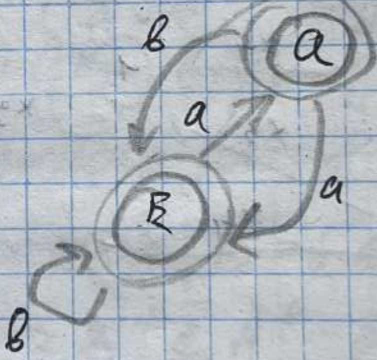
1

Модульна контрольна робота №5
з дискретної математики
студентки групи УПС-11
Ківієнко Каріни Дмитрівни
Варіант 312

(4) $((a \cup b)^* \cup ab^*)\, a^* (ba \cup a)^* \cup b =$
$= (a \cup b)^*\, a^* (ba \cup a)^* \cup b$

пот. стан	вхідн. символ	наст. стан
q_0	a	q_0
q_0	b	q_0
q_0	ε (порожній)	q_1
q_1	a	q_1
q_1	ε	q_2
q_2	a	q_2
q_2	b	q_3
q_3	a	q_3
q_3	b	q_f

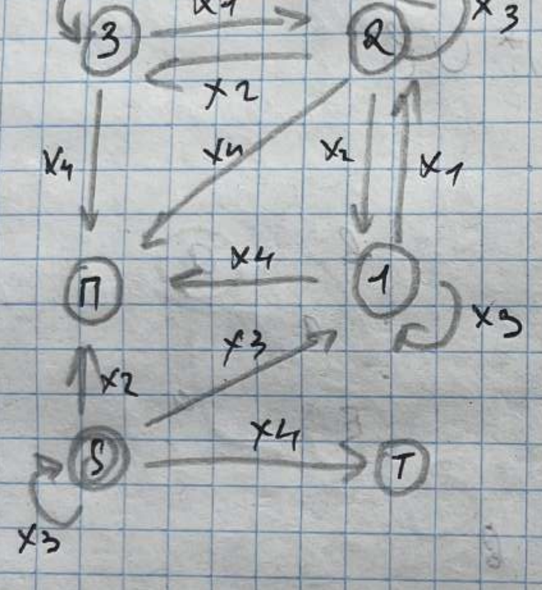


(6) Позначимо через П поч. стан, через Т - стан, який фіксує правильну відповідність дужок, через И - стан, що свідчить

2

про помилку в запису дужок. $k = 1, 2, \dots, n$

б/λ	П	1	2	3	...	n-1	T	И
x_1	1/0	2/0	3/0	4/0	...	n/0	T/1	И/0
x_2	И/0	П/0	4/0	2/0	...	n-2/0	T/1	И/0
x_3	П/0	1/0	2/0	3/0	...	n-1/0	T/1	И/0
x_4	T/0	И/0	И/0	И/0	...	И/0	T/1	И/0



(1)

б	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	a_1	a_4	a_4	a_3
x_2	a_4	a_2	a_2	a_1

λ	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	2	1	1	2
x_2	1	1	1	2

(2)

б/λ	a_1	a_2	a_3
x_1	$a_2/1$	$a_2/2$	$a_1/1$
x_2	$a_1/2$	$a_3/1$	$a_3/2$

$a_2/1 = a_{21}$, вихід 1

$a_1/2 = a_{12}$, вихід 2

$a_2/2 = a_{22}$, вихід 2

$a_3/1 = a_{31} \Rightarrow 1$

$a_3/2 = a_{32} \Rightarrow 2$

$a_1/1 = a_{11} \Rightarrow 1$

3

~~s/x~~	1	2	1	2	1	2
б/λ	a_{11}	a_{12}	a_{31}	a_{22}	a_{31}	a_{32}
x_1	a_{11}	a_{12}	a_{12}	a_{12}	a_{11}	a_{11}
x_2	a_{12}	a_{12}	a_{31}	a_{32}	a_{31}	a_{32}

(7) $R = 1((1)^*(00)^*(1)^*)^*$

(8) Для цього ми: 1) знаходимо регулярний вираз r, що зображує подію $P_1 \cap P_2$ (за заданими рег. виразами r_1 і r_2 будуємо r); 2) за побудованим виразом будуємо $P_1 \cap P_2$ відп. до алгоритму синтезу скінченного автомату.

(10) а) Нехай $A = \{aa, ba, aaaa\}$, $B = \{aa, ba\}$. Очевидно, що $B \subseteq A \Rightarrow B^* \subseteq A^*$, бо якщо слово $S \in B^*$, то S - результат конкатенації слів з B, тоді $S \in A^*$, то $B \subseteq A$. A і B відрізняються словом „aaaa", але воно отрим. конкатенацією „aa" і „aa". Отже, $B^* \subseteq A^*$.

б) Нехай $A = \{aa, ba, baba\}$, $B = \{aa, ba, aaaa\}$.

За попередніми міркуваннями

4 аналогічно маємо $A^* \subseteq B^*$, і також аналогічно $B^* \subseteq A^*$ (всі слова з A утвор. конкатенацією з B і навпаки). Але $A \nsubseteq B$.

(9) Скористаємось ММІ для доведення. Нехай довжина слова $|p_2| = 0 \Rightarrow p_2 = e \Rightarrow$
$\Rightarrow \delta^*(a_i, p_1p_2) = \delta^*(\delta^*(a_i, p_1), e) = \delta^*(a_i, p_1)$
δ^* – розш. ф-ція переходів автомата, то виконується $\delta^*(a_i, p_1) = \delta(\delta(\ldots\delta(a_i, p_1)p_2)\ldots p_n)$
Припустимо, що твердж. виконується і для $|p_2| = k$. Тоді $\delta^*(a_i, p_1p_2) =$
$= \delta^*(\delta^*(a_i, p_1), p_2)$. Доведемо для слова $|u| = k+1$. Нехай $u = p_2 w$, де $|w| = 1$. Тоді: $\delta^*(a_i, p_1 u) = \delta^*(a_i, p_1(p_2 w))$.
За визн. розш. ф-ції: $\delta^*(\delta^*(a_i, p_1(p_2 w)) =$
$= \delta(\delta^*(a_i, p_1p_2, w)$. З індукт. припущення $\delta^*(a_i, p_1p_2) = \delta^*(\delta^*(a_i, p_1), p_2)$. Отже $\delta(\delta^*(a_i, p_1p_2), w) = \delta(\delta^*(\delta^*(a_i, p_1), p_2), w)$.
За визн. розш. ф-ції: $\delta(\delta^*(\delta^*(a_i, p_1), p_2), w) =$
$= \delta^*(\delta^*(a_i, p_1), p_2 w)$.

Таким чином: $\delta^*(a_i, p_1 u) = \delta^*(\delta^*(a_i, p_1), u)$ 5

Доведено ■ (для розш. ф-ції виходів аналог.)

(11) 1) користуючись алгор. синтезу скін. автоматів побудувати 2 автомати, 1 відп. $Ч_1$, 2 відп. $Ч_2$.

2) за допомогою алгор. мінімізації мінімізувати обидва автомати.

3) Порівняти канонічні форми і зробити висновок.

(13) $L = \{a^p \mid p$ - просте число$\}$

Нерегулярна: прості числа - нелінійна властивість. Задовольняє лему:

лема про накачку - необхідна, але не достатня умова регулярності. У нашому випадку деякі підрядки можуть відповідати умовам леми для певних n, тобто можна підібрати розбиття $w = xyz$, яке не буде порушувати лему.

(14) Припустимо, що мова P є регулярною. Тоді вона задовольняє „лему про накачку".

6 оберемо слово $u = 0^p 1 0^p 1$, p – довжина, можна подати як $u = p_1 p p_2$, так що $p_1 p^n p_2 \in P$. Слово u можна записати так: $u = 0^1 (0^m) 0^{p-1-m} 1 0^p 1$, де $p_1 = 0^1$, $p = 0^m$, $p_2 = 0^{p-1-m} 1 0^p 1$, але оскільки немає способу розкласти цей рядок на дві рівні підрядки подія P не регулярна ■

15 1) кіл-ть операцій; 2) довжина запису регулярного виразу; 3) кіл-ть символів алфавіту; 4) глибина вкладеності операцій; 5) семантична мінімальність (мін. за розміром мови).

16 а) Припустимо, що $P \cup R$ – регулярна і автомат A зображує цю подію. Виключимо з мн. заключних станів автомата A стани, у які ведуть слова зі скінченної мн. $R \setminus P$. Отримаємо A', що зобр. подію P, а цей висновок

суперечить умові про нерегулярність P. Отже $S = P \cup R$ – нерегул. ■

б) Припустимо, що $P \setminus R$ – регулярна подія. Тоді подія $(P \setminus R) \cup R = P \cup R$ – регулярна. Це суперечить попередньому доведенню.

Отже, $S = P \setminus R$ – нерегулярна ■

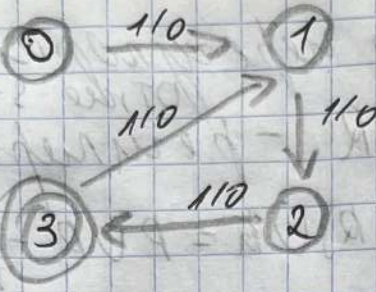
(17) Для автомата A' детермінізуємо джерело. Воно буде таким, як для A, але з додатковою дугою від v_0 (поч. вершина) до v_3 (заключна)

(18) а) Для довільної події існує нероздільне слово, тому, якщо $s \in P$ та $P^2 = P \Rightarrow s \in P^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow e \in P$.

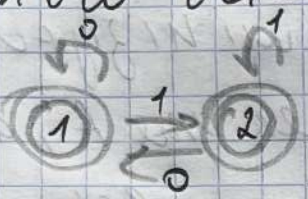
б) Припустимо що т.в. $P^k = P$, $k = \overline{1, n-1}$ виконується. При $k = n$: $P^n = P^{n-1} \cdot P \Rightarrow$
$\Rightarrow (P^{n-1} = P)$ $P^n = P$. $\forall n \in N$. $\Rightarrow P^* = \{e\} \cup P \cup P^* \cup$
$\cup \ldots \cup P^n = \{e\} \cup P \cup P \ldots \cup P = \{e\} \cup P$. За власт.,
$\{e\} \cup P = P$. Тоді $P^* = \{e\} \cup P = P$ ■

(19) $(1^* 0 1^* 0 1^* 0 1^*)^*$

20



21 Двійкове число є непарним, якщо його останній символ закінчується 1.



$X = \{1, 2\}$ - множина станів

[redacted]

$\sigma(1,1) = \sigma(2,1) = 2$. - закл. стан.

22 Позн. через П початковий стан автомата В, через Ц - стан, д якому В знах., якщо на його вхід подано посл. цифр, що відповідає цілій частині дійсного числа, через Д-стан, що відп. посл. символів, яка не є числовою константою. Вихідний сигнал автомата В дорівнює 0 тоді й лише тоді, коли автомат переходить у стан Н.

Позначення: x_1 - знак, x_2 - цифра, x_3 - крапка, x_4 - будь-який інший символ.

б/λ	П	Ц	Д	И
x_1	Ц/1	И/0	И/0	И/0
x_2	Ц/1	Ц/1	Д/1	И/0
x_3	Д/1	Д/1	И/0	И/0
x_4	И/0	И/0	И/0	И/0

(13) Нехай P_1 – ліва частина, P_2 – права. Оскільки $e \in P_1$ і $\{a, bb\}^*aa \subseteq \{a, bb\}^*aa\}^*$, то $P_2 \subseteq P_1$. Розглянемо $w \in P_1$. Нехай слово $w_1 = \{a, bb\}^*$. Тоді $w = e$ або $w = w_1 aa$. Проаналізуємо P_2. Очевидно, що слово $w \in P_2 \Rightarrow P_1 = P_2$ ∎

(3) Табл. переходів б: Табл. виходів λ:

б	x_1	x_2	x_3
a_1	a_2	a_1	a_7
a_2	a_3	a_5	a_4
a_3	a_6	a_3	a_3
a_4	a_4	a_6	a_5
a_5	a_3	a_4	a_5
a_6	a_3	a_7	a_2
a_7	a_3	a_2	a_4

λ	x_1	x_2	x_3
a_1	1	2	2
a_2	1	2	1
a_3	1	2	1
a_4	1	2	1
a_5	1	2	1
a_6	1	2	1
a_7	1	2	2

Табл. переходів мін. автомата:

$б_1 = \{a_1, a_7\}$ $б_2 = \{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$

$a_1 \to б_1 a$ $a_7 \to б_1 b$

10 $a_6 \to б_2 в$

Отже $б_1 a = \{a_1\}$, $б_1 в = \{a_7\}$, $б_2 a = \{a_2, a_3, a_4, a_5\}$, $б_2 в = \{a_6\}$. Позн. $б_1 a = A$, $б_1 в = B$, $б_2 a = C$, $б_2 в = D$

стан	x_1	x_2	x_3	λ (на вх. ig)
A	C	A	B	(1, 2, 2)
B	C	C	C	(1, 2, 2)
C	C	C	C	(1, 2, 1)
D	C	B	C	(1, 2, 1)

5

б	a_1	a_2	a_3
x_1	a_1	a_2	a_1
x_2	a_3	a_1	a_2

$a_1 - x_1 \to a_1$

$a_1 - x_2 \to a_3$

$a_2 - x_1 \to a_2$

$a_2 - x_2 \to a_1$

$a_3 - x_1 \to a_1$

$a_3 - x_2 \to a_2$

R^0_{ij}	a_1	a_2	a_3
a_1	x_1	$\varnothing$	x_2
a_2	x_2	x_1	$\varnothing$
a_3	x_1	x_2	$\varnothing$

$R^{(1)}_{ij} = R^{(0)}_{ij} \cup R^{(0)}_{i1} (R^{(0)}_{11})^* R^{(0)}_{1j}$

$R^0_{11} = x_1$ $R^0_{13} = x_2$ $R^{(0)}_{12} = \varnothing$

$R^{(2)}_{12} = x_1{}^* x_2 x_2$

Відповідь: $R = x_1^* x_2 \cup x_1^* x_2 x_2 =$

$= x_1^* x_2 (x_2 \cup \varepsilon)$