PRŮBĚH FUNKCE

Při zakreslování grafu funkce určujeme:

1. definiční obor funkce (body nespojitosti funkce)
2. sudá, lichá funkce
3. lokální extrémy funkce (1.derivace)
4. intervaly, ve kterých je funkce rostoucí nebo klesající (1.derivace)
5. inflexní body (2.derivace)
6. asymptoty funkce (limity)
7. funkční hodnoty funkce

Nechť funkce f je spojitá na uzavřeném intervalu $\langle a,b \rangle$ a má v každém bodě derivaci, pak platí:
a) Je-li $f'(x) > 0$, potom funkce f je ROSTOUCÍ na $\langle a,b \rangle$.
b) Je-li $f'(x) < 0$, potom funkce f je KLESAJÍCÍ na $\langle a,b \rangle$.

LOKÁLNÍ EXTRÉMY FUNKCE

Nechť funkce f je definována v bodě a i v jeho libovolném okolí, pak má funkce v bodě a:
a) LOKÁLNÍ MINIMUM, je-li pro každé x z okolí bodu a $f(x) \geq f(a)$.
b) LOKÁLNÍ MAXIMUM, je-li pro každé x z okolí bodu a $f(x) \leq f(a)$.

Funkce f má v bodě a EXTRÉM, jestliže $f'(a) = 0$ nebo neexistuje (podmínka nutná, ne však postačující).

Geometrický význam:
Jestliže má funkce f v bodě a extrém, pak tečna grafu v bodě a je rovnoběžná s osou x nebo neexistuje.

Nechť funkce f je spojitá v libovolném okolí bodu a, potom má funkce v bodě a:
a) LOKÁLNÍ MINIMUM, jestliže derivace v levém okolí bodu a je záporná, v pravém okolí bodu a je kladná.
b) LOKÁLNÍ MAXIMUM, jestliže derivace v levém okolí bodu a je kladná, v pravém okolí bodu a je záporná.

UŽITÍ DRUHÉ DERIVACE K URČOVÁNÍ EXTRÉMŮ FUNKCE

Nechť funkce f je spojitá na uzavřeném intervalu $\langle a,b \rangle$ a má v každém bodě derivaci, pak platí:
a) Je-li $f''(x_0) > 0$, potom funkce f má v bodě x_0 LOKÁLNÍ MINIMUM (graf funkce je nad tečnou, funkce v bodě x_0 je KONVEXNÍ).
b) Je-li $f''(x_0) < 0$, potom funkce f má v bodě x_0 LOKÁLNÍ MAXIMUM (graf funkce je pod tečnou, funkce v bodě x_0 je KONKÁVNÍ).

Nechť funkce f má v bodě x_0 derivaci, pak má funkce v bodě x_0 INFLEXNÍ BOD právě tehdy, jestliže $f''(x_0) = 0$ nebo neexistuje.

Funkce f má v bodě x_0 INFLEXNÍ BOD, jestliže f'' mění v oklí bodu x_0 znaménko.

ASYMPTOTY FUNKCE

ASYMPTOTA funkce je tečna ke grafu funkce s bodem dotyku v nekonečnu:

a) asymptota bez směrnice
b) asymptota se směrnicí

a) Přímka x = a je asymptota bez směrnice ke grafu funkce f právě tehdy, jestliže

$$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty .$$

b) Přímka y = ax + b je asymptota se směrnicí ke grafu funkce f právě tehdy, jestliže

$$a = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} , \qquad b = \lim_{x \to \pm\infty} [\, f(x) - ax \,] .$$

ABSOLUTNÍ EXTRÉMY FUNKCE

ABSOLUTNÍM MAXIMEM (MINIMEM) funkce rozumíme největší (nejmenší) hodnotu funkce v daném definičním oboru.

Při určování absolutních extrémů funkce postupujeme:
1. Určíme lokální extrémy funkce a jejich funkční hodnoty.
2. Určíme funkční hodnoty v krajních bodech definičního oboru.
3. Porovnáme funkční hodnoty (největší – absolutní maximum, nejmenší – absolutní minimum).