Exercice 1 (Estimation, 4pts)

Une enquête a été menée sur le prix au mètre carré dans une wilaya par secteur :

40 000	45 000	50 000	100 000	120 000
130 000	135 000	15 000	200 000	250 000

On connaît l'écart type des prix : il vaut σ = 20 000 DA.

a) (2p) Calculer un intervalle de confiance à 90 % pour la moyenne.

b) (2p) Quel niveau correspond à un intervalle de longueur 10 000 DA ?

Exercice 2 (Test hypothèse, 6pts)

Dans une ville, on a constaté que les prix au mètre carré sont dans une moyenne de 150 000 DA et un écart type de 40 000 DA. On soupçonne que le prix soit inférieur à cette norme, mais il faudrait le démontrer avec une conclusion forte pour baisser le prix recommandé d'achat. On veut effectuer un test d'hypothèse à partir d'un échantillon aléatoire de 16 quartiers en utilisant un seuil de α = 0.05.

a) (2p) Déterminez les régions de rejet et d'acceptation en utilisant le seuil de α = 0.05 sous H0 : μ = 150 000 DA. Tracez la courbe qui la représente et identifiez la zone de rejet de H0.

b) (1p) Supposons que l'échantillon a un prix de 120 000 DA. Quelle est votre conclusion ?

c) (3p) Sur le graphique tracé en a), ajoutez la courbe représentant la loi de la moyenne échantillonnée lorsque la vraie valeur μ est de 100 000 DA. Evaluer l'erreur β et la puissance du test. Hachurez la zone correspondant à la probabilité d'erreur de deuxième espèce. Interpréter toutes les plages de valeurs dans ces courbes !

Exercice 3 (Test Khi2, 5pts)

On a interrogé des habitants de trois quartiers (A, B, C) d'une grande ville sur le nombre d'immeubles à plus de 7 étages construits par niveau d'acceptabilité (N1 (acceptable), N2 (neutre), N3 (inacceptable)) :

	A	B	C	Total
N1	5	0	10	15
N2	5	0	0	5
N3	6	14	0	20
Total	16	14	10	40

Déterminer si l'acceptabilité des constructions dépende ou non des quartiers avec un risque 10% ?

Exercice 4 (Cours, 5 pts)

a) Pourquoi approximer une loi de probabilité par la loi normale ?
b) Pourquoi on fait appel aux statistiques inférentielles ?
c) Pourquoi on fait appel aux tests d'hypothèse ?
d) En tests d'hypothèse, définition l'erreur de type α ?
e) En tests d'hypothèse, définition l'erreur de type β?

Exercice 1

$\alpha = 10\% \rightarrow P(u < t) = 1 - 0.1/2$

$\Rightarrow P(u < t) = 0.95$

$\hookrightarrow t = 1.65$

a) $m = 108\,500,00 = \dfrac{40000 + 45000 + \cdots + 250000}{10}$

$s = 20\,000$

Intervalle de confiance à 90% IC :

$IC = \left[m - t.\dfrac{s}{\sqrt{n}} , m + t.\dfrac{s}{\sqrt{n}} \right]$

$= \left[108\,500 - 1.65 \times \dfrac{20000}{\sqrt{10}} , 108\,500 + 1.65 \times \dfrac{20000}{\sqrt{10}} \right]$

$= [98\,064.48 , 118\,935.52]$

+2

b) Niveau de confiance à 10000 DA :

$t.\dfrac{s}{\sqrt{n}} = 5000 \Rightarrow t = \dfrac{\sqrt{10} \times 5000}{20\,000}$

$\Rightarrow t = 0.79$

$P(Z < 0.79) = 0.5 + 0.2852 = 0.7852 = 1 - \dfrac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow \alpha = 43\%$

$\Rightarrow$ Niveau de Confiance est donc 57%.

+2

ادو

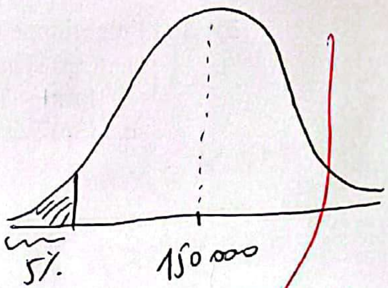
Exercice 2

$H_0 = \mu,\ H_1 : \mu < 150\,000$

a) Région de rejet et d'acceptation

$P\left(Z < \frac{k - 150000}{40000/\sqrt{16}}\right) = 0{,}05 \Rightarrow \frac{k - 150000}{10000} = -1.64$

$\Rightarrow k = 133\,600{,}00$



Zone de rejet H_0 : $X \leq 133\,600{,}00$

Zone d'acceptation H_0 : $X > 133\,600{,}00$

b) Puisque $120000 < 133600$

$\Rightarrow H_0$ est rejetée

$\Rightarrow$ Le prix au M^2 a changé.

+1

+2

c) Erreur de type 2 : Il est question d'évaluer l'erreur d'acceptation de H_0 sachant que H_0 est rejettée par la moyenne $\mu = 150000$ (réponse b).

$\beta = P(\mu \geq 133\,600 \mid \mu = 100\,000)$

$= P\left(Z \geq \frac{133600 - 100000}{40000/4}\right) = P(Z \geq$

$= P(Z \geq 3{,}36) = 0{,}5 - 0{,}4995 = 0.0005 = 0{,}05\%$

+3

L'erreur de type 2 est pratiquement nulle.

Donc impossible ~~de rejetter~~ d'accepter H_0 sachant que son alternative est vraie.

CS CamScanner

xercice 3

Test d'indépendance entre les quartiers et le niveau d'acceptabilité.

	A	B	C
N1	$\frac{15\times16}{40}$	$\frac{15\times14}{40}$	$\frac{15\times10}{40}$
N2	$\frac{5\times16}{40}$	$\frac{14\times5}{40}$	$\frac{10\times5}{40}$
N3	$\frac{15\times20}{40}$	$\frac{14\times20}{40}$	$\frac{10\times20}{40}$

$p_{I}(i,j) = \frac{(\text{somme}(i)\times \text{somme}(j))}{\text{Total}}$

	A	B	C
N1	6	5.25	3.75
N2	2	1.75	1.25
N3	8	7	5

(+2)

$$X^2 = \sum \frac{(\text{valeur observée} - \text{valeur calculée})^2}{\text{valeur calculée}}$$

(+2)

$= 35.83$

à 10% nb lignes = 3, nb colonnes = 3 $\rightarrow$ D.L $= (3-1)\times(3-1) = 4$

$\rightarrow X^2$ de la table est : 7.78

(+1)

$35.83 > 7.78 \Rightarrow$ les deux attributs sont dépendants.

(+7)

Ex 4

a) Pour faciliter les calculs de probabilité. (+1)

b) Pour calculer les caractéristiques de la population à partir de celles des échantillons. (+1)

c) Pour valider ou invalider une hypothèse expérimentalement. (+1)

d) Type α : rejet de l'hypothèse H_0 sachant qu'elle est vraie (+1)

e) type β : acceptation de H_0 sachant qu'elle est fausse. (+1)