deux variables sont indépendantes.

4.10 ANOVA

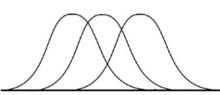
Elle permet de comparer plusieurs moyennes à la fois.

En utilisant la terminologie du test d'hypothèses :

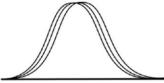
```
- H_0: \mu_1 = ... = \mu_L
```

 $- H_a: \mu_1 \neq \mu_m$

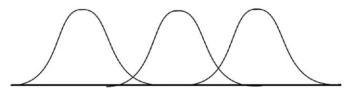
Some Discrimination







Large Discrimination



4.10.1 One-Way ANOVA

Si nous disposons d'une seule variable indépendante.

Soit les données :

```
Terminal × Jobs ×
Console
~/@
> Set.Seed(123);
> data <- data.frame(var1, var2);</pre>
> data;
       var1 var2
 1.4395244
2 1.7698225
               В
3
  3.5587083
4
  2.0705084
5
  2.1292877
6
  3.7150650
7
  2.4609162
               C
8
  0.7349388
               C
9 1.3131471
               C
10 1.5543380
              D
11 3.2240818
              D
12 2.3598138
   fit <- aov(data$var1 ~ data$var2, data=data);
   fit;
Console
      Terminal ×
                Jobs ×
~/ @
> fit <- aov(data$var1 ~ data$var2, data=data);</pre>
> fit;
call:
  aov(formula = data$var1 ~ data$var2, data = data)
Terms:
               data$var2 Residuals
Sum of Squares
                0.162695 9.255706
Deg. of Freedom
                       2
Residual standard error: 1.014106
Estimated effects may be unbalanced
> |
  summary(fit);
  56 summary(fit);
 56:14 (Top Level) $
Console
      Terminal ×
                Jobs ×
~/ 🖈
> summary(fit);
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
data$var2
           2 0.163 0.0813
                               0.079 0.925
            9 9.256 1.0284
Residuals
> |
```

La valeur p est plus grande que 0.05, d'où l'échec à rejeter l'hypothèse nulle. Les deux variables ont bien statistiquement la même moyenne.

4.10.2 Two-Way ANOVA

Si nous disposons de deux variables indépendantes.

Soient les données :

```
Console
         Terminal ×
                    Jobs ×
 ~/ @
> set.seed(123);
> var1 <- rnorm(12, mean=2, sd=1);
> var2 <- c("B", "B", "B", "B", "C", "C", "C",
> var3 <- c("D", "D", "D", "D", "E", "E", "E",
                                                                         "D"
                                                       "E"
                                                                   "F"
                                                             "E"
> data <- data.frame(var1, var2, var3);</pre>
> fit <- aov(data$var1 ~ data$var2 + data$var3, data=data);</pre>
> fit;
call:
   aov(formula = data$var1 ~ data$var2 + data$var3, data = data)
Terms:
                   data$var2 data$var3 Residuals
Sum of Squares
                    0.162695 0.018042
                                           9.237664
Deg. of Freedom
Residual standard error: 1.074573
1 out of 5 effects not estimable
Estimated effects may be unbalanced
> summary(fit);
              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
data$var2
               2
                  0.163 0.0813
                                     0.070 0.933
data$var3
               1
                  0.018
                          0.0180
                                     0.016 0.904
Residuals
               8
                  9.238 1.1547
```

La moyenne de var1 et la moyenne de var2 ont des valeurs de p de 0.933, ce qui est supérieur à 0,05. Ainsi, vous ne parvenez pas à rejeter l'hypothèse nulle selon laquelle la moyenne var1 est la même que var2. L'hypothèse nulle est vraie à l'intervalle de confiance de 95 %. La moyenne var1 et la moyenne var3 ont des valeurs de p de 0.904, ce qui est supérieur à 0,05. Par conséquent, vous ne rejetez pas l'hypothèse nulle selon laquelle la moyenne var1 est identique à la moyenne var3. L'hypothèse nulle est vraie à 95 % de confiance intervalle.

4.10.3 MANOVA

C'est un test pour raisonner sur plusieurs variables à fois.

Soient les données de Iris :

```
data(iris);

str(iris);

res <- manova(cbind(iris$Sepal.Length, iris$Petal.Length) ~ iris$Species, data=iris);

summary(res);
```

```
summary.aov(res);
Console
       Terminal ×
               Jobs ×
~/@
> data(iris);
> str(iris);
'data.frame':
              150 obs. of 5 variables:
$ Sepal.Length: num 5.1 4.9 4.7 4.6 5 5.4 4.6 5 4.4 4.9 ...
$ Sepal.Width : num 3.5 3 3.2 3.1 3.6 3.9 3.4 3.4 2.9 3.1 ...
$ Petal.Width : num 0.2 0.2 0.2 0.2 0.4 0.3 0.2 0.2 0.1 ...
             : Factor w/ 3 levels "setosa", "versicolor",..: 1 1 1 1 1 1
$ Species
1 1 1 1 ...
> res <- manova(cbind(iris$Sepal.Length, iris$Petal.Length) ~ iris$Specie
s, data=iris);
> summary(res);
             Df Pillai approx F num Df den Df
                                              Pr(>F)
            2 0.9885
                                        294 < 2.2e-16 ***
iris$Species
                        71.829
                                   4
Residuals
            147
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> summary.aov(res);
Response 1 :
             Df Sum Sq Mean Sq F value
                                        Pr(>F)
iris$Species
            2 63.212 31.606 119.26 < 2.2e-16 ***
           147 38.956
Residuals
                       0.265
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '1
Response 2 :
             Df Sum Sq Mean Sq F value
iris$Species
             2 437.10 218.551 1180.2 < 2.2e-16 ***
Residuals
            147 27.22
                        0.185
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Permettant de répondre au test d'hypothèse :

```
- H_0: \mu_{Sepal.Length} = \mu_{Petal.Length} = \mu_{Species}
- H_a: \mu_{Sepal.Length} \neq \mu_{Petal.Length} \neq \mu_{Species}
```

La valeur p est de 2,2e-16, soit moins de 0,05. Par conséquent, vous rejetez l'hypothèse nulle : les moyennes sont bien différentes.

4.11 Test non-paramétrique

Ce sont des techniques pour établir un test d'hypothèse sans supposer une quelconque distribution sur les données.

4.11.1 Wilcoxon

install.packages("random");

```
library(random);
var1 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
var2 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
var3 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
data <- data.frame(var1[,1], var2[,1], var3[,1]);
data;
```

wilcox.test(data[,1], mu=0, alternatives="two.sided");

```
install.packages( random );
  75
      library(random);
      var1 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);</pre>
  76
  77
      var2 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);</pre>
      var3 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);</pre>
  79
      data <- data.frame(var1[,1], var2[,1], var3[,1]);</pre>
  80
      data;
      wilcox.test(data[,1], mu=0, alternatives="two.sided");
  81
  82
  83
 81:55
      (Top Level) $
                                                                           R Script $
Console
        Terminal ×
                   Jobs ×
                                                                             =
99
          799
                     102
                                 504
                                 977
100
          204
                      781
> wilcox.test(data[,1], mu=0, alternatives="two.sided");
        Wilcoxon signed rank test with continuity correction
data: data[, 1]
V = 5050, p-value < 2.2e-16</pre>
alternative hypothesis: true location is not equal to 0
```

La valeur médiane est bien différente de zéro.

4.11.2 Test de Wilcoxon-Mann-Whitney

Soient les données et la manip :

```
var1 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
var2 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
var3 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
data <- data.frame(var1[,1], var2[,1], var3[,1]);
data;
wilcox.test(data[,1], data[,2], correct=FALSE);</pre>
```

```
var1 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);</pre>
      var2 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
      var3 <- randomNumbers(n=100, min=1, max=1000, col=1);
  85
  86
      data <- data.frame(var1[,1], var2[,1], var3[,1]);</pre>
  88
      wilcox.test(data[,1], data[,2], correct=FALSE);
  89
  90
 83:1
       (Top Level) $
                                                                          R Script $
        Terminal ×
                   Jobs ×
Console
~/ ≈
                                423
99
                       37
           40
100
           223
                      116
                                507
> wilcox.test(data[,1], data[,2], correct=FALSE);
         Wilcoxon rank sum test
data: data[, 1] and data[, 2]
W = 5113.5, p-value = 0.7815
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
>
```

Pas de différence entre les deux médiane (plutôt égale).

4.11.3 Formule Wilcoxon

4.11.4 Kruskal-Walis

```
Permet de réaliser le test : H_0: \mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k H_a: \mu_0 \neq \mu_k où mu est la médiane. \text{data("airquality");} \text{str(airquality);} \text{summary(airquality);} \text{kruskal.test(airquality$Ozone $^{\sim}$ airquality$Month);}
```

```
data("airquality");
  91
      str(airquality);
      summary(airquality);
 92
 93
      kruskal.test(airquality$Ozone ~ airquality$Month);
 94
  95
 93:51
       (Top Level) $
                                                                         R Script $
        Terminal ×
Console
                  Jobs ×
                                                                           -\Box
        :9.000
                        :31.0
мах.
                 Max.
> kruskal.test(airquality$Ozone ~ airquality$Month);
        Kruskal-Wallis rank sum test
data: airquality$Ozone by airquality$Month
Kruskal-Wallis chi-squared = 29.267, df = 4, p-value =
6.901e-06
```

La valeur p est de 6,901e-06, soit moins de 0,05. Par conséquent, vous rejetez la hypothèse nulle. Il existe des différences significatives dans la médiane pour la première variable et la deuxième variable. L'hypothèse alternative est vrai à l'intervalle de confiance de 95 %.

5 Modèles statistiques

5.1 Régressions

5.1.1 Régression linéaire

```
set.seed(123);
x <- rnorm(100, mean=1, sd=1);
y <- rnorm(100, mean=2, sd=2);
data <- data.frame(x, y);
mod <- lm(data$y ~ data$x, data=data);
mod;
summary(mod);</pre>
```

```
95 set.seed(123);
   96 x <- rnorm(100, mean=1, sd=1);</pre>
       y <- rnorm(100, mean=2, sd=2);</pre>
   97
   98 data <- data.frame(x, y);
   99 mod <- lm(data$y ~ data$x, data=data);</pre>
  100
       mod;
  101
       summary(mod);
  102
       L
  103
 102:1
      (Top Level) $
                                                                        R Script $
Console
        Terminal ×
                  Jobs ×
                                                                          =
 ~10
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                   6.261 1.01e-08 ***
(Intercept)
              1.8993
                          0.3033
data$x
             -0.1049
                          0.2138 -0.491
                                             0.625
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '1
Residual standard error: 1.941 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.002453, Adjusted R-squared: -0.007726
F-statistic: 0.241 on 1 and 98 DF, p-value: 0.6246
> |
```

Lorsque la valeur de p (intercept) est inférieure à 0,05, le modèle est significatif pour y.

La signification est indiquée par le nombre de *. Le x a une valeur p de 0,625, qui est supérieure à 0,05, donc il n'y a pas de signification avec la variable y. L'hypothèse nulle est vraie à l'intervalle de confiance à 95 %.

5.1.2 Régression multiples

```
set.seed(123);

x <- rnorm(100, mean=1, sd=1);

x2 <- rnorm(100, mean=2, sd=5);

y <- rnorm(100, mean=2, sd=2);

data <- data.frame(x, x2, y);

mod <- lm(data$y ~ data$x + data$x2, data=data);

mod;
```

```
103 set.seed(123);
 104 x <- rnorm(100, mean=1, sd=1);
 105 x2 <- rnorm(100, mean=2, sd=5);
 106 y <- rnorm(100, mean=2, sd=2);
       data <- data.frame(x, x2, y);
 107
      mod <- lm(data$y ~ data$x + data$x2, data=data);</pre>
 108
 109
       mod:
      summary(mod);
 110
 111
 112
110:14 (Top Level) $
                                                                      R Script $
Console Terminal × Jobs ×
                                                                        -\Box
~/@
> x <- rnorm(100, mean=1, sd=1);</p>
> x2 <- rnorm(100, mean=2, sd=5);</pre>
> y <- rnorm(100, mean=2, sd=2);</pre>
> data <- data.frame(x, x2, y);</pre>
> mod <- lm(data$y ~ data$x + data$x2, data=data);</pre>
> mod;
call:
lm(formula = data$y ~ data$x + data$x2, data = data)
Coefficients:
(Intercept)
                  data$x
                              data$x2
   2.517425
               -0.266343
                             0.009525
> summary(mod);
call:
lm(formula = data$y ~ data$x + data$x2, data = data)
Residuals:
   Min
             1Q Median
                             3Q
                                     Мах
-3.7460 -1.3215 -0.2489 1.2427 4.1597
Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 2.517425 0.305233 8.248 7.97e-13 ***
            -0.266343
                       0.209739 -1.270 0.207
data$x
data$x2
            0.009525
                       0.039598
                                  0.241
                                             0.810
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 1.903 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.01727, Adjusted R-squared: -0.00299
F-statistic: 0.8524 on 2 and 97 DF, p-value: 0.4295
> |
```

Y = -0.266343x + 0.009525x2 + 2.517425

6 Cas d'études

6.1 Cas: test d'hypothèse sur la moyenne

(st-l-inf-tests.pdf)

Des relevés effectués pendant de nombreuses années ont permis d'établir que le niveau naturel des pluies dans une région X en millimètres par an suit une loi normale N (600, 100²). Des entrepreneurs, surnommés "faiseurs de pluie", prétendaient pouvoir augmenter de 50mm le niveau moyen de pluie, ceci par insémination des nuages au moyen d'iodure d'argent. Leur procédé fut mis à l'essai entre 1951 et 1959 et on releva les hauteurs de pluies suivantes :

Année	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
mm	510	614	780	512	501	534	603	788	650

Que pouvait-on en conclure ?

Solution:

Voici les hypothèses sur la comparaison des deux expériences (habituelle et nouvelle) :

$$H_0: \mu_1 = 610.22$$

 $H_a: \mu_1 \neq 610.22$

où μ_1 est la moyenne de la distribution habituelle d'une moyenne 600 et d'écart type 10000. On veut vérifier si les deux moyennes concordent (l'habituelle et la nouvelle).

```
pl=c(510, 614, 780, 512, 501, 534, 603, 788, 650);

set.seed(123);

var1 <- rnorm(600, mean=600, sd=100);

t.test(var1, mu=mean(pl), alternative="two.sided");
```

Résultat : p-value = 0.04198

Si on prend $\alpha=0.01$. D'où H_0 n'est pas rejeté. Statistiquement $\mu_1=610.22$ et donc le procédé n'a pas amélioré la pluviométrie.

6.2 Cas : test d'hypothèse sur des données gaussiennes

(M10.pdf)

Les plantations d'eucalyptus est une base de l'économie régionale de plusieurs pays. Un chercheur en agronomie veut vérifier si un nouveau clone d'eucalyptus (le no 51n78) est assez productif pour que son exploitation soit rentable. L'exploitation est rentable si le rendement moyen est de plus de $2m^3$ de bois en moyenne par arbre après 10 ans. Pour vérifier si le clone proposé est rentable, 57 arbres ont été plantés et les résultats après 10 ans sont les suivants : $\bar{x} = 2.2m^3$ et $s = 1m^3$. Des données biologiques montrent que le rendement d'un arbre en m^3 est une mesure dont la distribution est très près d'une loi normale. On veut vérifier l'hypothèse selon laquelle le clone d'eucalyptus no 51n78 est rentable ce qui se traduit par les hypothèses statistiques (2)

$$H_0$$
: $\mu = 2$
 H_1 : $\mu > 2$

où μ est l'espérance de la v.a. qui donne la production de bois en m³ du clone d'eucalyptus no 51n78

Pour mener à bien ce test, on simule un échantillon taille 57 d'une variable suivant la loi normale de moyenne 2 et de variance celle de l'échantillon donné.

Solution:

```
set.seed(123);
var1 <- rnorm(57, mean=2, sd=1*sqrt(57));
t.test(var1, mu=2, alternative="greater");</pre>
```

p-value = 0.335

D'où H_0 n'est pas rejeté. D'où l'eucalyptus no 51n78 n'est pas rentable.

6.3 Cas: test d'hypothèse sur deux échantillons appariés

(M10.pdf)

Une chercheure en biologie veut déterminer l'effet de la congélation à -80C sur le nombre de bactéries dans une culture. L'hypothèse étant que la congélation à une telle température devrait détruire une certaine proportion des bactéries. Pour faire l'expérimentation, la chercheure observe 30 cultures pour déterminer le nombre de bactéries présentes dans la culture puis chaque culture est réfrigérée à -80C pendant 1 semaine pour ensuite être décongelé. Le nombre de bactéries est alors comptabilisé dans chaque culture décongelée. Si on observe les données standardisées (× 10²) suivantes :

Culture	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Avant	57	45	70	62	47	55	50	61	45	71
Après	55	50	60	59	50	49	43	55	49	66
Culture	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Avant	45	66	69	54	47	53	58	67	59	47
Après	40	59	70	49	53	45	50	63	55	50
Culture	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Avant	57	64	73	48	55	59	62	61	51	54
Après	53	56	63	45	59	51	56	62	48	51

peut-on déterminer si la congélation a détruit des bactéries ?

N.B. Les hypothèses statistiques sont

$$\begin{array}{ll} H_0 & : & \mu_d = 0 \\ H_1 & : & \mu_d > 0 \end{array}$$

Solution:

```
av = c(57, 45, 70, 62, 47, 55, 50, 61, 45, 71, 45, 66, 69, 54, 47, 53, 58, 67, 59, 47, 57, 64, 73, 48, 55, 59, 62, 61, 51, 54);

ap = c(55, 50, 60, 59, 50, 49, 43, 55, 49, 66, 40, 59, 70, 49, 53, 45, 50, 63, 55, 50, 53, 56, 63, 45, 59, 51, 56, 62, 48, 51);

t.test(av, ap, alternative = "greater", paired = TRUE);
```

p-value = 0.0002796

Donc H_0 est rejeté, et donc la congélation est efficace.

6.4 Cas: test d'hypothèse sur deux échantillons appariés

(M10.pdf)

On pense que les automobilistes sont plus soucieux de l'usure des pneus d'hiver que des pneus d'été. Sur un échantillon de 15 automobilistes on remarque les usures (en %) pour les pneus d'été :

L'usure des pneus d'hiver a été mesurée chez les mêmes automobilistes :

Peut-on dire que les automobilistes ont des pneus d'hiver moins usés au niveau 10% en considérant que la mesure de l'usure est une v.a. approximativement normale ?

N.B. Les hypothèses statistiques sont

$$\begin{array}{ll} H_0 & : & \mu_d = 0 \\ H_1 & : & \mu_d < 0 \end{array}$$

Solution:

```
av1 = c(45, 48, 38, 46, 37, 39, 29, 46, 47, 43, 31, 43, 37, 27, 49);
ap1 = c(41, 37, 44, 28, 28, 32, 40, 41, 31, 30, 30, 49, 35, 35, 37);
t.test(av1, ap1, alternative = "greater", paired = TRUE);
```

p-value = 0.03838

Si on prend $\alpha=0.05$. D'où H_0 est rejeté, et donc il y a usure.

6.5 Cas:

(CoursMasterIDjelfa.pdf)

On veut savoir si le temps écoulé depuis la vaccination contre la petite vérole a ou non une influence sur le degré de gravité de la maladie lorsqu'elle apparaît. Les patients sont divisés en trois catégories selon la gravité de leur maladie : légère (L), moyenne (M), ou grave (G) et en trois autres quant à la durée écoulée depuis la vaccination : moins de 10 ans (A), entre 10 et 25 ans (B), plus de 25 ans (C). Les résultats d'une observation portant sur n = 1574 malades sont les suivants :

Degré de gravité	Durée X écoulée			
Y de la maladie	depuis la vaccination			Total
	A	В	С	
G	1	42	230	273
M	6	114	347	467
ho	23	301	510	834
Total	30	457	1087	1574

Mener à bien un test où :

- H0 : la durée écoulée depuis la vaccination et le degré de gravité de la maladie sont indépendantes",
- H1 : la durée écoulée depuis la vaccination et le degré de gravité de la maladie sont liées".
 C'est dans ce genre de situations, que le test d'indépendance de Khi-Deux peut intervenir.

6.6 Cas

(An Introduction to Biostatistic-Waveland Press, Inc. (2015).pdf)

6.7 Cas

(Applications of Hypothesis Testing for Environmental Science-Elsevier (2020).pdf)

6.8 Cas: quartiles

(ExBiostatistiquesous.pdf)

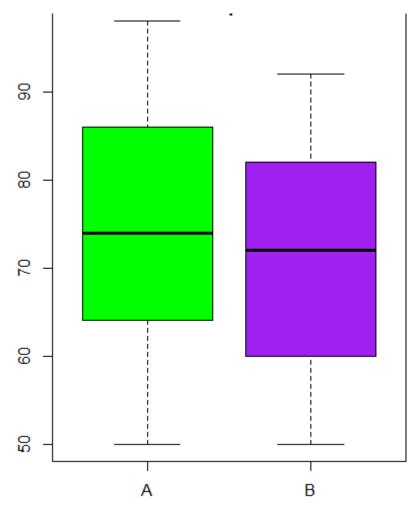
Soit la donnée :

	Poids						
	Moyenne	Maximun	Minimun	Médiane	25 centile	75 centile	
Femme	74.4	98	50	74	64	86	
Homme	71.33	92	50	72	60	82	

Tracer les boîtes à moustaches (quartiles) associées à ces données ?

Solution:

```
A <- c(50, 64, 74, 86, 98);
B <- c(50, 60, 72, 82, 92);
data <- data.frame(A, B);
boxplot(data, main="boxplot", notch=FALSE, varwidth=TRUE, col=c("green", "purple"));
```



6.9 Cas: Test d'indépendance

Dans l'enquête sur l'ensemble de données intégré, la colonne Fumée enregistre l'habitude de fumer des élèves, tandis que la colonne Exer enregistre leur niveau d'exercice physique (sport). Les valeurs autorisées dans Smoke sont "Heavy", "Regul" (régulièrement), "Occas" (occasionnellement) et "Jamais". Quant à Exer, ce sont "Freq" (fréquemment), "Some" et "None".

Nous pouvons comparer l'habitude de fumer des étudiants avec le niveau d'exercice avec la fonction de table dans R. Le résultat est appelé le tableau de contingence des deux variables.

```
library(MASS) # load the MASS package
tbl = table(survey$Smoke, survey$Exer)
tbl
```

Testez l'hypothèse si l'habitude de fumer des élèves est indépendante de leur niveau d'exercice au seuil de signification de 0,05.

Solution:

chisq.test(tbl)

Comme la valeur de p 0,4828 est supérieure au niveau de signification de 0,05, nous ne rejetons pas l'hypothèse nulle selon laquelle l'habitude de fumer est indépendante du niveau d'exercice des étudiants.

6.10 Cas: Test d'indépendance

(ExBiostatistiquesous.pdf)

Une étude a été réalisée sur le cancer de la gorge. Pour cela, une population de 1000 personnes a été interrogée. Les résultats obtenus sont données dans le tableau suivant :

	Atteint du cancer de la gorge	Non atteint du cancer de la gorge
Fumeur	344	258
Non-fumeur	160	238

- Préciser le type des deux caractères étudiés ?
- Peut-on rejeter au risque 5% l'hypothèse d'indépendance des deux caractères ?

Solution:

```
tab <- matrix(c(344, 258, 160, 238), ncol=2, byrow=TRUE);
colnames(tab) <- c('OuiCa','NonCa');
rownames(tab) <- c('Fum','NonFum');
tab <- as.table(tab);
chisq.test(tab);
```

p-value = 2.214e-07

En reprenant les hypothèses du test Chi-Square :

- H₀: les deux variables sont indépendantes
- H_a : les deux variables sont non indépendantes

Avec p-value = 2.214e-07, on rejette H_0 d'où les deux variables sont dépendantes. On peut affirmer qu'il y a une relation entre « fumer » et « avoir le cancer de la gorge ».

6.11 Cas : analyse de plusieurs moyennes

(ExBiostatistiquesous.pdf)

Soit la hauteur des arbres plantés dans trois forêts :

Forêt 1	Forêt 2	Forêt 3
23,3	18,9	22,5
24,4	21,1	22,9
24,6	21,1	23,7
24,9	22,1	24,0
25,0	22,5	24,0
26,2	23,5	24,5

Etablir une analyse ANOVA à un facteur et interpréter ces résultats ?

Solution:

```
var = c("F1", "F1", "F1", "F1", "F1", "F1", "F2", "F2", "F2", "F2", "F2", "F2", "F3", "F3", "F3", "F3", "F3", "F3");
haut <- c(23.3, 24.4, 24.6, 24.9, 25.0, 26.2, 18.9, 21.1, 21.1, 22.1, 22.5, 23.5, 22.5, 22.9, 23.7, 24.0, 24.0, 24.5);
data <- data.frame(haut, var);
fit <- aov(haut ~ var, data=data);
summary(fit);</pre>
```

Pr(>F) = p-value = 0.000765

On rappelle les hypothèses de ANOVA:

- $H_0: \mu_1 = ... = \mu_L$
- $H_a: \mu_1 \neq \mu_m$

Puisque p-value = 0.000765, on peut rejeter H_0 . Les moyennes sont bien différentes.

6.12 Cas: analyse de plusieurs moyennes sur deux catégories

(ExBiostatistiquesous.pdf)

Expérience : des secrétaires tapent un texte pendant 5 minutes sur différentes machines à écrire. L'expérience est répétée le lendemain.

Variable quantitative : nombre moyen de mots tapés en une minute.

Machines	Secrétaires						
à écrire	1	2	3	4	5		
1	33	31	34	34	31		
1	36	31	36	33	31		
2	32	37	39	33	35		
	35	35	36	36	36		
3	37	35	34	31	37		
,	39	35	37	35	39		
4	29	31	33	31	33		
7	31	33	34	27	33		

Y a-t-il un effet?

Solution:

```
va1 = c("M1", "M1", "M1", "M1", "M1", "M1", "M1", "M1", "M1", "M1",
    "M2", "M2", "M2", "M2", "M2", "M2", "M2", "M2", "M2", "M2",
    "M3", "M3", "M3", "M3", "M3", "M3", "M3", "M3", "M3", "M3",
    "M4", "M4", "M4", "M4", "M4", "M4", "M4", "M4", "M4", "M4");
va2 = c("J1", "J1", "J1", "J1", "J2", "J2", "J2", "J2", "J2",
    "J1", "J1", "J1", "J1", "J1", "J2", "J2", "J2", "J2", "J2",
    "J1", "J1", "J1", "J1", "J1", "J2", "J2", "J2", "J2", "J2",
    "J1", "J1", "J1", "J1", "J1", "J2", "J2", "J2", "J2", "J2", "J2");
lettres = c(33, 31, 34, 34, 31,
      36, 31, 36, 33, 31,
      32, 37, 39, 33, 35,
      35, 35, 36, 36, 36,
      37, 35, 34, 31, 37,
      39, 35, 37, 35, 39,
      29, 31, 33, 31, 33,
      31, 33, 34, 27, 33);
data <- data.frame(lettres, va1, va2);
fit <- aov(lettres ~ va1 + va2 + va1:va2, data=data);
summary(fit);
```

On obtient le résultat :

Df Sum Sq Mean Sq F value	Pr(>F)
va1 3 128.1 42.70 9.013	0.000179 ***
va2 1 8.1 8.10 1.71	0 0.200333
va1:va2 3 6.1 2.03 0.429	0.733465

Soit $\alpha = 0.05$.

Puisque p-value = 0.000179 sur va1, on peut affirmer que les machines à écrire ont des moyennes différentes.

Puisque p-value = 0 0.200333 sur va2, on peut affirmer que les 2 jours ont les mêmes moyennes. Puisque p-value = 0.733465 sur va1 :va2, on peut affirmer que globalement les deux machines à écrire ont les mêmes moyennes entre les deux jours.

6.13 Cas: Wilcoxon

(slides_tests_non_param.pdf)

TEST sur la différence de rendement de graines de maïs.

Rendement du mais pour différentes graines

Ordinaires	Séchées
1903	2009
1935	1915
1910	2011
2496	2463
2108	2180
1961	1925
2060	2122
1444	1482
1612	1542
1316	1443
1511	1535

Solution:

```
ordi = c(1903, 1935, 1910, 2496, 2108, 1961, 2060, 1444, 1612, 1316, 1511);
sech = c(2009, 1915, 2011, 2463, 2180, 1925, 2122, 1482, 1542, 1443, 1535);
wilcox.test(ordi, sech, paired=T)
```

p-value = 0.123, on peut affirmer que les deux médianes sont statistiquement égales.

N.B. / Calcul de Wilcoxon:

```
diff = ordi - sech;
diffabs<-abs(diff)
r<-rank(diffabs)
si<-sign(diff)
rs<-r*si
T<-min(sum(rs[rs>0]),-sum(rs[rs<0]))
seuils<-c(qsignrank(0.025,11),qsignrank(0.025,11,lower.tail=F))
Pvaleur<-2*psignrank(T,11)</pre>
```