9.12 Určete rychlost $v(t)$ v $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a dráhu $s(t)$ pohybu v metrech v daném časovém intervalu, je-li dáno zrychlení $a(t)$ v $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ v tomto intervalu, rychlost $v(t_0)$ v $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a dráha $s(t_0)$ v metrech v čase t_0 v sekundách.

a) $a(t) = 2,\ t \in \langle 0; 16\rangle,\ v(0) = 1{,}5,\ s(0) = 40,$

b) $a(t) = 1 + 0{,}2t,\ t \in \langle 1; 30\rangle,\ v(1) = 0{,}8,\ s(1) = 16.$

[a) $v(t) = 2t + 1{,}5,\ s(t) = t^2 + 1{,}5t + 40,\ t \in \langle 0; 16\rangle;$
b) $v(t) = t + 0{,}1t^2 - 0{,}3,$
$s(t) = \dfrac{t^2}{2} + \dfrac{t^3}{30} - 0{,}3t + \dfrac{473}{30},\ t \in \langle 1; 30\rangle.$]

9.13 Předpokládejme, že se sportovní automobil rozjíždí zrychleným pohybem se zrychlením $a(t) = 1{,}1 + 0{,}8t$ vyjádřeném v $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Za jak dlouho dosáhne rychlosti 60 $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$? Jakou dráhu přitom ujede?

[$t \doteq 5{,}22$ s, $s \doteq 33{,}9$ m]

9.14 Vypočítejte:

a) $\int \mathrm{d}x,$ b) $\int 4\,\mathrm{d}x,$ c) $\int 0\,\mathrm{d}x,$

d) $\int 0{,}11\,\mathrm{d}x,$ e) $\int x^2\,\mathrm{d}x,$ f) $\int x^{1{,}3}\,\mathrm{d}x,$

g) $\int 2x^{18}\,\mathrm{d}x,$ h) $\int x^{-2}\,\mathrm{d}x,$ i) $\int \dfrac{1}{x^3}\,\mathrm{d}x,$

j) $\int x^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x,$ k) $\int \dfrac{1}{x^{-7}}\,\mathrm{d}x,$ l) $\int \sqrt{x}\,\mathrm{d}x,$

m) $\int \sqrt[3]{x}\,\mathrm{d}x,$ n) $\int \dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\,\mathrm{d}x,$ o) $\int \sqrt[4]{x^5}\,\mathrm{d}x,$

p) $\int \dfrac{3}{x}\,\mathrm{d}x,$ q) $\int 2x^{-1}\,\mathrm{d}x,$ r) $\int (7x)^{-1}\,\mathrm{d}x.$

[a) $x + c,\ x \in \mathsf{R}$; b) $4x + c,\ x \in \mathsf{R}$; c) $c,\ x \in \mathsf{R}$;
d) $0{,}11x + c,\ x \in \mathsf{R}$; e) $\dfrac{1}{3}x^3 + c,\ x \in \mathsf{R}$;
f) $\dfrac{1}{2{,}3}x^{2{,}3} + c,\ x \in \mathsf{R}$; g) $\dfrac{2}{19}x^{19} + c,\ x \in \mathsf{R}$;
h) $-\dfrac{1}{x} + c,\ x \in \mathsf{R}\setminus\{0\}$; i) $-\dfrac{1}{2x^2} + c,\ x \in \mathsf{R}\setminus\{0\}$;

j) $2\sqrt{x} + c,\ x \in (0; \infty)$;
k) $\dfrac{1}{8}x^8 + c,\ x \in (-\infty; 0)$ nebo $x \in (0; \infty)$;
l) $\dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + c,\ x \in (0; \infty)$; m) $\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + c,\ x \in (0; \infty)$;
n) $\dfrac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + c,\ x \in (0; \infty)$; o) $\dfrac{4}{9}x^{\frac{9}{4}} + c,\ x \in (0; \infty)$;
p) $3\ln|x| + c,\ x \in (0; \infty)$ nebo $x \in (-\infty; 0)$;
q) $2\ln|x| + c,\ x \in \mathsf{R}\setminus\{0\}$; r) $\dfrac{1}{7}\ln|x| + c,\ x \in \mathsf{R}\setminus\{0\}$.]

9.15 Vypočítejte:

a) $\int (3x + 1)^2\,\mathrm{d}x,$ b) $\int \left[\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^4 - 3x\right]\mathrm{d}x,$

c) $\int (2x^2 - 4x + 2)\,\mathrm{d}x,$ d) $\int (2x^3 + \sqrt{x} - x)\,\mathrm{d}x,$

e) $\int \dfrac{x^2 - 3x}{4}\,\mathrm{d}x,$ f) $\int \dfrac{5x - 1 + x^2}{3}\,\mathrm{d}x,$

g) $\int \dfrac{2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + x}{5}\,\mathrm{d}x,$ h) $\int \dfrac{3x^4 - 2x^3 + x - 2}{x}\,\mathrm{d}x,$

i) $\int \dfrac{2x^3 + x - 3}{x^2}\,\mathrm{d}x,$ j) $\int \dfrac{x^3 - 2x^2 + x}{x - 1}\,\mathrm{d}x,$

k) $\int \left(\dfrac{2}{5}x^7 - \sqrt{x} + 2\right)\sqrt{x}\,\mathrm{d}x,$ l) $\int \dfrac{(3x + 2)^2}{\sqrt[3]{x}}\,\mathrm{d}x,$

m) $\int (5\sqrt{x} - \sqrt[4]{x})^2\,\mathrm{d}x,$ n) $\int (3\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x})^3\,\mathrm{d}x.$

[a) $3x^3 + 3x^2 + x + c = \dfrac{1}{9}(3x + 1)^3 + c,\ x \in \mathsf{R}$;
b) $\dfrac{1}{5}x^5 + \dfrac{1}{2}x^4 + \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{5}{4}x^2 + \dfrac{1}{16}x + c,\ x \in \mathsf{R}$;
c) $2\left(\dfrac{1}{3}x^3 - x^2 + x\right) + c,\ x \in \mathsf{R}$;
d) $\dfrac{x^4}{2} + \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \dfrac{1}{2}x^2 + c,\ x \in \langle 0; \infty)$;
e) $\dfrac{x^3}{12} - \dfrac{3}{8}x^2 + c,\ x \in \mathsf{R}$; f) $\dfrac{x^3}{9} + \dfrac{5}{6}x^2 - \dfrac{1}{3}x + c,\ x \in \mathsf{R}$;