Розглядається задача проектування точки (x', y', z') на еліпс

$$E = \left\{(x, y, z)\colon \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1\right\}$$

за метрикою, що породжена нормою $\|(x, y, z)\| = \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}$.

Враховуючи монотонність функції «$\sqrt{\ }$» на $[0; +\infty)$, маємо задачу мінімізації функції $f(x, y, z) = \|(x - x', y - y', z - z')\|^2$ за умови

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1.$$

Мінімізуючи функцію Лагранжа

$$L(x, y, z, \lambda) = \frac{(x-x')^2}{a^2} + \frac{(y-y')^2}{b^2} + \frac{(z-z')^2}{c^2} - \lambda\left(\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} - 1\right),$$

отримуємо:

$$\begin{cases} \frac{2}{a^2}\left((x-x') - \lambda(x-x_0)\right) = 0; \\ \frac{2}{b^2}\left((y-y') - \lambda(y-y_0)\right) = 0; \\ \frac{2}{c^2}\left((z-z') - \lambda(z-z_0)\right) = 0; \\ \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} - 1 = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Розв'язуючи (1), отримуємо:

$$\begin{cases} x = \frac{x' - \lambda x_0}{1-\lambda}; \\ y = \frac{y' - \lambda y_0}{1-\lambda}; \\ z = \frac{z' - \lambda z_0}{1-\lambda}; \\ \lambda = 1 - \sqrt{\frac{(x'-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y'-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z'-z_0)^2}{c^2}}. \end{cases}$$