Lab_5

СТРУКТУРНА ОПТИМІЗАЦІЯ СКЛАДНИХ БАГАТОРІВНЕВИХ ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМ

Змістовне формулювання загальної задачі системного аналізу СБІС

Огляд основних властивостей та особливостей складних ієрархічних систем дає підстави дати таке змістовне формулювання загальної задачі системного аналізу складних багаторівневих ієрархічних систем (СБІС).

Відомо дані про СБІС, що визначають сферу її застосування, основні функції і загальні характеристики, а також основні вимоги до функціональних, технологічних, конструктивних та експлуатаційних показників якості її функціонування. Апріорно відомо, що ці дані функціонально неповні, суперечливі і неточні.

Потрібно визначити загальну структуру системи, раціонально розподілити вимоги між функціональними елементами (ФЕ) всіх ієрархічних рівнів, вибрати та обґрунтувати групу критеріїв оцінки якості проектних рішень системи загалом та її ФЕ зокрема, оптимізувати проектні рішення ФЕ за прийнятою групою критеріїв і виконати задані вимоги до системи.

Методологічні підходи до розв’язання системних задач цієї категорії складності розроблено недостатньо. Вони розвиваються завдяки широкому застосуванню евристичних прийомів і методів створення інтелектуальних засобів підтримки рішень на основі систематизації, узагальнення та нагромадження знань і досвіду розробників.

Задачу *структурної оптимізації* складних об’єктів розв’язують, використовуючи *метод цілеспрямованого вибору раціональної ієрархічної структури* за заданими вимогами Q_0 до об’єкта у цілому:

$$Q_0 = \left\{ K_r^0 \middle| K_r^- \le K_r^0 \le K_r^+ ; r = \overline{1, R_0} \right\}, \tag{1}$$

де K_r^0 — r-й показник якості об'єкта.

Вихідну задачу подаємо як послідовність задач:

- вибору раціональної кількості ієрархічних рівнів;
- розподіл вимог і функцій між різними ієрархічними рівнями;
- раціональний вибір елементів і структури кожного ієрархічного рівня;
- раціональний вибір функцій і параметрів ФЕ на кожному ієрархічному рівні;
- раціональний вибір елементів і структури функціонального взаємозв'язку ФЕ різних ієрархічних рівнів;
- формування раціональних вимог до функціональних елементів ієрархічної структури за заданими вимогами до об'єкта;
- цілеспрямованого вибору раціональної ієрархічної структури об'єкта.

1. **Розглянемо задачу раціонального вибору функціональних елементів на кожному рівні і побудови структури проектованого** об'єкта

Нехай структура $\hat{S}_0$ проектованого об'єкта складається з $\hat{m}$ ієрархічних рівнів S_i $i = \overline{1, \hat{m}}$. Кожний рівень S_i складається з n_i типів функціональних елементів Φ_{ij}, $j = \overline{1, n_i}$. Кожний функціональний елемент Φ_{ij} характеризують параметри k_{ijq}, $q = \overline{1, \hat{q}_{ij}}$. Альтернативні варіанти функціонального елементу Φ_{ij} визначає множина $M\Phi_{ij}$.

Потрібно: вибрати по одному функціональному елементу кожного j-го типу на кожному i-му ієрархічному рівні з вимоги до зовнішніх показників k_{ijq} кожного типу функціональних елементів Φ_{ij}

$$\hat{K}_{ij} = \left\{k_{ijq} \middle| k_{ijq}^{-} \le k_{ijq} \le k_{ijq}^{+};\ q = \overline{1, \hat{q}_{ij}}\right\}, \qquad (2)$$

які є вихідними даними для задачі вибору функціональних елементів $\hat{S}_0$; побудувати множину Парето Π_S раціональних структур $\hat{S}_{0v}$ об'єкта.

Для всіх $i = \overline{1, \hat{m}}$, $j = \overline{1, n_i}$ вважають відомими множини $M\Phi_{ij}$, що складаються з альтернативних варіантів функціональних елементів Φ_{ij}. Кожна множина $M\Phi_{ij}$ складається з підмножин $M\Phi_{ij}^{-}$ і $M\Phi_{ij}^{+}$, $M\Phi_{ij} = M\Phi_{ij}^{+} \bigcup M\Phi_{ij}^{-}$;

$$M\Phi_{ij}^{+} \bigcap M\Phi_{ij}^{-} = \varnothing;$$

$$M\Phi_{ij}^{+} = \left\{\Phi_{ij\beta}^{+} \Leftrightarrow k_{ij\beta} \middle| k_{ij\beta} \in \hat{K}_{ij};\quad \beta = \overline{1, n_{ij}^{+}}\right\};$$

$$M\Phi_{ij}^{-} = \left\{\Phi_{ij\beta}^{-} \Leftrightarrow k_{ij\beta} \middle| k_{ij\beta} \notin \hat{K}_{ij}; \beta = \overline{1, n_{ij}^{-}}\right\}.$$

Елементи множин $M\Phi_{ij}^{-}$ і $M\Phi_{ij}^{+}$ розміщені у множині $M\Phi_{ij}$ невпорядковано, випадково. Відомі числові значення $n_{ij}^{-} > 0$; $n_{ij}^{+} > 0$, але невідомо, якій множині — $M\Phi_{ij}^{-}$ чи $M\Phi_{ij}^{+}$ належить конкретний елемент

Для розвязання цієї задачі застосуємо метод цілеспрямованого вибору раціональної ієрархічної структури об'єкту

Суть методу цілеспрямованого вибору раціональної ієрархічної структури конструкції полягає у наступному. Із множини $M\Phi_{ij}$ елементи вибирають послідовно. Якщо за чергової спроби α виявляють, що

$\Phi_{ij\alpha} \in M\Phi_{ij}^{-}$, то $\Phi_{ij\alpha}$ виключають із $M\Phi_{ij}$. Наступний вибір виконують з отриманої множини $\widehat{M}_{ij}$. Вибір елемента j-го типу на i-му ієрархічному рівні припиняють, якщо за чергової спроби γ обраний елемент $\Phi_{ij\gamma}$ належить множині $M\Phi_{ij}^{+}$. Виконання цієї процедури для всіх $i = \overline{1, \hat{m}}$, $j = \overline{1, n_i}$ дає змогу одержати одну структуру об'єкта, всі елементи якої задовольняють умові (2).

Для забезпечення раціонального вибору структури складної системи формують скінченну множину структур. У цьому разі другу і наступну структури системи шукають, вибираючи елементи з множин $\widehat{M}_{ij}$, $i = \overline{1, \hat{m}}$, $j = \overline{1, n_i}$, одержаних під час вибору попередньої структури. Множина таких структур задовольняє умові (2) і є множиною Парето.

Зазначений метод реалізовано у вигляді обчислювального алгоритму. Обчислювальну складність для алгоритмів вибору структури системи можна визначити через кількість спроб вибору, які потрібно виконати для вибору функціонального елементу $\Phi_{ij}^{+} \in M\Phi_{ij}^{+}$ для всіх $i = \overline{1, \hat{m}}$, $j = \overline{1, n_i}$.

Визначимо кількість спроб вибору за пропонованим методом. Ці спроби треба виконати, щоб гарантувати вибір функціонального елемента j-го типу на i-му ієрархічному рівні з умови (2).

Одержимо співвідношення для ймовірності *гарантованого вибору функціонального елементу* $\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}$, якщо $j = \mathrm{const}$ і $i = \mathrm{const}$. Врахуємо, що в послідовності спроб вибору функціональних елементів із $M\Phi_{ij}$ спроби k і $(k+1)$ — незалежні. Тоді ймовірність вибору $\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}$ із першої спроби ($k = 1$) визначає співвідношення

$$P_1\left(\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}\right) = 1 - \left(1 - n_{ij}^{+}/n_{ij}\right)^{n_{ij}}. \qquad (3)$$

Тут враховано, що ймовірність вибору одного певного варіанта функціонального елемента з $M\Phi_{ij}^{+}$ дорівнює n_{ij}^{+}/n_{ij}. Тому вибір будь-якого функціонального елемента з $M\Phi_{ij}^{+}$ визначатиме формула (3). Якщо перша спроба невдала, вибраний елемент виключають із $M\Phi_{ij}$ і загальну кількість елементів множини $M\Phi_{ij}$ зменшують на 1. Тому для другої спроби ймовірність вибору будь-якого функціонального елемента з $M\Phi_{ij}$ визначає співвідношення

$$P_2\left(\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}\right) = 1 - \left(1 - n_{ij}^{+}/\left(n_{ij} - 1\right)\right)^{\left(n_{ij} - 1\right)}.$$

Для k-ї спроби маємо

$$P_k\left(\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}\right) = 1 - \left(1 - n_{ij}^{+}/\left(n_{ij} - (k-1)\right)\right)^{\left(n_{ij} - (k-1)\right)},$$

для $k = n_{ij}^{-} + 1$:

$$P_k\left(\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}\right) = 1 - \left(1 - n_{ij}^{+}/n_{ij}^{+}\right)^{n_{ij}^{+}} = 1. \tag{4}$$

Тут враховано, що $n_{ij} = n_{ij}^{-} + n_{ij}^{+}$. Отже, з формули (4) одержуємо, що вибір $\Phi_{ij} \in M\Phi_{ij}^{+}$, якщо $j = \text{const}$ і $i = \text{const}$, гарантовано за умов, що кількість спроб вибору визначено співвідношенням

$$k_{ij}^{+} = n_{ij}^{-} + 1. \tag{5}$$

Отже, у разі вибору j-го функціонального елемента на i -му ієрархічному рівні з умови (2) для формування множини $M_{ij}^{+} = \left\{\Phi_{ij}^{+} \in M\Phi_{ij}^{+} \middle| i \in [1, \hat{m}]; j = \overline{1, n_i}\right\}$ достатньо переглянути k_{ij}^{+} функціональних елементів із множини $M\Phi_{ij}$.

Загальну кількість функціональних елементів на i-му рівні визначає співвідношення

$$N_i = \sum_{j=1}^{n_i} n_{ij} .$$

Беручи до уваги, що для різних $j = 1,...,n_i$ кількість спроб вибору k_i^+ — незалежна, одержуємо, що $k_i^+ = k_{i1}^+ + ... + k_{in_i}^+$ або, з огляду на формулу (5),

$$k_i^+ = \sum_{j=1}^{n_i} \left(n_{ij}^- + 1\right),$$

де k_i^+ — кількість спроб, потрібних для вибору всіх типів функціональних елементів i-го рівня з умови (2).

Врахуємо, що функціональні елементи на кожному ієрархічному рівні вибирають незалежно. У цьому разі загальну кількість спроб k^+ для вибору всіх функціональних елементів для всіх рівнів структури визначають за формулою

$$k^+ = \sum_{i=1}^{\hat{m}} k_i^+ .$$