Ingénieurs 2ème année - Dép. Informatique - Statistiques 2 – Test / CC Janvier 2025 1h10

Exercice 1 (10p) :

Le nombre de citoyens à la Mairie d'Oran suit une loi de Poisson de moyenne 110.

1) (5p) Quelle est la probabilité de trouver 120 citoyens ?
2) (5p) Quelle est la probabilité de trouver plus de 120 citoyens ?

Exercice 2 (10p) :

Une mairie fait un test sur le délai de délivrance de la pièce d'identité CNI. On mesure le nombre de jours pour délivrer une CNI de 16 citoyens :

10	7	5	4	8	9	5	5
7	8	15	11	13	5	10	15

1) (3p) Estimer la moyenne et la variance du nombre de jours récoltés.
2) (4p) Calculer un intervalle de confiance à 95 % pour la moyenne.
3) (3p) Quel niveau de confiance correspond à un intervalle de longueur 2 jours ?

CC – Statistique 2 / 2024/2025

+2 si pr

Exercice 1 | Q_1) Le paramètre $\lambda = 110$ est ≥ 5, on peut donc approximer par la loi normale de moyenne $\mu = 110$ et d'écart type $\sqrt{110}$.

Soit X le nombre de citoyens.

$$\underset{\text{poisson}}{P}(X=120) = P_N(119.5 \leq X \leq 120.5) = P(X \leq 120.5) - P(X \leq 119.5)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{120.5-110}{\sqrt{110}}\right) - P\left(Z \leq \frac{119.5-110}{\sqrt{110}}\right) = P(0.90 \leq Z \leq 1.00)$$

$$= 0.3413 + 0.5 - (0.3159 + 0.5) = 0.025 = 2.5\%$$

+5

Q_2) La probabilité pour trouver plus de 120 citoyens.

$$\underset{\text{poisson}}{P}(X \geq 120) = P_N(X \geq 119.5) = P\left(Z \geq \frac{119.5-110}{\sqrt{110}}\right)$$

$$= P(Z \geq 0.9057) = 0.5 - 0.31 = 0.19 = 19\%$$

+5

Exercice 2 | 1) Calcul de la moyenne : $m = \frac{(10+7+5+4+\dots+15)}{16} = 8.56$

$$s = \sqrt{\frac{16}{15}\left[\left(\frac{10^2+7^2+5^2+\dots+15^2}{16}\right) - (8.56)^2\right]} = \sqrt{12.66} = 3.55$$

+3

Q_2) Intervalle de confiance IC :

$$IC = \left[m - \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}, m + \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[8.56 - 1.96 \times \frac{3.55}{\sqrt{16}}, 8.56 + 1.96 \times \frac{3.55}{\sqrt{16}}\right]$$

Où $t = 1.96$ correspond à la valeur où $P(Z < t) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$, $\alpha = 5\%$.

$IC = [6.82, 10.29]$.

+4

Q_3) Niveau de confiance : D'après la formule de IC, nous avons :

$$\underbrace{\overbrace{-t \quad m}^{1}\overbrace{\quad +t}^{1}}_{2}$$

d'où $t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1$

$$\Rightarrow t = \frac{\sqrt{n}}{s} = \frac{4}{3.55} = 1.12.$$ Nous avons $P(Z < t) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

$P(Z < 1.12) = 0.5 + 0.36 = 0.86 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.86$

$\Rightarrow \alpha = 28\%$, le niveau de confiance est donc : 72%.

+3