2. 現在までの研究状況 (図表を含めてもよいので、わかりやすく記述してください。様式の変更・追加は不可(以下同様))

① これまでの研究の背景、問題点、解決方策、研究目的、研究方法、特色と独創的な点について当該分野の重要文献を挙げて記述してください。

② 申請者のこれまでの研究経過及び得られた結果について、問題点を含め①で記載したことと関連づけて説明してください。
なお、これまでの研究結果を論文あるいは学会等で発表している場合には、申請者が担当した部分を明らかにして、それらの内容を記述してください。

① 【研究背景・問題点・解決方策】

近年では、川の流れに対する記録、インターネットの結節点への接続数や金融資産の収益率など分散の大きいデータ系列が多くの自然現象や社会現象で観測されている。このようなデータ系列の持つ分布は正規分布の裾よりも厚く、冪乗法則に従い裾が減少していく。このような冪乗法則に従う分布は理論的に分散が有限ではない。統計学では、このようなことを統一的にモーメントの言葉で 2 次モーメントを持たないという。唯一有限な 2 次モーメントを持つ正規分布を含め、同一の分布に従う確率変数の和の極限分布として位置づけられるのは安定分布である。安定分布の裾の厚みは裾指数 α で表され、$0 < \alpha \leq 2$ である。正規分布は $\alpha = 2$ の安定分布と同値であり、α が小さいほど分布の裾が厚い (図 1)。

通常の時系列解析では、モデルの母数に関する滑らかさに対する仮定に加え、観測系列を構成する革新過程に対し、2 次以上の適当な次数までモーメントを持つことを仮定している。しかしながら、母数の存在は金融や経済の分野で仮定としてきつく、有限な 2 次モーメントを持たない時系列データの存在も経済、金融の様々な現象で実証されている。その為、実際のデータは予測されたモデルよりも極端な値が観測され、金融資産による大きな損失を過小に見積もり、株式市場における暴落に対応できなかったことは往々にしてあった。このように、現実のデータに合致する仮定の下での統計解析として非母数的に 2 次モーメントを持たない革新過程に従う時系列の解析に対する展開が必要であった。

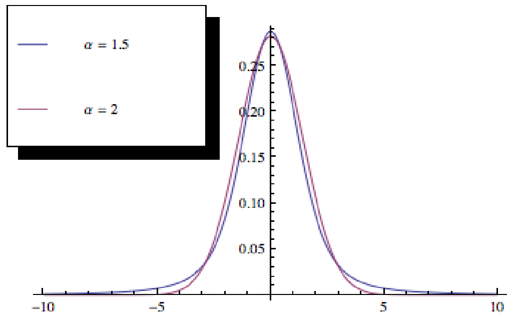

図 1: $\alpha = 1.5$ の安定分布と正規分布の密度関数

申請者はこれまで 2 次モーメントが有限でない革新過程に従う多次元線形過程 (以下過程 (A) とする) に対し、経験尤度法を適用して、非母数的に重要指標に対する仮説検定論の構築を行ってきた。

【研究目的・研究方法】

多次元における研究は世界的に見ても殆ど議論されていないので、研究目的として次の 2 点を挙げる:
(i). 過程 (A) の性質を明らかにし、経験尤度比統計量の中の推測関数を過程 (A) に対し定義する。
(ii). (i) で定義した推測関数に基づく経験尤度比統計量の漸近分布を求め、信頼領域を構築する。

研究方法として、まず厚い裾を持つ多次元の独立な確率ベクトルの漸近的な性質を調べた。次に、重要指標についての理論を統一的に展開する為、時系列データをフーリエ変換して、周波数領域で経験尤度比統計量の推測関数をどのように定義するかを、厚い裾を持つ多次元の独立な確率ベクトルの性質に基づいて考えた。最後に、経験尤度比統計量の漸近分布を求め、信頼領域の構築方法を示した。

【特色および独創的な点】

(a) 通常の時系列解析では、一次かつ二次漸近有効性を持つ数少ないコントラスト関数の一つとして知られている Whittle Likelihood を擬似距離として、Periodogram の汎関数の漸近正規性が確立されていた (Hosoya and Taniguchi, 1982)。しかし、経済やファイナンス領域では 1960 年代で時系列データが有限な 2 次モーメントを持たない結果が確認されながらもこのような時系列データの重要指標に対する一般的な検定論が構築されていなかった。申請者はこの研究において、経験尤度比統計量の推測関数を Whittle Likelihood 型関数で定義し、今までの統計理論を非有限分散の場合まで適用できるようにした。

(b) 信頼領域を構築する際、統計量は各時点の確率変数の総和の極限分布となる安定分布の裾指数 α に依存するので一般的には Hill 統計量による推測が行われる。申請者は経験尤度比統計量の漸近分布を導く際、裾の重い分布に対する t 変換の重要性を認識した。t 変換されたデータは任意の次数において有限モーメントを持つので、Hill 統計量とは独立に、モーメント法による安定分布の指数推測の可能性を明らかにした。

申請者登録名 劉　言 (Liu Yan)

DC

（現在までの研究状況の続き）

②【これまでの研究経過および得られた結果】

(a) 経験尤度比統計量の漸近分布 [1, 3]

[1] は一次元と多次元の二つの部分から成る。一次元から多次元への拡張は非自明で、申請者は**多次元の2次モーメントが有限でない時系列モデル**に対する経験尤度法の適用を行った。特に、1次元で利用される Self-normalized Periodogram の必要性について検討し、多次元 Periodogram とスペクトル伝達関数の関係からその**積分汎関数の漸近分布**を導くことに成功した。これにより、多次元時系列モデルに対する**経験尤度比統計量の漸近分布**を得た。この研究で構築した理論の有効性を確認すべく、申請者は Mathematica で過程 (A) に対する経験尤度比統計量による信頼領域の**プログラムを書き、数値シミュレーション**を行った。問題点としては擬真値の場合の収束が遅く、統計量の値のバラツキが大きいことが挙げられる。

(b) t 変換された対称分布の総和の極限分布に対するモーメントの一般公式の導出 [2]

Self-normalized Periodogram は周波数領域における時系列解析の Periodogram を t **変換**した形になる。一般に、時間領域における1次元の時系列解析では、データに対する t 変換の有効性は確認されていた。故に、申請者は、一定の正則条件を満たす総和の極限分布が安定分布になる確率変数の列についての t 変換を考察し、t 変換されたデータ系列の**極限分布のモーメント**を、モーメントの次数と裾指数の関数として**公式の形**で導いた。結果として、t 変換されたデータ系列の極限分布の任意のモーメントは裾指数 α の多項式として書け、2 **次以上のモーメントの有限性**を示した。この公式の応用として、t 変換されたデータ系列の漸近モーメントをモーメント法によって求めれば、その**データ系列の裾指数は公式から求まる**。

[1] Akashi, Liu and Taniguchi. An empirical likelihood approach for symmetric α-stable processes. Submitted to Bernoulli.

[2] Liu. Asymptotic moments of symmetric self-normalized sums. Submitted to Statistics and Probability Letters.

[3] 2013 年 03 月 劉　言, 谷口　正信, Hypothesis testing for vector stable processes, 日本数学会年会, 京都大学

3. これからの研究計画

(1) 研究の背景

2. で述べた研究状況を踏まえ、これからの研究計画の背景、問題点、解決すべき点、着想に至った経緯等について参考文献を挙げて記入してください。

2次モーメントが有限でない時系列データは多くの分野で観測されている。特に分散をリスクの代理変数として扱う金融分野では、金融資産に対する損失を過小評価している可能性が大きくある。昨今、世界中の金融市場で大きな変動が起こり、金融商品のリスク管理の観点から、2次モーメントを持たない時系列データに対する統計的解析方法についての関心は高まってきている。このような状況の下で、申請者は2次モーメントを持たない革新過程に従う多次元線形過程に対し、Whittle Likelihood 型推測関数とする経験尤度法による仮説検定論を構築した。

申請者の研究によって得られた2次モーメントが有限でない場合の漸近的な結果では、Whittle Likelihood 型推測関数を持つ経験尤度比統計量は正規分布ではない二安定分布の比の二乗の分布に従う。この分布はこれ以上明示的に書くことができない。申請者はプログラムの数値結果からこの統計量が大きなバラツキを持つことを確認した。確かにこの分布で漸近的に正しい信頼領域が構成できるが、安定分布に対する確率的漸近展開が行えない為、標本数が少ない場合では信頼領域には無視できないずれが生じ得る。更に、非母数的な推定であるが故に、標本数が増えるにつれ計算時間が各段に増加する。このように、正確な推測を行う為に多くの標本を利用すると、それに基づく計算時間がかかってしまう。これは、時間とともに瞬時に変動する金融市場においてこの統計量の大きな欠点となってしまう。

データの従う分布が2次モーメントを持たない大きな理由の一つとしては、分布の中心からの外れ値が多く含まれることが挙げられる。その為、このような時系列データに対する解析においては外れ値の影響を受けにくい頑健性を持つ手法が必要となる。数理ファイナンスではリスク評価として分散の代わりに Coherent Risk を用いることが提案され、これは Pessimistic Risk Measure と同値であることが証明されている (楠岡, 2001)。この Pessimistic Risk Measure は統計学における分位点回帰法(Koenker, 2005) に対応している。分位点回帰法は2次モーメントを持たない標本にも応用でき、漸近正規性を持つことが知られている。これは非有限分散の場合において申請者の今まで得た結果よりも頑健性を持つことがわかる。

申請者登録名　劉　言 (Liu Yan)

(2) 研究目的・内容（図表を含めてもよいので、わかりやすく記述してください。）

① 研究目的、研究方法、研究内容について記述してください。
② どのような計画で、何を、どこまで明らかにしようとするのか、具体的に記入してください。
③ 共同研究の場合には、申請者が担当する部分を明らかにしてください。
④ 研究計画の期間中に異なった研究機関（外国の研究機関等を含む。）において研究に従事することを予定している場合はその旨を記載してください。

【研究目的・研究方法・研究内容】

本研究は、非有限2次モーメントの革新過程に従う時系列データに対する頑健な統計量を開発することを目的とする。副次的な目的として、その統計量に基づく正確な信頼領域の構築、仮説検定論の枠組みの定式化とする。これは非有限分散データに対し、より信頼性の高い検定論の構築となる。更にその応用として、実際の金融データに対する頑健なポートフォリオ係数推定・検定論の実現を目指す。

研究内容として、まず先端の数理統計学や計量経済学で注目を集めている分位点回帰法 (Quantile Regression、以下 QR と記す) の性質を分析する。その統計量 $\hat{\beta}_{qr}$ は頑健性を持ち、

$$\hat{\beta}_{qr} = \min_{\beta\in\Theta} \sum_{i=1}^{n} \rho_\alpha(Y - X_i'\beta), \quad \rho_\alpha(t) = t(\alpha - 1(t<0)) \tag{1}$$

と表される。実際、頑健な統計量は大きく、目的関数を最大化又は最小化する M 推定量、順序統計量の線形結合から作られる L 推定量及び順位検定によって導かれる R 推定量の三つのクラスに分けられる。$\hat{\beta}_{qr}$ は L 推定量の性質を備えつつ、Huber の位置パラメータの M 推定量の目的関数に含まれる。従って、非有限分散データの解析では漸近正規性を持つのは分位点に関する M 推定量に限定されるかを明らかにする。又、漸近正規性を持つ M、L、R 推定量の各々の観点から頑健統計論の構築を考える。次に、これらの頑健な統計量をどのように時系列解析に導入するか検討し、その枠組みを構成する。更に、本研究の応用項目として、ポートフォリオの係数に関する頑健な推定、検定の構成を考える。実際 QR 法の統計量 $\hat{\beta}_{qr}$ は金融分野で議論されているポートフォリオ理論の Coherent Risk を最小とする係数の一致推定量なので、それに関する推定論、検定論ができれば、金融業界におけるリスク管理に役立つ。

【どのような計画で何をどこまで明らかにしようとするのか】

1) QR の性質について調べる。特に M **推定量**の中で、非有限分散データに対し**漸近正規性を持つのは分位点に関する** M **推定量に限られるかどうか**明らかにされていないので、これについて研究する。ここで、非有限分散データに対し、**漸近正規性を持つ** M **推定量のクラスを見つける**。
2) Huber (2009) を参考に、2次モーメントの存在を仮定された独立標本における M 推定量、L 推定量及び R 推定量の頑健性に関する結果をまとめる。これを利用して、**非有限分散データに対する頑健性の意味を見直し**、M 推定量の視点から QR の具体的な性質を明らかにする。特に QR の統計量は分位点にも深く関わるので、**通常の分位点に関する** L **推定量や** R **推定量と比べたときの頑健さ**について影響関数や破壊点 (break down point) などの観点から比較し検討する。
3) 非有限分散の仮定の下で、**頑健性を備える統計量を道具として時系列解析に取り入れる**。特に M 推定量である QR の目的関数のみならず、L 推定量や R 推定量に関する Hodges-Lehmann 統計量や Quantilogram など頑健性を持つと思われる手法を系統的に導入し、経験尤度法による漸近的な結果を導く。この際、経験尤度比統計量に対し高次の確率的漸近展開を行うことが可能なので、漸近展開の結果を踏まえ、統計量に対しバートレット調整を行うことで、小サンプルの信頼領域を構築する。
4) 応用となるポートフォリオ理論において着目している時系列データは2次モーメントを持たない為、通常のマーコビッツのポートフォリオ理論は通用しない。その為、**特に関心のある** Pessimistic Portfolio **の係数推定について研究し、頑健な統計量による解析結果を与える**。

【共同研究や研究機関について】

申請者の所属する研究室は日本国の年金を運用する年金積立金管理運用独立行政法人 (GPIF) と連携を取っており、毎月セミナーが行われる。申請者はこのセミナーに出席し、外部の研究者と交流をし、統計学やポートフォリオ理論を習得しつつ、以上の研究で得られる研究成果をセミナーで発表する。

申請者登録名　劉　言 (Liu Yan)

(3) 研究の特色・独創的な点

次の項目について記載してください。
① これまでの先行研究等があれば、それらと比較して、本研究の特色、着眼点、独創的な点
② 国内外の関連する研究の中での当該研究の位置づけ、意義
③ 本研究が完成したとき予想されるインパクト及び将来の見通し

① **【本研究の特色・着眼点・独創的な点】**

先行研究として、Koenker(2005) にある Quantile Regression が頑健な手法として世界で広く注目を浴びている。この統計量は、Huber(1964) の位置パラメーターを導く M 推定量に含まれている。そこで M 推定量という統一的な視点から Quantile Regression を見直し、その頑健性を再評価するのが本研究の特色の一つである。又 2 次モーメントが非有限である時系列モデルに対し、頑健的な推測結果を M、L、R 推定量に分け、系統的に求める上、更に広範に一般化線形時系列モデルに応用していくことが本研究のもう一つの特色であり、又独創的な点でもある。

② **【当該研究の位置づけ・意義】**

非有限 2 次モーメント時系列データに対する統計解析は未開拓分野なので、本研究は世界をリードする位置にあり、それにおける頑健な推測法は確率予測や確率制御において大きな礎になる。

③ **【本研究が完成したとき予想されるインパクト及び将来の見通し】**

研究目的が達成された場合、経済、金融、情報通信学や水文学など多くの分野に渡り、2 次モーメントを持たない革新過程に従う時系列データの解析が、サンプル数が少ないが故に引き起こされる誤った予測、推測及び検定を回避し、小サンプルでも正確な予測、推測及び検定が行われることが可能となる。特に、非正規、非線形かつ従属過程として知られる金融資産の収益率からなる時系列データに応用することにより、頑健なポートフォリオ係数推定が実現できる。これは前項目で挙げた GPIF との交流を通じて、日本の年金運用ポートフォリオにおいて応用されることが期待される。

(4) 年次計画

DC1 申請者は１～３年目、DC2 申請者は１～２年目について、年次毎に記載してください。元の枠に収まっていれば、年次毎の配分は変更して構いません。

（1 年目）

4 月～7 月：QR の性質を M 推定量と比較しながら明らかにする。

Quantile Regression やその目的関数の良さを理解し、M **推定量の観点**から考察する。又、非有限分散データの場合、**漸近正規性**を持つ M 推定量は分位点に関する推定量だけからなるかを研究する。

8 月～10 月：頑健な M 推定量の特徴を生かし、時系列モデルに応用する。

時系列モデルにおいて Whittle Likelihood を一種の擬似距離として、これを最小化するような統計量の最適性はよく知られている。これに対し、例えば**統計量の頑健性を体現した擬似距離が新たに定義できるか**を調べる。この際、時間領域の解析における重要な性質を抜き出し、重要指標に対する議論を統一的に行える**周波数領域に適用できる**ように適切な数式変形を加える。

11 月～3 月：時系列モデルにおける頑健性を持つ M 推定量を定式化し、その良さを評価する。

時系列における頑健な推測の一つの目処として M **推定量の結果についてまとめ**を行う。又、ポートフォリオ理論は M 推定量による所が大きいので、応用分野を含め、論文や発表の形で研究成果を仕上げる。

(2 年目)

4 月～8 月：時系列モデルにおいて頑健性を持つ L 推定量や R 推定量を調べる。

Hodges-Lehmann 統計量や Periodogram の代わりに用いられる Quantilogram などの特殊な統計量に注目しつつ L **推定量や** R **推定量を頑健性の観点から調べる**。

9 月～10 月：頑健性を持つ L 推定量や R 推定量を時系列モデルに導入する。

M 推定量の議論と同様に L 推定量や R 推定量の性質を影響関数等を用いて評価し、**最も頑健性を持つものを時系列モデルに導入する**。

11 月～3 月：頑健性という視点から時系列モデルにおける推定・検定・推測の統計量を再評価する。

時系列における頑健推測の M、L、R **推定量の結果を論文や発表の形でまとめる**。又この三者間の結果を数値的に比較し、それぞれの善し悪しを分析する。以上の研究により、時系列モデルに対する頑健な手法を提案し、その応用を提唱する。

(5) 人権の保護及び法令等の遵守への対応

本欄には、研究計画を遂行するに当たって、相手方の同意・協力を必要とする研究、個人情報の取り扱いの配慮を必要とする研究、生命倫理・安全対策に対する取組を必要とする研究など法令等に基づく手続きが必要な研究が含まれている場合に、どのような対策や措置を講じるのか記述してください。**例えば、個人情報を伴うアンケート調査・インタビュー調査、国内外の文化遺産の調査等、提供を受けた試料の使用、ヒト遺伝子解析研究、遺伝子組換え実験、動物実験など、**研究機関内外の情報委員会や倫理委員会等における承認手続きが必要となる調査・研究・実験などが対象となります。

なお、該当しない場合には、その旨記述してください。

本研究は、相手方の同意・協力、個人情報の取り扱い及び生命倫理・安全対策に対する取組を必要とする研究ではありません。万が一上記に関わる取組が必要とされる場合には、法令等に抵触しないように努めます。

申請者登録名　劉　言 (Liu Yan)

DC

4. 研究業績（下記の項目について申請者が中心的な役割を果たしたもののみ項目に区分して記載してください。その際、通し番号を付すこととし、該当がない項目は「なし」と記載してください。申請者にアンダーラインを付してください。業績が多くて記載しきれない場合には、主要なものを抜粋し、各項目の最後に「他○報」等と記載してください。）

(1) 学術雑誌等（紀要・論文集等も含む）に発表した論文、著書（査読の有無を区分して記載してください。査読のある場合、印刷済及び採録決定済のものに限ります。査読中・投稿中のものは除く）

① 著者（申請者を含む全員の氏名（最大 20 名程度）を、論文と同一の順番で記載してください。）、題名、掲載誌名、発行所、巻号、pp 開始頁－最終頁、発行年をこの順で記入してください。

② 採録決定済のものについては、それを証明できるものを P. 10 の後に添付してください。

(2) 学術雑誌等又は商業誌における解説、総説

(3) 国際会議における発表（口頭・ポスターの別、査読の有無を区分して記載してください。）

著者（申請者を含む全員の氏名（最大 20 名程度）を、論文等と同一の順番で記載してください。）、題名、発表した学会名、論文等の番号、場所、月・年を記載してください。発表者に○印を付してください。（発表予定のものは除く。ただし、発表申し込みが受理されたものは記載しても構いません。その場合は、それを証明できるものを P. 10 の後に添付してください。）

(4) 国内学会・シンポジウム等における発表

(3)と同様に記載してください。発表申し込みが受理されたものを記載する場合は、(3)と同様に証明できるものを添付してください。

(5) 特許等（申請中、公開中、取得を明記してください。ただし、申請中のもので詳細を記述できない場合は概要のみの記述で構いません。）

(6) その他（受賞歴等）

(1) 学術雑誌 (紀要・論文集等も含む) に発表した論文、著書なし
(2) 学術雑誌等又は商業誌における解説・総説なし
(3) 国際会議における発表なし
(4) 国内学会・シンポジウムにおける発表

1. ○劉　言、谷口　正信、「Hypothesis testing for vector stable processes」、日本数学会年会、京都大学、2013 年 3 月

2. ○劉　言、「Asymptotic moments of symmetric self-normalized sums」、早稲田大学理工学研究所プロジェクト研究「金融数理および年金数理研究」セミナー、早稲田大学、2013 年 5 月

(5) 特許等なし

(6) その他なし

申請者登録名　劉　言 (Liu Yan)

5．自己評価

日本学術振興会特別研究員制度は、我が国の学術研究の将来を担う創造性に富んだ研究者の養成・確保に資することを目的としています。この目的に鑑み、申請者本人による自己評価を次の項目毎に記入してください。

① 研究職を志望する動機、目指す研究者像、自己の長所等

② 自己評価する上で、特に重要と思われる事項（特に優れた学業成績，受賞歴，飛び級入学，留学経験，特色ある学外活動など）

1．研究職を志望する動機、目指す研究者像、自己の長所等

私が研究職を志望するのは、様々な社会的な現象を一般化するための統計学を用いて、世界に通用する**法則を発見する**際に必要となる**手段を開発したい**という強い思いを持っているからである。私はこれまで主専攻である数学だけでなく、理学、経済学や心理学など様々な学問に興味を持って勉強してきた。その勉強の過程の中で、様々な分野の法則を発見するために統計的な手法を研究する必要性を強く感じた。そのため、私は統計学の研究者として様々な分野の研究者が新たな法則を発見するための統計的な手段を提供していきたいと考えている。

そこで、私は新たな法則を発見するための統計的な手段を提供することで、様々な分野で活躍している研究者に**必要とされる研究者になりたい**と考えている。この研究者像を実現するためには、統計学を**熟知**していることはもちろんだが、様々な分野に興味をもち、分野を超えて様々な研究者と**コミュニケーション**をとっていくことも大事だと思っている。

私の長所は**探究心旺盛な所**と**三か国語ができる所**である。中学２年の夏休みに日本語を全く知らずに旅行で日本に来た。本屋に並べてある多くの本に出会い、読めないもののこれらの本を全部読みたいという気持ちが沸き、日本に残ることを決意した。少し触れてみた日本語を非常に体系的に感じ、そこに隠されていた法則を知りたいと思い、五十音図から勉強し、日本語の文法書を読み漁っていた。大学に入ると、多くの学問の面白さに惹かれ、あれこれと勉強していた。その中で社会現象の法則を見出すために数理統計学の重要さを痛感した。世界的に有名な赤池弘次先生が、統計学者は人の３倍勉強しなければならないという言葉を残している。それは統計学のみならず、応用分野やその計算手法の勉強も必要であるという意味である。この言葉で、自分が統計学を選んだのは間違いではないと確信し、それを心にして日夜粘り強く研究に取り組んでいる。又、申請者は日本語と中国語、英語の三か国語ができることを生かして、学界において受信者でありながら、発信者でありたいと思っている。**学際的な存在として異分野の研究者と交流を保ちつつ、世界中の学問の動向を日本に取り入れたり、日本から世界へ最新の研究成果を発信したりすることで、日本の数理統計学の更なる発展に貢献していきたいと思う**。

2．自己評価をする上で、特に重要と思われる事項

1. 学部１年の進学振り分けの成績は学年２位;
2. 学部２年ものづくり大会にチームのリーダーとしてエントリーし、メンバーと変声器を作成した;
3. 修士課程に飛び級入学、学部・修士を通じて成績はすべてＡ以上;
4. 学生の集会「数物セミナー」では過去２回発表した:
   [1] 劉　言、「確率分布からブラックショールズまで～正規分布について～」、早稲田大学、2010;
   [2] 劉　言、「Introduction to rank tests」、早稲田大学、2012;
5. 東京工業大学の Risk ゼミに参加し、その後毎週土曜日に Karatzas and Shreve の「Brownian Motion and Stochastic Calculus」についてのゼミを開いた (参加者は東京大学、早稲田大学、東京工業大学などの学生や社会人多数)。
6. 審査中の論文２本:
   [1] Akashi, Liu and Taniguchi. An empirical likelihood approach for symmetric α-stable processes. Submitted to Bernoulli.
   [2] Liu. Asymptotic moments of symmetric self-normalized sums. Submitted to Statistics and Probability Letters.
7. 100 ページに渡る修士論文１本:
   [3] Liu. Nonparametric Methods in Time Series Analysis, 1-100, 2013.

申請者登録名　劉　言 (Liu Yan)

（このページには何も記載せず、空白のまま提出してください。）