

ЗАВДАННЯ для лаб. роботи № 2

Частина 1. Оцінювання параметрів моделі Фергюльста

1. Записати різницеве рівняння для моделі Фергюльста, причому формально вважати, що крок дискретизації $\Delta t=1$.
2. Ввівши необхідні позначення, формально записати цю модель у вигляді еквівалентної лінійної регресійної залежності з двома проміжними параметрами.
3. Використовуючи уже наявну у вас програму для чисельного розв'язування дифрівняння цієї моделі, виконати розрахунки розв'язку на певному часовому інтервалі для якихось заданих значень параметрів.
4. З цих результатів розрахунків для цього процесу сформувати таблицю початкових даних (часовий ряд), але не з кроком h різницевої схеми (він надто малий), а зі значно більшим – $10h$ чи $100h$, щоб уникнути обчислювальних проблем.
5. Перетворити таку таблицю-стовпець у робочу таблицю даних для оцінювання параметрів відповідної моделі, яка матиме вигляд "два входи – один вихід", тобто 4 стовпці, враховуючи перший стовпець з номерами точок даних від 1 до n .
6. Запрограмувати всі вказані дії, щоб вони виконувались автоматично.
7. Запрограмувати **рекурентну процедуру МНКО**.
8. Застосувати її для оцінювання параметрів еквівалентної "регресійної моделі" Фергюльста.
9. На основі цих параметрів обчислити початкові коефіцієнти вказаної моделі (дифрівняння).

У програмі слід передбачити можливість зміни таких **параметрів програми**:

- внесення шуму в дані, наприклад, за допомогою округлення результатів моделювання до заданого числа C знаків після коми чи загалом значущих цифр;
- зміни "довжини вибірки", тобто числа рядків n у робочій таблиці даних, напр., 5, 20, 50 тощо.

Результатами роботи програми мають бути:

- задані вами точні параметри/коефіцієнти моделі Фергюльста;
- робоча таблиця даних для оцінювання цих параметрів;
- результати оцінювання: обчислені значення проміжних та початкових параметрів;
- таблицка залежності оцінок початкових параметрів від "рівня шуму" в даних для трьох градацій точності округлення та трьох значень довжини вибірки.

Зверніть увагу, що застосування теоретичної формули МНК (з обертанням матриць) чи будь-якої стандартної функції оцінювання за МНК буде вважатись невиконанням цієї роботи загалом.

Частина 2. Оцінювання параметрів моделі згасаючих коливань

1. Записати різницеве рівняння для моделі згасаючих коливань, причому формально вважати, що крок дискретизації $\Delta t=1$.
2. Ввівши необхідні позначення, формально записати цю модель у вигляді еквівалентної лінійної регресійної залежності.
3. Використовуючи уже наявну у вас програму для чисельного розв'язування диференціального рівняння цієї моделі, виконати розрахунки розв'язків на певному часовому інтервалі для якихось заданих значень параметрів.
4. З цих результатів розрахунків для кожного з процесів сформувати таблицю початкових даних (часовий ряд), але не з кроком h різницевої схеми (він надто малий), а зі значно більшим - $10h$ чи $100h$, щоб уникнути обчислювальних проблем.
5. Перетворити кожен таку таблицю-стовпець у робочу таблицю даних для оцінювання параметрів відповідної моделі, яка матиме вигляд "два входи - один вихід", тобто 4 стовпці, враховуючи перший стовпець з номерами точок від 1 до n .
6. Запрограмувати всі вказані дії, щоб вони виконувались автоматично.
7. Використовувати рекурентну процедуру МНКО для оцінювання параметрів еквівалентної "регресійної моделі" загасаючих коливань.
8. На основі цих параметрів обчислити початкові коефіцієнти диференціального рівняння вказаної моделі.

У програмі слід передбачити можливість зміни таких **параметрів програми**:

- внесення шуму в дані, наприклад, за допомогою округлення результатів моделювання до заданого числа C знаків після коми чи загалом значущих цифр;
- зміни "довжини вибірки", тобто числа рядків n у робочій таблиці даних, напр., 5, 20, 50 тощо.

Результатами роботи програми мають бути:

- задані вами параметри/коефіцієнти моделі згасаючих коливань;
- робоча таблиця даних для оцінювання цих параметрів;
- результати оцінювання: обчислені значення проміжних та початкових параметрів;
- таблиця залежності оцінок початкових параметрів від "рівня шуму" в даних для трьох градацій точності округлення та трьох значень довжини вибірки.

Частина 3. Дослідження закономірностей задачі структурно-параметричної ідентифікації

Мета: дослідити закономірності селекції оптимальних моделей за різними критеріями (поведінка мінімуму критеріїв) на основі даних статистичних вибірок різної довжини та з шумом різного рівня.

Використовується алгоритм МНКО з 1-ї част. цієї роботи.

Що слід зробити:

1) Мати реалізований алгоритм МНКО.

2) Запрограмувати рекурентну формулу $RSS(s+1) = \dots$

3) Запрограмувати генератор задач:

* параметри генератора: m , n , θ^0 (істинний вектор параметрів), ξ (вектор шуму).

* генератор матриць аргументів/регресорів $X [n \times m]$ за допомогою датчика рівномірно розподілених чисел в заданому діапазоні $[a, b]$;

* генератор векторів шуму $\xi[n \times 1]$ заданого рівня або дисперсії σ^2 (датчик нормального шуму).

* кількість регресорів фіксована: $m=5$;

* вектор істинних параметрів заданий: $\theta^0 = [3 \ -2 \ 1 \ 0 \ 0]^T$, тобто істинна (без шуму) модель (точний сигнал) $y_0 = 3x_1 - 2x_2 + x_3$, отже, аргументи (регресори) x_4 та x_5 – надлишкові/зайві, але в моделюванні беруть участь.

* обчислити $y = X\theta^0 + \xi$, тобто зашумлений сигнал (вектор виходу) $y[n \times 1]$.

4) Особливості генератора задач:

n – змінне (більше 5), напр.: 10; 30; 100 тощо.

рівень шуму/дисперсія σ^2 – змінне, напр.: 0.1; 0.5; 1; 2 тощо.

5) Використовувати три різні критерії:

1. $RSS(s)$

2. $Cp(s) = RSS(s) + 2s$

3. $FPE(s) = [(n+s)/(n-s)] * RSS(s)$

6) Для дослідження забезпечити такі можливості:

– генерувати різні матриці X ;

– для **зафіксованої** матриці X генерувати *різні* вектори шуму ξ ;

– зміна рівня/дисперсії шуму;

– діапазон зміни складності моделі: $s = 1; 2; 3; 4; 5$;

– для кожного варіанта (X , y , ξ) оцінювати параметри п'яти моделей зростаючої складності за МНКО;

– для кожної оціненої моделі обчислювати значення трьох вказаних критеріїв, використовуючи рекурентну ф-лу для RSS ;

– виведення значень цих критеріїв на графік "критерій-складність"

7) Для демонстрації результатів виводити на екран:

$n = \dots$

$\sigma^2 = \dots$ (рівень шуму)

матриця $X = \dots$

вектор $y = \dots$

Візуалізація результатів: графік зміни значень вказаних критеріїв (три критерії на одному графіку) при збільшенні складності моделі s .